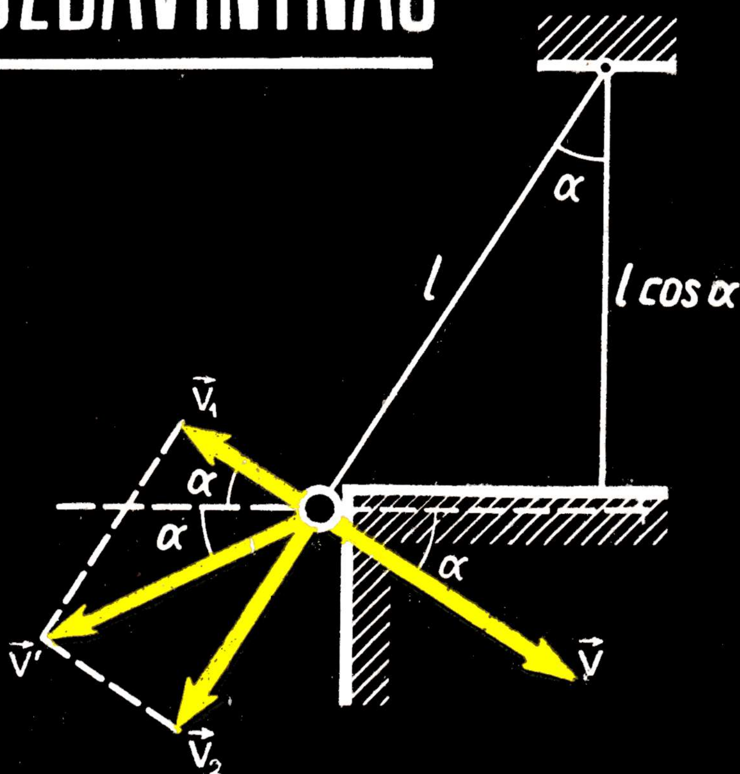
OLIMPIADINIS FIZIKOS UŽDAVINYNAS



OLIMPIADINIS FIZIKOS UŽDAVINYNAS



KAUNAS ŠVIESA 1987

S. Jakutis, H. Jonaitis, J. Martišius,
V. Pocius, J. Ūža

ANTRASIS PATAISYTAS LEIDIMAS

Lietuvos TSR švietimo ministerijos rekomenduota

Ol-62 **Olimpiadinis fizikos uždavinynas** / S. Jakutis, H. Jonaitis, J. Martišius ir kt.; [Įvadas, p. 3—4 J. Martišiaus] — 2-asis patais. leid. — Kaunas, Šviesa, 1987. — 272 p., iliustr.

Aut. nurodyti antr. lapo kitoje pusėje.

Leidinys skiriamas jaunųjų fizikų respublikinių olimpiadų organizatoriams ir dalyviams. Juo mokytojai galės pasinaudoti ir per pamokas. Uždavinyne pateiktos uždavinių sąlygos, sprendimai ir atsakymai.

BBK 22.3z72
53(075)

O $\frac{4306020000-245}{M853(10)-87}$ 87—86

ĮVADAS

Matematikos, fizikos, chemijos, biologijos mokslai lemia technikos, gamybos technologijos raidą. Siekiant paskatinti domėtis šiomis disciplinomis ir išaiškinti gabiausius mokinius, organizuojamos olimpiados. Ypač padidėja jų vaidmuo dabar, kai šaliai iškelti dideli mokslo ir technikos pažangos uždaviniai.

Pirmoji jaunųjų fizikų olimpiada Lietuvoje surengta 1953 metais. Nuo to laiko jos vyksta kasmet.

1967 m. imta rengti sąjungines ir tarptautines jaunųjų fizikų olimpiadas. Pirmoji tarptautinė olimpiada įvyko Varšuvoje, kitos — Budapešte, Brno, Maskvoje, Sofijoje, Bukarešte... Jose iki 1971 m. dalyvaudavo Europos socialistinės šalys. 1972 m. prisidėjo Kuba ir Prancūzija, 1974 m. — Vokietijos Federacinė Respublika, vėliau — kitos valstybės.

1982 m. Vilniuje įvyko I Pabaltijo ir Baltarusijos respublikų jaunųjų fizikų olimpiada.

Nuo 1970 metų jaunieji Lietuvos fizikai kasmet iškovoja apdovanojimų sąjunginėse olimpiadose. Gauti 7 pirmojo ir antrojo laipsnio diplomai, 11 trečiojo laipsnio diplomų, 20 garbės, pagyrimo arba paskatinimo raštų, keletas specialių prizų.

Rengiant olimpiadas, tenka atlikti vis didesnį paruošiamąjį darbą, todėl 1972 m. Lietuvos TSR fizikų pasitarime buvo sudaryta nuolatinė fizikų draugijos olimpiadų komisija. Į ją įeina Lietuvos TSR Mokslų Akademijos, Vilniaus valstybinio V. Kapsuko universiteto, Vilniaus valstybinio pedagoginio instituto, Šiaulių K. Preikšo pedagoginio instituto, Kauno A. Sniečkaus politechnikos instituto, Vilniaus inžinerinio statybos instituto ir Lietuvos TSR švietimo ministerijos atstovai.

Olimpiadų organizavimo tvarka ne kartą keitėsi. Dabar vienas mokinys gali dalyvauti tik vieno mokomojo dalyko olimpiadoje. Kiekvienas rajonas į respublikinės olimpiados baigiamąjį ratą gali atsiųsti vieną dalyvį.

Baigiamajame rate geriausiai pasirodę jaunieji fizikai yra apdovanojami I, II, III laipsnio diplomais, pagyrimo raštais bei

asmeninėmis dovanomis. Be to, nuo 1959 m. trejus metus iš eilės užėmusiems I, II arba III vietą mokiniams suteikiamas olimpiadų laureato vardas.

Nustatant komandines rajonų ar miestų vietas, už kiekvieną I laipsnio diplomą skaičiuojami 4 taškai, o už II ir III laipsnio diplomus bei pagyrimo raštus — atitinkamai 3, 2 ir 1 taškas.

Olimpiados plečiasi sąjunginiu ir tarptautiniu mastu, sunkėja uždaviniai. Pavyzdžiui, I tarptautinėje olimpiadoje, įvykusioje Varšuvoje 1967 m., mechanikos uždavinį buvo galima išspręsti, remiantis laisvojo kūnų kritimo, judesio kiekio ir energijos tvermės dėsniais; VI tarptautinėje olimpiadoje, vykusioje Bukarešte 1972 m., mechanikos uždaviniui išspręsti reikėjo pasitelkti kietojo kūno sukamojo judėjimo dinamiką, inercijos momentus surandant integraliniu skaičiavimu, o 1974 m. tarptautinėje Varšuvos olimpiadoje buvo pateiktas mechanikos ir atomo fizikos uždavinys, kurį sprendžiant reikėjo kūrybiškai naudotis ne tik mechanine smūgio, bet ir N. Boro atomo teorija.

Sėkmingai varžytis net viename mieste galima tik po atkaklaus ir kruopštaus savarankiško darbo. Geriausi respublikos jaunieji fizikai išnarplioja ne vieną uždavinyną, seka žurnalo „Квант" medžiagą. 1976 m. išėjo „Olimpiadinio fizikos uždavinyno" pirmasis leidimas. Šis, antrasis, jo leidimas yra pataisytas ir papildytas.

Uždavinynas apima visus vidurinės mokyklos fizikos kurso skyrius. Jis susideda iš dviejų dalių. Kiekviename pirmosios dalies skirsnyje pateikiama teorinių žinių ir tipiškų uždavinių sprendimo pavyzdžių, po to — uždavinių sąlygos. Uždaviniai numeruojami trimis skaičiais, kurių pirmasis reiškia skyriaus numerį, antrasis — to skyriaus skirsnio numerį ir trečiasis — to skirsnio uždavinio numerį. Antrojoje uždavinyno dalyje skaitytojas ras beveik visų uždavinių atsakymus, svarbesnius sprendimo nurodymus ir sudėtingesnių uždavinių sprendimo aprašymus.

Fizikinių dydžių ir konstantų lentelių uždavinyne nėra. Daugeliui uždavinių spręsti jų ir nereikės. O tais atvejais, kai be tam tikro dydžio vertės apsieiti nebus galima, teks pasinaudoti kitais šaltiniais.

Pagrindiniai šaltiniai, kuriais remtasi, rengiant šį uždavinyną, yra LTSR jaunųjų fizikų olimpiadų medžiaga, keletas leidinių apie RTFSR kai kurių miestų ir sričių olimpiadas, žurnalai „Квант" bei „Физика в школе", kai kurie uždavinynai, sąjunginių ir tarptautinių olimpiadų medžiaga, taip pat aukštųjų mokyklų bei Lietuvos TSR Mokslų Akademijos įvairiais metais siūlyti uždaviniai respublikinėms jaunųjų fizikų olimpiadoms.

Šio uždavinyno įvadą ir mechanikos skyrių parašė doc. J. Martišius, molekulinės bei atomo ir atomo branduolio fizikos skyrių — doc. S. Jakutis, elektrodinamikos pagrindų skyrių — | J. Uža |, svyravimų ir bangų bei eksperimentinių uždavinių skyrių — doc. V. Pocius, optikos skyrių — doc. H. Jonaitis.

I. UŽDAVINIAI IR METODINIAI NURODYMAI

1. MECHANIKA

1.1. KINEMATIKA

Pagrindinės formulės, reikalingos kinematikos uždaviniams spręsti, yra kūno greičio ir koordinatės formulės:

$$v_x = v_{0x} + a_x t,$$
$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}. \quad (1)$$

Jos tinka tik tada, kai kūno pagreitis $\vec{a}$ yra pastovus. (1) formulės taikomos tiek greitėjančiam, tiek lėtėjančiam judėjimui. Nagrinėjant judėjimą įvairių atskaitos sistemų atžvilgiu, dažniausiai reikia naudotis vektorių sudėties ir atimties taisyklėmis.

Dėl paprastumo vektoriaus projekciją kartais žymėsime taip, kaip modulį, o vektorių, kai jo kryptis nekelia abejonių, nusakysime tik absoliutine verte.

Iš kreivaeigio judėjimo teorijos svarbu įcentrinio pagreičio didumas $a_{įc}$ ir kampinio greičio sąvoka:

$$a_{įc} = \frac{v^2}{r}, \quad (2)$$

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = 2\pi\nu = \frac{v}{r} = \frac{2\pi}{T}. \quad (3)$$

Į kinematiką perkėlėme kampu į horizontą mestų kūnų judėjimą, kai nepaisoma pasipriešinimo, nes pagreitis tada yra žinomas: $\vec{a} = \vec{g}$.

▲ Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Tolygiai greitėdamas, automobilis įgijo 70 km/h greitį. Koks buvo automobilio greitis pusiaukelėje? (XXII respublikinė olimpiada, 1974.)

S p r e n d i m a s. Pažymėkime: a — automobilio pagreitis (jo modulis), $v=70$ km/h, t — laikas, per kurį automobilis įgijo greitį v, l — iki to momento automobilio nueitas kelias, t_1 — laikas, per kurį automobilis nuvažiuoja pusę to kelio, v_1 — ieškomasis automobilio greitis (jo modulis). X ašį nubrėžkime iš automobilio pradinės padėties jo judėjimo kryptimi. Tada $v_x=v$, $v_{0x}=0$, $a_x=a$, $x_0=0$. Remdamiesi (1) formule, gauname:

$$v=at,\ l=\frac{at^2}{2},\ \frac{l}{2}=\frac{at_1^2}{2},\ v_1=at_1.$$

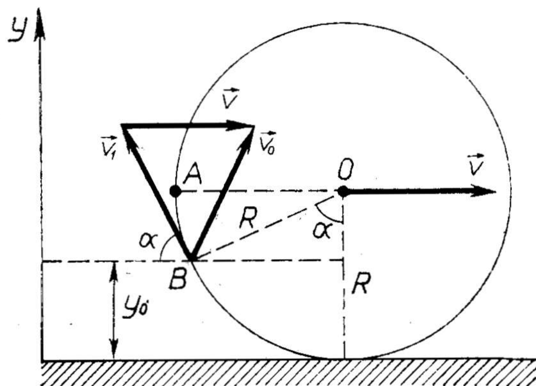
Iš pirmosios lygybės $a=\frac{v}{t}$, o iš antrosios ir trečiosios $t_1=$ $=\frac{t}{\sqrt{2}}$. Įrašę šias a ir t_1 išraiškas į ketvirtąją lygtį, randame:

$$v_1=\frac{v}{\sqrt{2}}=50\ \text{km/h}.$$

2. Slysdamas purve, automobilio ratas sukasi vietoje. Purvo gabalėliai, atitrūkdami nuo rato viename taške, pakyla į aukštį h. Į kokį aukštį pakils purvo gabalėliai, atitrūkę nuo rato tame pačiame taške, kai ratas neslysdamas riedės tokiu pat kampiniu greičiu? (XXV respublikinė olimpiada, 1977.)

S p r e n d i m a s. Kai ratas rieda neslysdamas tokiu pat kampiniu greičiu, kaip ir sukdamasis vietoje, tai atitrūkstančių purvo gabalėlių greitis $\vec{v}_1$ rato ašies O atžvilgiu abiem atvejais yra vienodas (1 pav.). Ratui sukantis vietoje, purvo gabalėliai pakyla į aukštį

$$h=y_0+\frac{v_1^2\sin^2\alpha}{2g}=y_0+\frac{v_{1y}^2}{2g}.$$



1 pav.

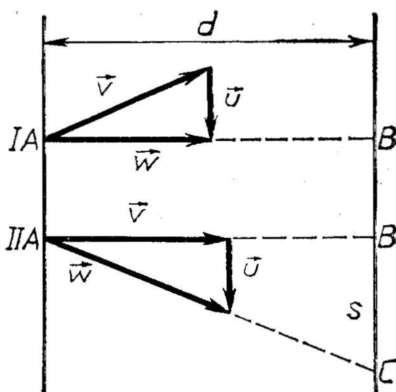
Kai ratas rieda, pakilimo aukštis

$$h_1 = y_0 + \frac{v_{0y}^2}{2g}.$$

Pradinis purvo gabalėlių greitis

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_1 + \vec{v};$$

čia $\vec{v}$ — rato ašies greitis ($v = v_1$). Bet $v_{0y} = v_{1y}$, nes $v_y = 0$. Todėl $h_1 = h$. Vadinasi, purvo gabalėliai pakils į tokį pat aukštį h.



2 pav.

3. Motorinė valtis plaukia upe greičiu v vandens atžvilgiu. Upės tėkmės greitis lygus u ($u < v$). Kada greičiau valtis pasieks priešingą upės krantą taške, esančiame priešais prieplauką: ar plaukdama visą laiką tokia kryptimi, kad atstojamasis greitis $\vec{w}$ būtų statmenas upės tėkmei, ar plaukdama tiesiog į priešingą krantą ir nekreipdama dėmesio į srovę, po to priešinga pakrante prieš vandenį iki reikiamo taško? Tarkite, kad srovės greitis visame upės plotyje yra vienodas.

Sprendimas. Remdamiesi 2 paveikslu, galime rašyti, kad pirmuoju atveju sugaištas laikas

$$t_1 = \frac{d}{\sqrt{v^2 - u^2}},$$

o antruoju atveju

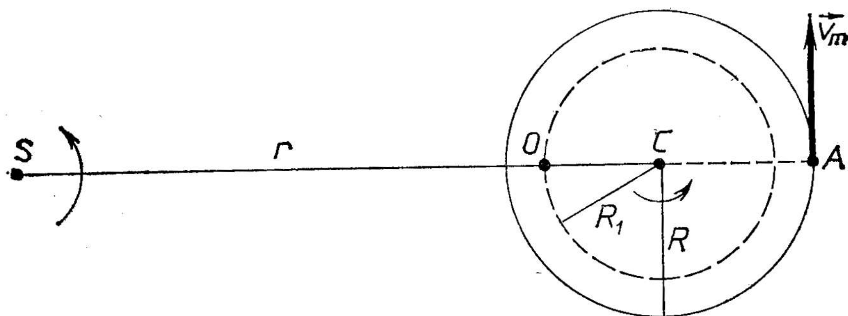
$$t_2 = \frac{d}{v} + \frac{s}{v-u} = \frac{d}{v} + \frac{ud}{v(v-u)} = \frac{d}{v-u},$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \sqrt{\frac{v+u}{v-u}} > 1.$$

Taigi valtis greičiau pasieks tikslą pirmuoju atveju.

4. Didžiausias Saturno planetos paviršiaus taškų greitis Saulės atžvilgiu $v_m = 19{,}9$ km/s. Taškų, esančių $\varphi = 30°$ geografinėje platumoje, greitis kai kuriais laiko momentais sumažėja iki nulio, o didesniuose plotuose paviršiaus taškų greitis Saulės atžvilgiu visada teigiamas. Nustatykite Saturno paros trukmę, jeigu jo spindulys $R = 61\,000$ km.

Sprendimas. Tarkime, kad Saturno sukimosi ašis statmena ekliptikos plokštumai. Į Saturno centrą C (3 pav.) išvesto ekliptikos spindulio r kampinį greitį pažymėkime ω_1, o Saturno kampinį greitį Saulės arba spindulio r atžvilgiu — ω_2. Taškai, esantys geografinėje platumoje φ, sukasi apie Saturno ašį C spinduliu $R_1 = R\cos\varphi$.



3 pav.

Didžiausią greitį v_m turi taškas A, o lygų nuliui greitį — taškas O. Todėl

$$v_m = \omega_1 (r+R) + \omega_2 R,$$
$$0 = \omega_1 (r-R_1) - \omega_2 R_1.$$

Kadangi R ir R_1 daug kartų mažesni už r, tai $r+R \approx r-R_1 \approx r$. Todėl

$$v_m = \omega_1 r + \omega_2 R, \quad (1)$$
$$0 = \omega_1 r - \omega_2 R_1. \quad (2)$$

Atėmę (2) lygybę iš (1), gauname:

$$v_m = \omega_2 (R+R_1) = \omega_2 R (1+\cos\varphi),$$

$$\omega_2 = \frac{v_m}{R(1+\cos\varphi)}.$$

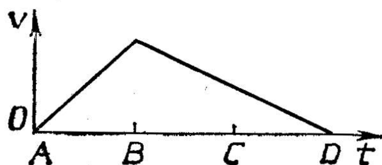
Ieškomoji paros trukmė

$$T = \frac{2\pi}{\omega_2} = \frac{2\pi R(1+\cos\varphi)}{v_m} = 10 \text{ h}.$$

Uždaviniai

1.1.1. Sugalvokite keletą uždavinių, kuriuose būtų panaudojamas nurodytas $v=f(t)$ grafikas (4 pav.); čia v — greitis, t — laikas, $|AB|=|BC|=|CD|$. (XXVII respublikinė olimpiada, 1979.)

1.1.2. Kūnas juda tiese. Jo greičio priklausomybės nuo laiko grafikas yra pusapskritimis, prasidedantis koordinačių pradžioje. Didžiausia momentinio greičio vertė lygi v_0. Apskaičiuokite kūno vidutinį greitį. (XXXIII respublikinė olimpiada, 1985.)



4 pav.

1.1.3. Skruzdėlė bėga nuo skruzdėlyno tiesia linija lygiu paviršiumi. Jos greitis atvirkščiai proporcingas atstumui iki skruzdėlyno centro. Tam tikru laiko momentu tas atstumas $l_0=1$ m ir greitis $v_0=2$ cm/s. Per kiek laiko skruzdėlė nutols $l_1=2$ m atstumu?

1.1.4. Prie jūros dugno įtaisytas hidrofonas užregistravo keletą jūros dugne įvykusio povandeninio sprogimo signalų. Laiko tarpas tarp pirmojo ir antrojo signalo $t_1 = 1$ s, o tarp pirmojo ir trečiojo signalo $t_2 = 3$ s. Raskite atstumą nuo hidrofono iki sprogimo vietos. Garso greitis vandenyje $v = 1500$ m/s. (XXIX respublikinė olimpiada, 1981.)

1.1.5. Kai nėra vėjo, lietuje stovintis žmogus sušlampa per $t_1 = 2$ min. Tas pats žmogus, einąs $v_1 = 5$ km/h greičiu, sušlampa per $t_2 = 1$ min. Per kiek laiko t_3 jis sušlaps, jeigu bėgs $v_2 = 20$ km/h greičiu?

Pastaba. Visais atvejais ant žmogaus turi patekti vienodas kiekis vandens. Laikykite, kad žmogus stovi, eina ir bėga nepalinkęs.

1.1.6. Klounas žongliruoja su $2k+1$ kamuoliukų. Kai kuris nors kamuoliukas pasiekia aukščiausią tašką, klounas viena ranka išmeta aukštyn eilinį kamuoliuką, kita — sugauna krintantį, po to šį perima į priešingą ranką, ir visas procesas kartojamas iš naujo. Per sekundę išmetama n kamuoliukų. Į kokį didžiausią aukštį H pakyla kamuoliukai?

1.1.7. Iš taško O vienu metu vienodo modulio greičiu išmetami 6 vienodi kūnai. Vienas kūnas metamas vertikaliai aukštyn, vienas — vertikaliai žemyn, kiti pradeda judėti horizontalioje plokštumoje, ir jų greičių vektorinė suma lygi nuliui. Kaip judės šios kūnų sistemos masės (sunkio) centras?

1.1.8. Plaukikas plaukė Nerimi prieš srovę. Vilniuje ties tiltu į Dzeržinskio gatvę jis pametė plūdę. Dar laiką $t = 20$ min plaukikas plaukė prieš srovę, paskui, pastebėjęs, jog pametė, apsisuko atgal ir ėmė plūdę vytis. Pasivijo ties tiltu į Žvėryną. Raskite atstumą tarp tiltų l, jeigu Neries tėkmės greitis $v = 3$ km/h. (XX respublikinė olimpiada, 1972.)

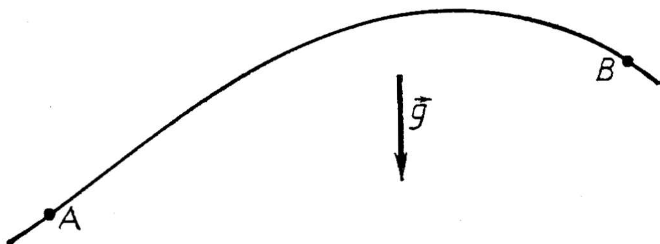
1.1.9. Bandant reaktyvinį sviedinį, pritaisytą lėktuvo uodegoje, pastebėtas įdomus reiškinys: paleistas sviedinys apsisuka ir paveja lėktuvą. Kaip tai paaiškinti?

1.1.10. Žmogus eina žemyn eskalatoriumi. Pirmą kartą jis suskaičiavo $n_1 = 50$ laiptelių, o antrą kartą, judėdamas į tą pačią pusę tris kartus greičiau, — $n_2 = 75$ laiptelius. Kiek laiptelių N jis suskaičiuos, nejudant eskalatoriui? Į kurią pusę juda eskalatorius?

1.1.11. 5 paveiksle parodyta kampu į horizontą mesto kūno trajektorijos dalis. Taške A greičio modulis buvo 20 m/s. Kiek laiko kūnas judėjo nuo taško A iki taško B?

1.1.12. Valtis plaukia per upę vandens atžvilgiu pastoviu greičiu $\vec{v}$, kuris statmenas upės tėkmei. Upės plotis d, o tėkmės greitis prie krantų lygus nuliui ir, artėjant į upės vidurį, didėja tiesiškai. Upės viduryje tėkmės greitis lygus $\vec{u}$. Kaip toli srovė nuneš valtį pavandeniui, kol ji pasieks priešingą krantą? (XXVI respublikinė olimpiada, 1978.)

1.1.13. Kosmonautai, būdami žvaigždžių spiečiuje arti vienos žvaigždės, mato, kad visos kitos spiečiaus žvaigždės tolsta nuo



5 pav.

jų greičiais, proporcingais atstumams iki tų žvaigždžių. Kokį žvaigždžių judėjimo vaizdą matys kosmonautai, atsidūrę arti kitos šio spiečiaus žvaigždės?

1.1.14. Šturmanas turi vesti laivą per rūką siauru keliu tarp uolų. Jis žino, kad tas kelias yra šiaurės rytuose. Laivas gali judėti vandens atžvilgiu greičiu v, okeano srovė neša laivą į rytus greičiu $v\sqrt{2}$. Kokia kryptimi turi vesti laivą šturmanas?

1.1.15. Besileidžiančios saulės spinduliai statmeni keliui, kuriuo pastoviu greičiu važiuoja mašina. Mašinos šešėlis ant tvoros slenka greičiu v_1. Pro statų tvoros kampą pravažiavusios mašinos šešėlio greitis lygus v_2. Raskite mašinos greitį. (XXXI respublikinė olimpiada, 1983.)

1.1.16. Ar gali sportininkas su vandens slidėmis judėti greičiau už katerį? Ar gali kateris plaukti greičiau už slidininką?

1.1.17. Tiesiu plentu $v_1=54$ km/h greičiu važiuoja automobilis. Kuria kryptimi ir kokiu mažiausiu greičiu turėtų bėgti berniukas, esantis 400 m atstumu nuo automobilio ir 80 m nuo plento, kad susitiktų su automobiliu? (XXIV respublikinė olimpiada, 1976.)

1.1.18. Plaukikas plaukia du kartus mažesniu greičiu už upės srovės greitį. Kokia kryptimi jis turi plaukti į kitą krantą, kad srovė jį nuneštų kaip galima mažiau? Kiek jį tada nuneštų, jeigu upės plotis 100 m?

1.1.19. Berniukas stengiasi kuo toliau nusviesti akmenuką. Iš daugelio bandymų toliausiai — 50 m — nulėkė apvalus 4 cm skersmens akmenukas. Kokiu didžiausiu greičiu lėkdamas akmenukas galėjo suktis? Oro pasipriešinimo nepaisykite. (XXX respublikinė olimpiada, 1982.)

1.1.20. Ant medinio veleno, besisukančio pastoviu kampiniu greičiu, per 1 min užvyniojama $l=1260$ m audinio. Veleno skersmuo $d_1=0{,}34$ m, o audinio ritinio skersmuo, praėjus 1 min nuo vyniojimo pradžios, $d_2=1$ m. Raskite veleno kampinį greitį.

1.1.21. Venera apie Saulę apsisuka per 225 Žemės paras, o apie savo ašį — per 243 Žemės paras. Kokia Veneros paros vidutinė trukmė? (XXVIII respublikinė olimpiada, 1980.)

1.1.22. Saulės sistemoje yra grupė kometų, kurių afeliai arti Jupiterio orbitos. Kokiu periodu turi skrieti tos kometos, kad

kirstų Žemės orbitą? Per 729 metus Jupiteris apsisuka apie Saulę 64 kartus. Planetų orbitas laikykite apskritiminėmis. (XXXIII respublikinė olimpiada, 1985.)

1.1.23. Tarkime, kad vienoje galaktikoje atrasta žvaigždė Fizija ir planeta Matematija, kuri per T_1 sekundžių apsisuka apie Fiziją ir per T_2 sekundžių — apie savo ašį. Matematijos palydovas Filozofas apsisuka apie ją per T_3 sekundžių. Kas kiek parų Matematijoje kartojasi Filozofo užtemimai? (Visi kūnai sukasi vienoje plokštumoje.)

1.2. NIUTONO JUDĖJIMO DĖSNIAI IR JŲ TAIKYMAS

Sprendžiant uždavinius, dažniausiai remiamasi antruoju Niutono dėsniu:

$$\vec{F}=m\vec{a}; \qquad (1)$$

čia $\vec{F}$ yra kelių jėgų atstojamoji. Pirmasis ir trečiasis Niutono dėsnis paprastai taikomas kokybinių klausimų analizei.

Jėga $\vec{F}$ mokykliniame kurse nagrinėjama pastovi. Iš nepastovių dažniau sutinkamos visuotinės traukos, tamprumo ir aplinkos pasipriešinimo jėgos.

Kai turime kelių kūnų sistemą, paprastai (1) lygtį taikome kiekvienam kūnui atskirai. Mat skirtingus kūnus veikiančių jėgų atstojamoji gali apibūdinti tik kai kurias bendras sistemos savybes: masės centro judėjimą, sistemos judesio kiekį ir panašiai. Norint rasti kiekybines nežinomųjų vertes, beveik visuomet reikia (1) lygtį projektuoti į pasirinktas koordinačių ašis ir po to spręsti gautas skaliarinių lygčių sistemas. Tam taikomi kinematikos metodai.

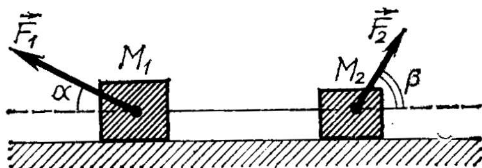
Prieš projektuojant, reikia labai kruopščiai apgalvoti ir pažymėti visas veikiančias jėgas bei kitus vektorius. Tai svarbu, sprendžiant mechanikos ir kitų skyrių uždavinius.

▲ Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

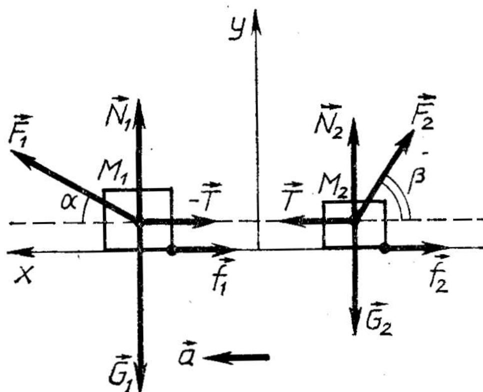
1. Du tašeliai, kurių masė M_1 ir M_2, surišti netąsiu siūlu horizontalioje plokštumoje. Plokštumos trinties į tašelius koeficientas μ. Tašelius veikia jėgos $\vec{F}_1$ ir $\vec{F}_2$, kurios su horizontu sudaro kampus α ir β (6 pav.). Jėgos F_1 ir F_2 yra mažesnės už atitinkamo tašelio svorį. Raskite sistemos pagreitį a ir siūlo įtempimą T.

S p r e n d i m a s. (1) lygtis, taikoma vienam ir kitam sistemos tašeliui (7 pav.), atrodo taip:

$$\begin{cases} M_1\vec{g}+\vec{F}_1+\vec{N}_1+\vec{f}_1-\vec{T}=M_1\vec{a}, \\ M_2\vec{g}+\vec{F}_2+\vec{N}_2+\vec{f}_2+\vec{T}=M_2\vec{a}. \end{cases}$$



6 pav.



7 pav.

Čia sunkį išreiškėme detaliau: $\vec{G}=m\vec{g}$. Šia lygybe ir toliau visur mintyse naudosimės. Sakysime, sistema juda į kairę. Suprojektavę vektorius į X ir Y ašis, gauname:

$$\begin{cases} F_1\cos\alpha - f_1 - T = M_1 a, \\ -F_2\cos\beta - f_2 + T = M_2 a, \\ -M_1 g + F_1\sin\alpha + N_1 = 0, \\ -M_2 g + F_2\sin\beta + N_2 = 0. \end{cases}$$

Trinties jėgų didumas

$$f_1 = \mu N_1,$$
$$f_2 = \mu N_2.$$

Išsprendę lygčių sistemą, gauname:

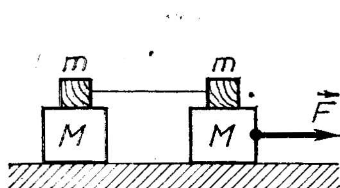
$$a = \frac{F_1(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - F_2(\cos\beta - \mu\sin\beta) - \mu(M_1+M_2)g}{M_1+M_2},$$

$$T = \frac{M_2 F_1(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) + M_1 F_2(\cos\beta - \mu\sin\beta)}{M_1+M_2}.$$

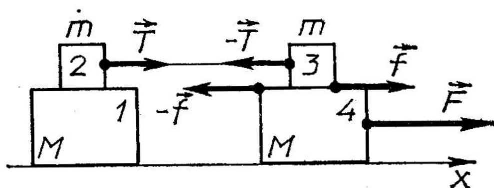
Kad sistema taip judėtų, turi būti

$$F_1\cos\alpha - F_2\cos\beta > \mu\{(M_1+M_2)g - (F_1\sin\alpha + F_2\sin\beta)\}.$$

2. Ant slidaus stalo yra kūnų sistema (8 pav.). Trinties tarp M ir m kūnų koeficientas yra μ. Apatinį dešinįjį kūną traukia



8 pav.



9 pav.

išilgai stalo jėga $\vec{F}$. Raskite visų sistemos kūnų pagreičius. (V sąjunginė olimpiada, 1971.)

Sprendimas. Sunumeruokime kūnus, kaip parodyta 9 paveiksle.

1) Kai abu m kūnai neslysta, lengvai sužinome, kad ieškomi pagreičiai yra lygūs:

$$\vec{a}_1=\vec{a}_2=\vec{a}_3=\vec{a}_4=\frac{\vec{F}}{2(m+M)}.$$

2) Kai slysta dešinysis m, (1) lygtis, taikoma *4*, *3* ir *2* bei *1* kūnui, atrodo šitaip:

$$\begin{cases}\vec{F}-\vec{f}=M\vec{a}_4,\\ \vec{f}-\vec{T}=m\vec{a}_3,\\ \vec{T}=(m+M)\vec{a}_2.\end{cases}$$

$$f=\mu mg,\quad \vec{a}_1=\vec{a}_2=\vec{a}_3.$$

Vektorinių lygčių sistemos vektorius suprojektavę į X ašį, įrašę f išraišką ir išsprendę, gauname:

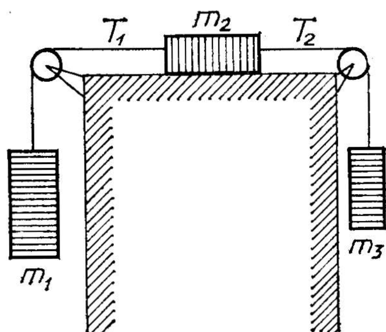
$$a_1=a_2=a_3=\frac{\mu mg}{M+2m},\quad a_4=\frac{F-\mu mg}{M},$$

$$T=\frac{m+M}{2m+M}\mu mg<\mu mg.$$

Paskutinioji nelygybė rodo, kad kairysis m slysti negali.

3. Trys pasvarai, kurių masė m_1, m_2 ir m_3, surišti netąsiu siūlu (10 pav.). Trinties tarp m_2 ir pagrindo koeficientas yra μ. Skridiniai lengvi ir slidūs. Raskite pasvarų pagreitį bei siūlo įtempimą T_1 ir T_2.

Sprendimas. Parašome (1) lygtį, taikomą visiems trims pasvarams. Po to tariame, kad m_1 leidžiasi žemyn, ir vektorinių lyg-



10 pav.

čių vektorius projektuojame į ašis: pasvaro m_1 — į ašį, nukreiptą žemyn, m_2 — į kairę, m_3 — į viršų. Suprojektavę turime:

$$\begin{cases} m_1 g - T_1 = m_1 a, \\ T_1 - T_2 - \mu m_2 g = m_2 a, \\ T_2 - m_3 g = m_3 a. \end{cases}$$

Išsprendę lygčių sistemą, gauname:

$$a = \frac{m_1 - m_3 - \mu m_2}{m_1 + m_2 + m_3} g \quad (\mu m_2 < (m_1 - m_3));$$

$$T_1 = m_1 g \frac{2m_3 + m_2(1+\mu)}{m_1 + m_2 + m_3}; \quad T_2 = m_3 g \frac{2m_1 + m_2(1-\mu)}{m_1 + m_2 + m_3}.$$

Kai m_3 leidžiasi žemyn, panašiu būdu gauname:

$$a = \frac{m_3 - m_1 - \mu m_2}{m_1 + m_2 + m_3} g \quad (\mu m_2 < (m_3 - m_1));$$

$$T_1 = m_1 g \frac{2m_3 + m_2(1-\mu)}{m_1 + m_2 + m_3}; \quad T_2 = m_3 g \frac{2m_1 + m_2(1+\mu)}{m_1 + m_2 + m_3}.$$

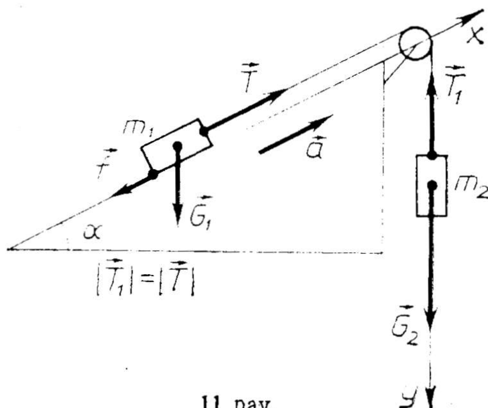
Kai $\mu m_2 \geqslant |m_1 - m_3|$, sistema yra pusiausvira.

4. Ant nuožulniosios plokštumos, kurios polinkio kampas $\alpha = 30°$, padėtas kūnas. Pastarojo masė $m_1 = 1$ kg. Prie to kūno pririštas siūlas yra permestas per lengvą skridinį, o prie antrojo siūlo galo pririštas antras kabantis kūnas, kurio masė m_2. Trinties tarp pirmojo kūno ir nuožulniosios plokštumos koeficientas $\mu = 0{,}3$. Raskite šliaužiančio kūno trinties jėgos f ir pagreičio a priklausomybę nuo antrojo kūno masės m_2 ir pavaizduokite ją grafiškai.

Sprendimas. Nubraižome visas abu kūnus veikiančias jėgas (11 paveiksle jos parodytos, kai m_1 slenka aukštyn greitėdamas). Remdamiesi (1) lygtimi ir projektuodami jėgas į X bei Y ašį, gauname:

1) $m_2 = 0$, $\mu < \operatorname{tg} \alpha$ (m_1 slenka žemyn greitėdamas),

$$\begin{cases} f = \mu m_1 g \cos \alpha = \text{const}, \\ a = -g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) < 0. \end{cases}$$



11 pav.

Čia ir toliau f ir a reiškia vektorių $\vec{f}$ ir $\vec{a}$ projekcijas X ašyje.

2) $0 < m_2 < m_1(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$ (m_1 dar slenka žemyn greitėdamas),

$$\begin{cases} f = \mu m_1 g \cos\alpha = \text{const}, \\ a = \dfrac{m_2 - m_1(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{m_1 + m_2} g < 0. \end{cases}$$

3) $m_2 = m_1(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$ (m_1 sustoja),

$$\begin{cases} f = (m_1 \sin\alpha - m_2) g \ (m_2 \text{ didėjant, } f \text{ mažėja tiesiškai}), \\ a = 0. \end{cases}$$

4) $m_1(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \leqslant m_2 \leqslant m_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$ (m_1 dar stovi),

$$\begin{cases} f = (m_1 \sin\alpha - m_2) g, \\ a = 0. \end{cases}$$

5) $m_2 > m_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$ (m_1 slenka aukštyn greitėdamas),

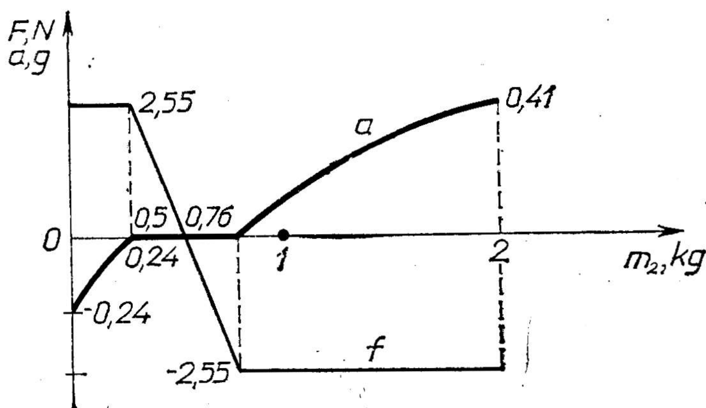
$$\begin{cases} f = -\mu m_1 g \cos\alpha = \text{const}, \\ a = \dfrac{m_2 - m_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{m_1 + m_2} g > 0. \end{cases}$$

Duotąsias skaitines vertes atitinkantys grafikai pavaizduoti 12 paveiksle.

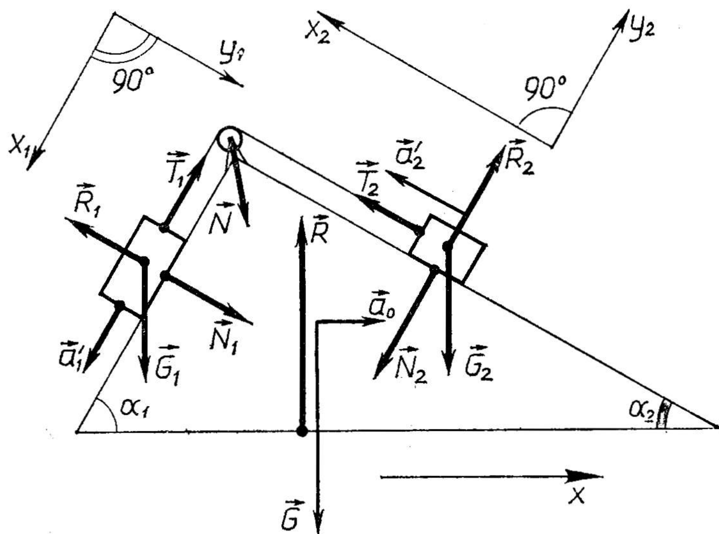
5. Ant M masės trikampio pleišto yra du m_1 ir m_2 masės kūnai, kurie surišti netąsiu siūlu. Siūlas permestas per skridinį, pritvirtintą viršutinėje pleišto viršūnėje. Abi pasvirosios pleišto plokštumos su horizontu sudaro vidaus kampus α_1 ir α_2. Skridinio ir siūlo masės nepaisykite.

Iš pradžių visa sistema nejuda horizontalioje plokštumoje.

1) Raskite pleišto pagreitį $\vec{a}_0$ sunkio jėgų lauke. 2) Kaip abiejų kūnų pagreičius pleišto atžvilgiu a' išreikšti pleišto pagreičiu a_0? 3) Koks turi būti masių m_1 ir m_2 santykis, kad pleištas nejudėtų,



12 pav.



13 pav.

o abu kūnai juo slystų? Trinties nepaisykite. (V tarptautinė olimpiada, 1971.)

Sprendimas. 13 paveiksle pavaizduotos kūnus veikiančios jėgos ir koordinačių sistemos: (X), (X_1, Y_1) ir (X_2, Y_2); į jų ašis atitinkamai projektuosime M, m_1 ir m_2 masės kūnus veikiančias jėgas.

(1) lygtis šį kartą atrodo taip:

$$\begin{cases} M\vec{a}_0=M\vec{g}+\vec{R}+\vec{N}_1+\vec{N}_2+\vec{N}, \\ m_1(\vec{a}_1'+\vec{a}_0)=m_1\vec{g}+\vec{T}_1+\vec{R}_1, \\ m_2(\vec{a}_2'+\vec{a}_0)=m_2\vec{g}+\vec{T}_2+\vec{R}_2. \end{cases}$$

Be to, $\vec{N}=-(\vec{T}_1+\vec{T}_2)$, $T_1=T_2=T$, $N_1=R_1$, $N_2=R_2$, $a_1'=a_2'=a'$. Atsižvelgę į tai ir suprojektavę, gauname:

$$\begin{cases} Ma_0=N_1\sin\alpha_1-N_2\sin\alpha_2-T\cos\alpha_1+T\cos\alpha_2 & (\text{į } X \text{ ašį}), \\ m_1(a'-a_0\cos\alpha_1)=m_1g\sin\alpha_1-T & (\text{į } X_1 \text{ ašį}), \\ m_1a_0\sin\alpha_1=m_1g\cos\alpha_1-N_1 & (\text{į } Y_1 \text{ ašį}), \\ m_2(a'-a_0\cos\alpha_2)=-m_2g\sin\alpha_2+T & (\text{į } X_2 \text{ ašį}), \\ m_2a_0\sin\alpha_2=-m_2g\cos\alpha_2+N_2 & (\text{į } Y_2 \text{ ašį}). \end{cases}$$

Tai 5 lygčių sistema su tiek pat nežinomųjų:

$$a_0,\ a',\ T,\ N_1,\ N_2.$$

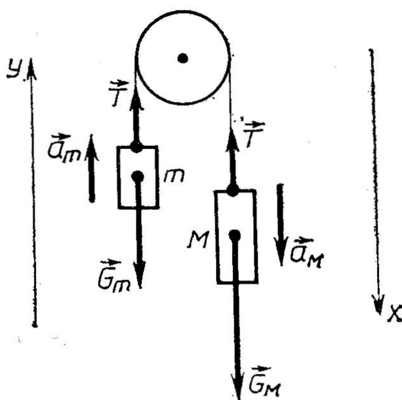
Išsprendę randame:

$$1)\ a_0=\frac{(m_1\cos\alpha_1+m_2\cos\alpha_2)(m_1\sin\alpha_1-m_2\sin\alpha_2)g}{(m_1+m_2+M)(m_1+m_2)-(m_1\cos\alpha_1+m_2\cos\alpha_2)^2}.$$

$$2)\ a'=\frac{m_1\cos\alpha_1+m_2\cos\alpha_2}{m_1+m_2}a_0+\frac{m_1\sin\alpha_1-m_2\sin\alpha_2}{m_1+m_2}g.$$

3) Atsakymas į šį klausimą neigiamas: „Taip negali būti!" Mat, kai $a_0=0$, iš 1) ir 2) sprendinio, atsižvelgdami dar į tai, kad $m_1 \cos \alpha_1 + m_2 \cos \alpha_2 \neq 0$, gauname ir $a'=0$. Tokį (neigiamą) atsakymą galima gauti ir kitais būdais.

6. Du pasvarai kabo ant siūlo, permesto per nekilnojamąjį skridinį. Vieno pasvaro masė $m=200$ g. Yra žinoma, kad siūlas nenutrūks, jei kitame jo gale pririšime labai sunkų pasvarą. Kokį įtempimą T_{max} atlaiko siūlas? Į skridinio ir siūlo masę neatsižvelkite.



14 pav.

S p r e n d i m a s. Veikiančios jėgos pažymėtos 14 paveiksle. (1) lygtys šį kartą gana paprastos:

$$M\vec{g}+\vec{T}=M\vec{a}_M,$$

$$m\vec{g}+\vec{T}=m\vec{a}_m \quad (a_M=a_m=a).$$

Vektorius suprojektavę atitinkamai į X ir Y ašį ir išsprendę, turime:

$$a=\frac{M-m}{M+m}g, \quad T=\frac{2mM}{M+m}g.$$

Kai $M \gg m$, $T=T_{max}=2mg=3{,}92$ N.
Kai vietoj didesnės masės M pasvaro paimtas m masės pasvaras ir ant jo uždėtas nedidelis m' masės pasvaras, turime vadinamąją Atvudo mašiną, naudojamą greitėjančiam judėjimui demonstruoti.

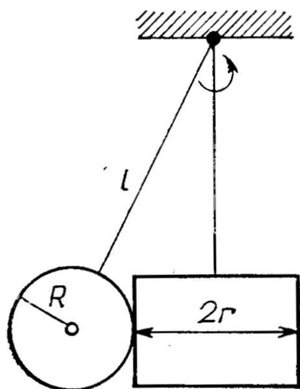
7. Rutuliukas, kurio spindulys R, kabo ant l ilgio siūlo ir liečia vertikalų ritinį, įtaisytą išcentrinėje mašinoje. Ritinio spindulys yra r (15 pav.). Kokiu kampiniu greičiu ω turi suktis mašina, kad rutuliukas nespaustų ritinio?

S p r e n d i m a s. 16 paveiksle parodytos jėgos (kai rutuliukas nespaudžia ritinio). Judėjimo lygtis atrodo taip:

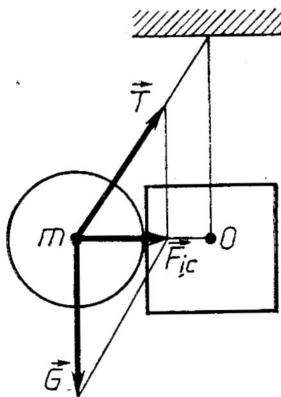
$$m\vec{g}+\vec{T}=\vec{F}_{ic}.$$

Šiuo atveju įcentrinės jėgos didumas

$$F_{ic}=m\omega^2(R+r),$$



15 pav.



16 pav.

o iš panašių stačiųjų trikampių turime:

$$\frac{F_{ic}}{T}=\frac{R+r}{l+R} \text{ ir}$$

$$T^2=(mg)^2+F_{ic}^2 .$$

Iš paskutiniųjų trijų lygčių sužinome, kad

$$\omega=\sqrt[4]{\frac{g^2}{(R+l)^2-(R+r)^2}} .$$

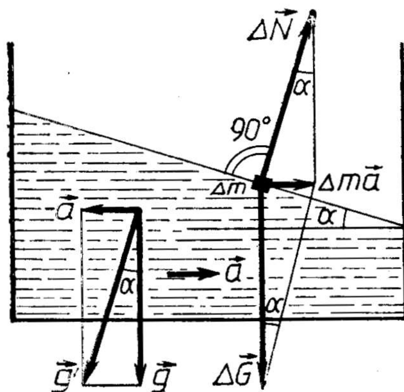
8. Indas, ne visas pripildytas gyvsidabrio, juda horizontaliu pagreičiu $\vec{a}$, todėl gyvsidabrio paviršius yra pakrypęs į horizontą tam tikru kampu α. Iš viršaus indas uždengtas. Kaip pasikeis kampas α, jeigu pripilsime vandens, kad indas būtų pilnas?

Sprendimas. Nusistojusio skysčio paviršius yra statmenas skysčio elementą Δm veikiančių gretimų molekulių atstojamajai jėgai $\Delta\vec{N}$ (17 pav.). Be to, dar

$$\Delta m\vec{g}+\Delta\vec{N}=\Delta m\vec{a}.$$

Iš paveikslo matyti, kad tai gali būti tik tada, kai $\Delta\vec{N}$ su statmeniu sudaro kampą α, kurio

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{a}{g}.$$



17 pav.

Iš skysčio gilumos panardinti daiktai išplaukia $\Delta\vec{N}$ kryptimi. Archimedo jėga $\vec{F}_A$ taip pat lygiagreti $\Delta\vec{N}$. Taigi $\Delta\vec{N}$ atlieka statmens vaidmenį sunkio jėgų lauke, kuriame laisvojo kritimo pagreitis $\vec{g}'=\vec{g}-\vec{a}$. Aišku, kad abiejų skysčių sluoksniai bus pakrypę į horizontą kampu α. Taigi atsakymas į uždavinio klausimą: „Nepasikeis".

9. Valtis, kurios ilgis l ir masė M, stovi ramiame vandenyje. Valties galuose sėdi du žvejai, kurių masė m_1 ir m_2. Kiek pasislinks valtis, jeigu žvejai joje pasikeis vietomis? Vandens pasipriešinimo nepaisykite.

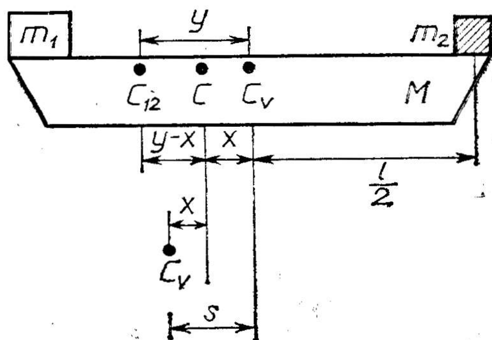
Sprendimas. IX klasės vadovėlyje yra teiginys: „Kūno masės centras juda taip, tarytum jame būtų sukoncentruota visa kūno masė ir jį veiktų visos kūną veikiančios jėgos". Kadangi kūnai juda pagal II Niutono dėsnį (1), tai, remdamiesi pacituotu teiginiu, galime rašyti:

$$\vec{F}=m\vec{a}_c;$$

čia $\vec{a}_c$ — masės centro pagreitis. Kai turime keleto kūnų sistemą, tai m yra visos kūnų sistemos masė, o F — sistemą veikiančių išorinių jėgų atstojamoji. Mat vidinių jėgų, kuriomis sistemos kūnai veikia vienas kitą, atstojamoji, remiantis III Niutono dėsniu, lygi nuliui.

Mūsų atveju $\vec{F}=0$, todėl valties su žvejais bendras masės centras C nejudės, žvejams valtyje judant bet kokiu būdu. Sakysime, C_v — valties masės centras, C_{12} — žvejų masės centras, $m_1>m_2$. Tuomet, remdamiesi 18 paveikslu, rašome:

$$\begin{cases} \dfrac{\frac{l}{2}+y}{\frac{l}{2}-y}=\dfrac{m_1}{m_2}, \\ \dfrac{x}{y-x}=\dfrac{m_1+m_2}{M}. \end{cases}$$



18 pav.

Išsprendę šią sistemą, gauname:

$$x=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2+M}\cdot\frac{l}{2}.$$

Žvejams pasikeitus vietomis, taškas C valties atžvilgiu persikels į kitą pusę nuo taško C_v atstumu x. Bet C padėtis vandens

atžvilgiu nesikeičia. Vadinasi, C_v turi nueiti kelią $s=2x$. Taigi valties poslinkis

$$s=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2+M}\,l.$$

Jis nukreiptas į tą pusę, kurioje iš pradžių sėdėjo sunkesnysis žvejys.

Remiantis išnagrinėtais pavyzdžiais, galima spręsti gana įvairius uždavinius. Dalis jų yra atskiri išnagrinėtų pavyzdžių atvejai.

● Uždaviniai

1.2.1. Žemėje vaikas vinis į sieną kaldavo vienu plaktuku, o tėvelis — 6 kartus sunkesniu. Kuriuo plaktuku patogiau kalti vinis į tokią pat sieną Mėnulyje, jeigu ten kūnai sveria apie 6 kartus mažiau?

1.2.2. Raketa leidžiasi vertikaliai žemyn ties Žemės ašigaliu. Kokiu pagreičiu leidžiasi raketa, jeigu joje esantis kosmonautas spaudžia raketos sienas jėga, lygia pusei jo normalaus svorio? Laisvojo kritimo pagreičio priklausomybės nuo aukščio nepaisykite. (XXVI respublikinė olimpiada, 1978.)

1.2.3. R spindulio ir M masės rutulyje padaryta ertmė, kurios spindulys $r=\frac{R}{2}$ (19 pav.). Atstumu d nuo rutulio centro yra kūnas A, kurio masė m. Raskite traukos jėgą F tarp šių kūnų.

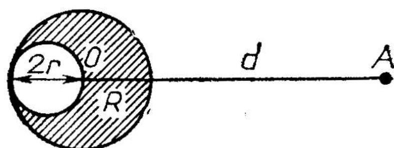
1.2.4. Traukinys, važiuojantis $v=72$ km/h greičiu, prieš stotį pradedamas stabdyti pastoviu pagreičiu. Koks yra nepavojingas miegantiems keleiviams mažiausias traukinio stabdymo laikas? Trinties į lentyną koeficientas $\mu=0{,}2$.

1.2.5. Sviedinys išmestas vertikaliai aukštyn greičiu $\vec{v}_1$. Ant žemės jis nukrito greičiu $\vec{v}_2$. Oro pasipriešinimo jėga, judant sviediniui, tiesiog proporcinga jo greičiui. Raskite sviedinio lėkio trukmę. (XIX sąjunginė olimpiada, 1985.)

1.2.6. Laivo modeliui smūgiu suteiktas $v_0=10$ m/s greitis. Judantį modelį veikia vandens pasipriešinimo jėga, proporcinga greičiui: $\vec{F}=-k\vec{v}$. Modelio masė $m=0{,}5$ kg, $k=0{,}5$ kg/s. a) Raskite modelio nueitą kelią per laiką, kol jo greitis sumažėja perpus. b) Raskite modelio nueitą kelią iki sustojant.

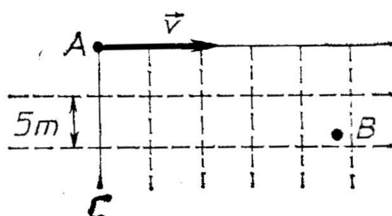
1.2.7. Ant ilgos lentos guli kaladėlė. Trinties tarp jų koeficientas yra μ. Lenta gali judėti horizontalia kryptimi įvairaus didumo pagreičiu $\vec{a}$. Nubrėžkite kaladėlės pagreičio a_1 priklausomybės nuo lentos pagreičio a grafiką. (XXVI respublikinė olimpiada, 1978.)

1.2.8. Automobilis taške A pradėjo posūkį, nemažindamas



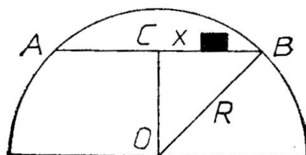
19 pav.

greičio. Greičio kryptis taške A parodyta 20 paveiksle. Taške B automobilis nuvertė pakelės stulpelį. Apskaičiuokite automobilio greitį. Laikykite trinties koeficientą $\mu=1$ (padangų sukibimas su asfaltu geras). (XXXII respublikinė olimpiada, 1984.)



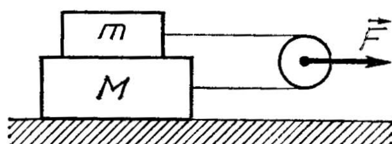
20 pav.

1.2.9. Tarp miestų A ir B (21 pav.) iškastas tiesus tunelis, kuriuo be trinties, neturėdamas nuosavos traukos jėgos, važiuoja traukinys. Raskite traukinio pagreitį. Kaip jis priklauso nuo traukinio atstumo x iki tunelio vidurio C? Laikykite, kad Žemės traukos jėga Žemės viduje yra tiesiog proporcinga atstumui iki Žemės centro, o Žemės spindulys yra R.



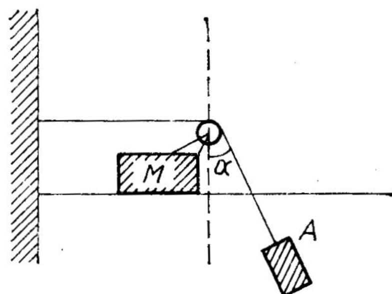
21 pav.

1.2.10. Du kūnai, kurių masė m ir M, traukiami jėga $\vec{F}$, kaip parodyta 22 paveiksle. Trinties tarp kūnų koeficientas yra μ, o tarp kūno M ir plokštumos, ant kurios jis guli, trinties nėra. Koks turi būti jėgos $\vec{F}$ didumas, kad kūnas m slystų kūnu M? Skridinys lengvas. (Vilniaus miesto olimpiada, 1972.)

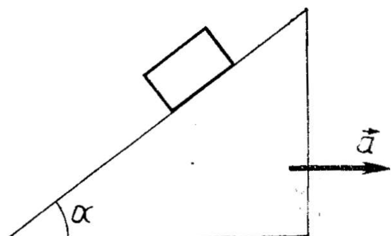


22 pav.

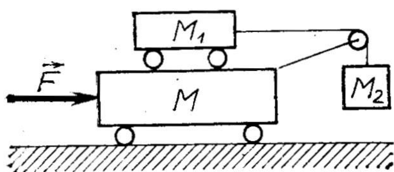
1.2.11. M masės tašelis, prie kurio pritvirtintas lengvas skridinėlis, gali be trinties slysti horizontaliais bėgiais (23 pav.). Permesto per skridinėlį siūlo vienas galas yra pritvirtintas prie sienos, o prie kito galo prikabintas pasvaras A. Pastarasis iš pradžių atitraukiamas kampu α nuo statmens ir paleidžiamas. Kokia pasvaro A masė m, jeigu, sistemai toliau judant, kampas α nekinta? (I sąjunginė olimpiada, 1967.)



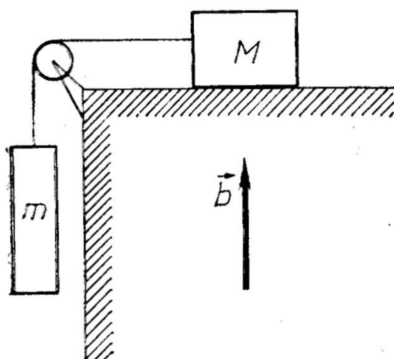
23 pav.



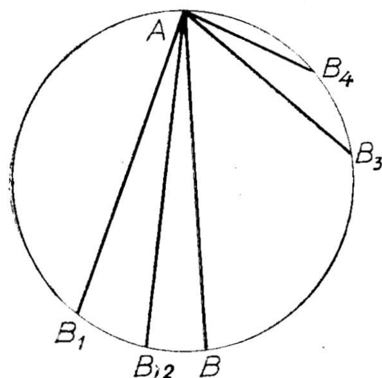
24 pav.



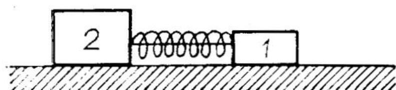
25 pav.



26 pav.



27 pav.



28 pav.

1.2.12. Ant nuožulniosios plokštumos, kuri su horizontu sudaro kampą α, padėtas tašelis (24 pav.). Tašelis pradeda slysti, plokštumai judant horizontalia linkme mažiausiu pagreičiu $a_{min}=a$. Raskite trinties tarp plokštumos ir tašelio koeficientą. (XXX respublikinė olimpiada, 1982.)

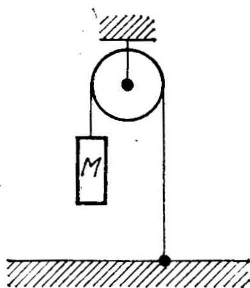
1.2.13. Kokia pastovia jėga F reikia stumti vežimėlį (25 pav.), kad M_1 nejudėtų M atžvilgiu? (XXIV respublikinė olimpiada, 1976.)

1.2.14. Per skridinį, įtvirtintą stalo krašte, permesta virvė, jungianti du pasvarus, kurių masė m ir M (26 pav.). Stalas juda pagreičiu $\vec{b}$ į viršų. Raskite pasvaro m pagreitį $\vec{a}$ Žemės atžvilgiu. Į trintį ir skridinio masę nekreipkite dėmesio.

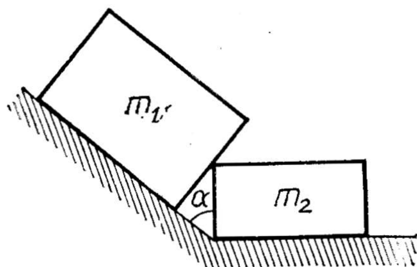
1.2.15. Vertikalioje plokštumoje pastatytas diskas, kurio skersmuo yra AB (27 pav.). Iš aukščiausio disko taško A nutiesti keli tiesūs grioveliai: AB, AB_1, AB_2 ir t. t. Iš taško A tuo pačiu metu pradeda be trinties slinkti keli kūnai, kiekvienas atskiru grioveliu. Per kiek laiko kiekvienas kūnas pasieks disko kraštą? (G. Galilėjaus uždavinys.)

1.2.16. Nuožulnioji plokštuma, kurios masė M ir kampas prie pagrindo α, gali judėti horizontalia plokštuma. Ant nuožulniosios plokštumos padėtas tašelis. Raskite jo pagreitį Žemės atžvilgiu. Trinties nėra. (XXVI respublikinė olimpiada, 1978.)

1.2.17. m_1 masės lenta gali judėti be trinties nuožulniąja plokštuma, sudarančia kampą α su horizontu. Kokia kryptimi



29 pav.



30 pav.

ir kokiu pagreičiu $\vec{a}$ turi bėgti lenta m_2 masės žmogus, kad lenta nuožulniąja plokštuma neslystų?

1.2.18. Nuožulniąja plokštuma, sudarančia kampą α su horizontu, virve į viršų traukiama dėžė. Dėžės trinties į plokštumą koeficientas μ. Kokiu kampu φ į horizontą reikia laikyti virvę, kad dėžę būtų galima traukti mažiausia jėga pagreičiu a?

1.2.19. Ant horizontalaus paviršiaus guli siūlu sujungti du tašeliai (28 pav.). Tarp tašelių įsprausta lengva spyruoklė. Vieno tašelio masė $m_1=20$ g. Nudeginus siūlą, tas tašelis pasislinko 4 m, o kitas 1 m. Raskite antrojo tašelio masę. (XXVI respublikinė olimpiada, 1978.)

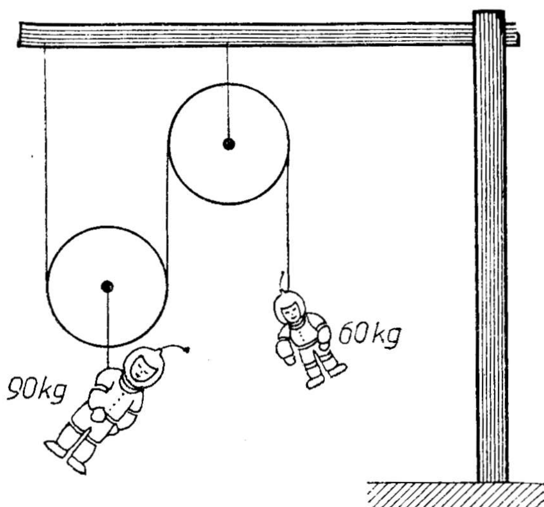
1.2.20. Prie nesvaraus skridinio netąsiu siūlu prikabintas pasvaras M, kaip parodyta 29 paveiksle. Iš kitos pusės į siūlą įsikibo m masės beždžionė ir pradėjo lipti. Per laiką T ji pakilo į aukštį H. Ar galėjo pasvaras likti nepajudėjęs?

1.2.21. Du m_1 ir m_2 masės tašeliai sudėti taip, kaip parodyta 30 paveiksle. Apskaičiuokite pagreičius, kuriais pradės judėti tašeliai, jei trinties galima nepaisyti. (XXXIII respublikinė olimpiada, 1985.)

1.2.22. Sakysime, du jauni marsiečiai Pavlas ir Frančeska nori persikelti per Marso kanalą, tačiau nė viena valtis nesutinka paimti jų kartu, o persikelti skirtingomis valtimis jie atsisako. Išradingasis valtininkas Džiuzepė įsigudrina uždirbti. Jis, naudodamas nesvarius ir absoliučiai lygius skridinius bei virves, pakabina abu keleivius ant stiebo (31 pav.) ir greitai, kol nė vienas nesuspėja pasiekti nei skersinio, nei denio, perkelia per kanalą. Kiek dėl Džiuzepės išradingumo sumažėjo valties apkrova?

1.2.23. Kodėl besisukančiu kartoniniu disku galima perpjauti medinę lazdelę?

1.2.24. Priartėję prie mažai ištirtos planetos, kosmonautai išjungė kosminio laivo variklius ir pradėjo skrieti apskritimine orbita aplink tą planetą. Atstumas iki planetos paviršiaus ir planetos spindulys kosmonautams yra žinomas. Ar gali jie, naudodamiesi tiktai laikrodžiu, nustatyti vidutinį planetos tankį? (XXIII respublikinė olimpiada, 1975.)



31 pav.

1.2.25. Kodėl vertikali moneta plokštuma rieda tiesiai, o pasvirusi — kreivaeigiškai?

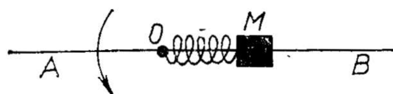
1.2.26. Kai prie netąsaus siūlo pritvirtintas rutuliukas juda taip, kad siūlas brėžia kūgio paviršių, turime vadinamąją kūginę svyruoklę.

1873 m. įžymus olandų fizikas Hiuigensas, nepateikęs įrodymo, suformulavo šitokią teoremą: „Jei dvi vienodo svorio, bet skirtingo ilgio siūlų kūginės svyruoklės brėžia vienodo aukščio kūgius, tai siūlų įtempimo jėgų santykis lygus siūlų ilgių santykiui".

Įrodykite Hiuigenso teoremą. Svyruoklės rutuliuko matmenų nepaisykite.

1.2.27. Ilgas strypas AB (32 pav.) pastoviu kampiniu greičiu ω sukasi apie statmeną ašį, einančią per strypo vidurį O. Strypu gali laisvai judėti slankiklis M, pritvirtintas prie spyruoklės OM. Koks turi būti strypo kampinis greitis ω, kad slankiklis M strypu nesvyruotų? Spyruoklės tamprumo jėgą laikykite proporcinga jos pailgėjimui. (XXIII respublikinė olimpiada, 1975.)

1.2.28. Lėktuvas, skrisdamas virš ežero $v=300$ km/h greičiu, horizontalioje plokštumoje nubrėžia lanką, kurio spindulys $R=$ $=500$ m. Tuo metu lėktuvo sparnų plokštuma atitinkamu kampu yra palinkusi į horizontalią plokštumą. Kokia bus lėktuve pastatytos stiklinės vandens paviršiaus padėtis staliuko paviršiaus ir ežero vandens atžvilgiu?



32 pav.

1.2.29. Ritinys, kurio aukštis h, o spindulys r, stovi ant horizontalaus apskrito staliuko taip, kad išorinis ritinio kraštas sutampa su staliuko kraštu.

Staliuko spindulys R ($R \gg r$). Kokiu didžiausiu kampiniu greičiu gali suktis staliukas apie savo vertikalią ašį, kad ritinys nuo staliuko nenukristų? Trinties tarp ritinio ir staliuko paviršių koeficientas lygus μ. (XXVII respublikinė olimpiada, 1979.)

1.2.30. Kaip turi keistis vertikaliai aukštyn nuo Žemės kylančios raketos pagreitis, kad raketos kabinoje esantys daiktai kabinos grindis spaustų pastovia jėga? Išreikškite pagreitį formule ir paaiškinkite. Į kitų dangaus kūnų veikimą ir Žemės sukimąsi apie savo ašį nekreipkite dėmesio.

1.2.31. Raskite planetos apsisukimo apie ašį periodą T, kai žinoma, kad planeta sferinė, jos tankis $\varrho = 2{,}82 \cdot 10^3$ kg/m^3 ir kūnų svoris ekvatoriuje du kartus mažesnis negu poliuje.

1.2.32. Jautriu gravimetru — laisvojo kritimo pagreičio matavimo prietaisu — nustatomi pagreičio modulio g pokyčiai, ne mažesni už $\Delta g = 1{,}6 \cdot 10^{-7}\, g$. Kokiu atstumu x, matuodamas Žemės paviršiuje tuo gravimetru, geologas gali aptikti rūdyną? $r = 1$ km spindulio rutulio formos rūdynas yra po pačiu Žemės paviršiumi. Rūdyno tankis du kartus didesnis už vidutinį Žemės tankį. Žemės spindulys $R = 6370$ km. Kaip pasikeistų ieškomasis atstumas, jei transportuojamo prietaiso tikslumas 2 kartus sumažėtų? (XXXIII respublikinė olimpiada, 1985.)

1.2.33. Ta pačia apskritimine orbita, ta pačia kryptimi tam tikru atstumu vienas nuo kito juda du dirbtiniai planetos palydovai. Jie abu turi variklius, galinčius sumažinti arba padidinti greitį orbitoje, nekeičiant judėjimo krypties. Kaip palydovams manevruoti, kad suartėtų?

1.2.34. Kosmonautas, skriedamas apskritimine orbita aplink Mėnulį, pro kosminio laivo langą išmetė akmenuką statmenai laivo orbitos plokštumai. Kaip judės akmenukas?

1.2.35. Automobilis, tolygiai greitėdamas horizontaliu keliu, per laiką t įgijo greitį v. Pradinis greitis buvo lygus nuliui. Automobilio benzino bakas yra stačiakampio gretasienio formos ir stovi tiesiai. Jis pilnutėlis benzino, kurio tankis ϱ. Raskite benzino slėgių į užpakalinę ir priekinę bako sienelę skirtumą $\Delta\vec{p}$, žinodami, kad atstumas tarp tų sienelių yra l.

1.2.36. Iš aukščio H_0 virš stovinčio vandens paviršiaus paleidžiamas kristi akmuo. Koks turi būti H_0, kad akmuo grimztų į vandenį tolygiai? Kaip judės vandenyje akmuo, jei jo kritimo aukštis bus kitoks? Akmens tankis penkis kartus didesnis už vandens tankį. Vandens pasipriešinimo jėgos didumas lygus Cmv^2; čia m — akmens masė, v — jo greitis vandenyje, koeficientas $C = 0{,}4$ m^{-1}. Pradinį akmens greitį laikykite lygiu nuliui. Oro poveikio nepaisykite. (XXVI respublikinė olimpiada, 1978.)

1.2.37. Nedidelis atviras indas su skysčiu pritvirtintas prie rato ir sukasi vertikalioje plokštumoje tokiu pastoviu kampiniu greičiu ω, kad skystis iš indo neišsilieja. Skysčio paviršiuje plūduriuoja tašelis. Kaip pasikeis tašelio įgrimzdimo į skystį gylis, indui nusileidus iš aukščiausios padėties į žemiausią? Tašelio

orientacija indo atžvilgiu nesikeičia. (XXXIII respublikinė olimpiada, 1985.)

1.2.38. Nedengtas vagonas, kurio aukštis $h=2$ m ir ilgis $l=$ $=15$ m, prakiuro prie pat priešakinės sienelės. Kokiu pagreičiu turi važiuoti vagonas, kad jame liktų didžiausias galimas vandens kiekis?

1.2.39. $m=40$ g masės rutuliukas pritvirtintas prie vertikalios spyruoklės viršaus. Nejudanti spyruoklė yra suspausta $x_0=8$ cm. Raskite jos deformaciją, kai spyruoklė: a) kyla į viršų pastoviu greičiu $v=10$ m/s; b) leidžiasi žemyn tokio pat didumo greičiu; c) kyla į viršų pastoviu pagreičiu $a=2g$; d) leidžiasi žemyn tokio pat didumo pagreičiu. (XXXII respublikinė olimpiada, 1984.)

1.2.40. Per nesvarų skridinį permestas netąsus siūlas. Ant jo pakabinti du kūnai, kurių masė M_1 ir M_2. Raskite sistemos masės centro pagreitį $\vec{a}_c$.

1.3. STATIKA

Statiką galima nagrinėti kaip atskirą dinamikos atvejį, kai kūno greitis (ir pagreitis) lygus nuliui. Todėl turi būti lygi nuliui visų kūną veikiančių jėgų atstojamoji:

$$\vec{F}=0. \tag{1}$$

Pusiausvyra paprastai yra tokia kūno būsena, kai jis ne tik neslenka, bet ir nesisuka. Todėl turi būti lygus nuliui ir visų kūną veikiančių jėgų atstojamasis momentas:

$$M=0. \tag{2}$$

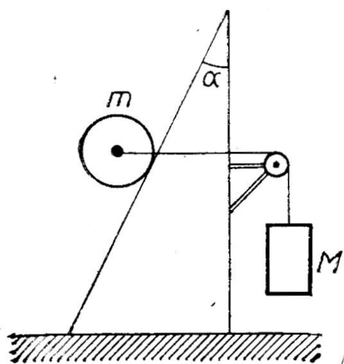
(1) ir (2) yra pagrindinės statikos lygtys, kuriomis paprastai remiamasi, sprendžiant uždavinius. Projektuojant jėgas į patogiausia parinktas koordinačių ašis ir rašant jėgų momentų sumas tų ašių (taškų, per kuriuos tos ašys eina) atžvilgiu, reikia gauti tiek lygčių, kiek yra nežinomųjų. Nežinomasis gali būti masė, jėga, ilgis, kampas, trinties koeficientas.

Jėgų momentus, sukančius prieš laikrodžio rodyklę, patogiausia laikyti teigiamais, o pagal laikrodžio rodyklę — neigiamais.

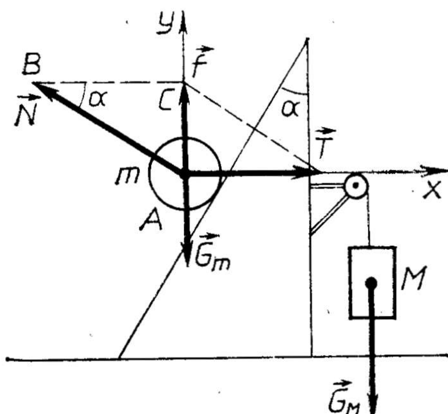
Materialaus taško statikai pakanka (1) lygties, nes materialaus taško sukimasis fizikinės prasmės neturi.

▲ Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. m masės riedulys, pritvirtintas prie virvutės, laikosi ant bėgių, sudarančių kampą α su vertikale, kaip parodyta 33 paveiksle. Raskite kitame virvutės gale pakabinto pasvaro masę M. Trinties jėgų nepaisykite.



33 pav.



34 pav.

S p r e n d i m a s. Veikiančios jėgos parodytos 34 paveiksle.

$$\begin{cases} m\vec{g}+\vec{N}+\vec{T}=0, \\ \vec{N}+\vec{T}=\vec{f}=-m\vec{g}, \\ T=Mg. \end{cases}$$

Iš $\triangle ABC$

$$BC=AC \operatorname{ctg} \alpha,$$

arba

$$Mg=mg \operatorname{ctg} \alpha \text{ ir}$$
$$M=m \operatorname{ctg} \alpha.$$

Kitas (ne paskutinis) sprendimo būdas yra toks: veikiančias jėgas projektuojame į X ir Y ašį ir gauname:

$$\begin{cases} -N\cos\alpha+T=0, \\ -mg+N\sin\alpha=0 \quad (T=Mg). \end{cases}$$

Iš šios lygčių sistemos išplaukia tas pats atsakymas.

2. Koks turi būti strypo trinties į grindis koeficientas μ, kad strypas galėtų laikytis taip, kaip parodyta 35 paveiksle? Strypą laikančio siūlo ilgis lygus strypo ilgiui.

S p r e n d i m a s. Iš

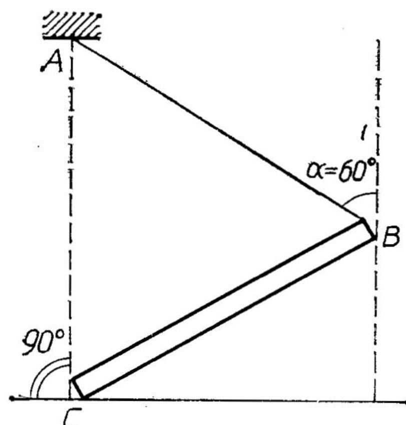
$$m\vec{g}+\vec{T}+\vec{N}+\vec{F}_{tr}=0 \quad (F_{tr}=\mu N),$$

projektuodami jėgas į X ir Y ašį (36 pav.), gauname:

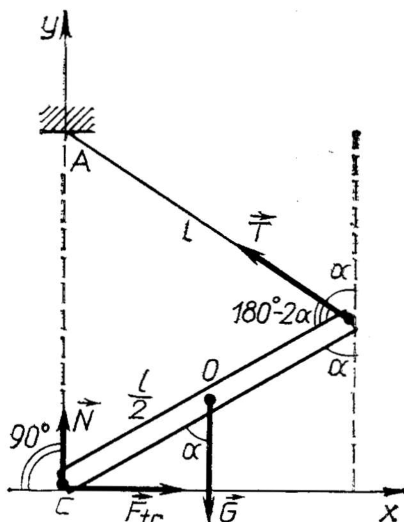
$$\begin{cases} -T\sin\alpha+\mu N=0, \\ -mg+T\cos\alpha+N=0. \end{cases}$$

Jėgų momentų suma taško C atžvilgiu:

$$Tl\sin(180°-2\alpha)-mg\frac{l}{2}\sin\alpha=0.$$



35 pav.



36 pav.

Iš pastarųjų trijų lygčių

$$\mu=\frac{\operatorname{tg}\alpha}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

3. Spyruoklės pradinis ilgis l. Prikabinus prie jos galo pasvarą P, spyruoklė išsitempia dvigubai. Kuriame jau ištemptos spyruoklės taške reikia pakabinti pasvarą $2P$, kad jis būtų vienodai nutolęs nuo abiejų spyruoklės galų? Spyruoklės svorio nepaisykite.

Sprendimas. Iš $P=k_0l$ išreiškiame spyruoklės standumą $k_0=\frac{P}{l}$. Tai yra spyruoklės standumas, kai pasvaras kabinamas prie spyruoklės galo. Jei pasvarą kabinsime ne prie $2l$ ilgio spyruoklės galo, o taške A (37 pav.) atstumu y nuo viršutinio spyruoklės galo, tai standumas

$$k=k_0\frac{2l}{y}.$$

Kai $y=2l$, $k=k_0$; kai $y=0$, $k=\infty$. Įrašę k_0 išraišką, turime:

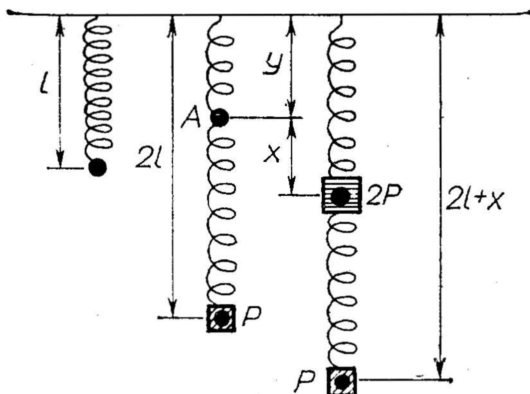
$$k=\frac{2P}{y}.$$

Taške A pakabinus pasvarą $2P$, spyruoklė pailgės dydžiu x, kuris tenkina lygybę

$$2P=kx.$$

Įrašę k išraišką, gauname:

$$x=y.$$



37 pav.

Be to, mūsų atveju

$$y+x=\frac{2l+x}{2}.$$

Iš paskutiniųjų dviejų lygčių randame

$$y=\frac{2l}{3}.$$

Vadinasi, pasvarą $2P$ reikia pakabinti atstumu $\frac{2l}{3}$ nuo spyruoklės viršutinio galo.

4. Į indą įpilta vandens, kuriame plaukioja ledo gabalas. Ant vandens užpilama žibalo. Kaip pasikeis žibalo paviršiaus aukštis, ledui ištirpus?

Sprendimas. Kai žibalas apsemia visą ledą, atsakymas aiškus: ledui ištirpus, žibalo lygis nusileis.

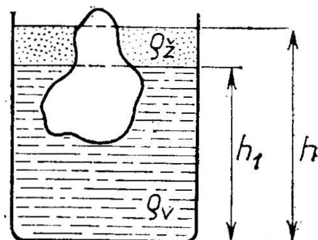
Panagrinėsime atvejį, kai žibalas apsemia ne visą ledą.

Vandens ir žibalo paviršių aukštį, prieš ledui ištirpstant ir jam ištirpus, pažymėkime atitinkamai h_1, h, h_1', h', o tankį — ϱ_v ir $\varrho_ž$ (38 pav.).

Jei ledas plaukiotų tik vandenyje, tai, ledui ištirpus, vandens lygis nepasikeistų (1.3.10 užd.). Užpylus ant vandens žibalo, ledas iš vandens kiek pakyla. Ledui ištirpus, susidaręs vanduo jau nebetelpa vandens, kurį ledas buvo išstūmęs, tūryje, todėl vandens lygis inde pakyla:

$$h_1'>h_1.$$

Ledui tirpstant, slėgis į indo dugną nekinta, nes jis lygus visų inde esančių kūnų sunkio ir dugno ploto santykiui. Antra vertus, galima pa-



38 pav.

rodyti (siūlome tai padaryti savarankiškai), kad, kūnui plūduriuojant, tas slėgis priklauso tik nuo skysčio tankio ir jo paviršiaus aukščio, lyg plūduriuojančio kūno visai nebūtų (tik skysčio aukštis bus pakitęs). Todėl galime rašyti:

$$\varrho_v g h_1 + \varrho_ž g(h-h_1) = \varrho_v g h_1' + \varrho_ž g(h'-h_1').$$

Pertvarkius:

$$(\varrho_v - \varrho_ž)(h_1' - h_1) = \varrho_ž (h-h').$$

Kairioji šios lygybės pusė yra teigiama. Todėl turi būti

$$h > h'.$$

Vadinasi, žibalo paviršius nusileis.

● Uždaviniai

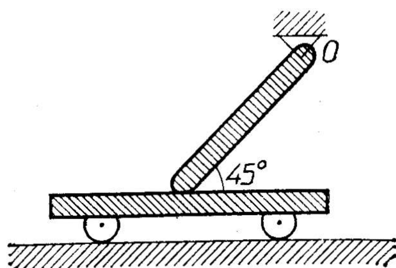
1.3.1. Prie lankstaus guolio O prikabintas strypas apatiniu galu remiasi į vežimėlį, sudarydamas 45° kampą su horizontu (39 pav.). Strypo sunkis $G = 10$ N. Raskite jėgas, kuriomis reikia stumti vežimėlį, kad jis pajudėtų į kairę ir į dešinę. Trinties tarp vežimėlio ratų ir grindų nepaisykite. Trinties tarp strypo ir vežimėlio koeficientas $\mu = 1{,}5$. (XXVI respublikinė olimpiada, 1978.)

1.3.2. Kopėčios, kurių masė $m = 15$ kg ir ilgis $l = 4$ m, pastatytos prie sienos $\alpha = 45°$ kampu. Trinties tarp kopėčių ir sienos nėra, o didžiausia trinties tarp kopėčių ir grindų jėga $F = 200$ N. Kopėčiomis ėmė lipti žmogus, kurio svoris $P = 686$ N. Kada kopėčios pradėjo slysti?

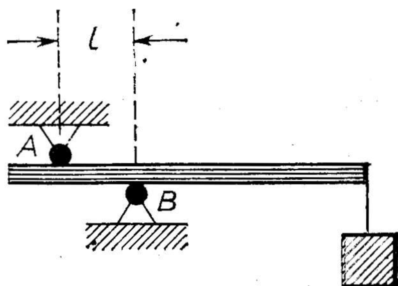
1.3.3. Kodėl lengviau pradurti skylę besisukančia adata? Kodėl reikia sukti vinį, norint ją ištraukti iš sienos?

1.3.4. Atramomis — ritinėliais A ir B — galima horizontaliai įtvirtinti siją (40 pav.). Ritinėlis gali spausti siją jėga, ne didesne už F_0, nes priešingu atveju sija trupa. Kokį didžiausią krovinį galima prikabinti prie sijos galo? Kaip reikia padėti siją? Sijos masė m, ilgis L, horizontalus atstumas tarp ritinėlių l.

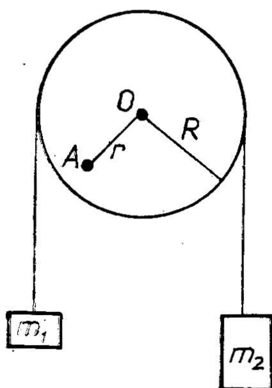
1.3.5. Ratas, kurio spindulys R ir masė m, padėtas prie h aukščio laiptelio. Kokia mažiausia horizontalia jėga F reikia veikti



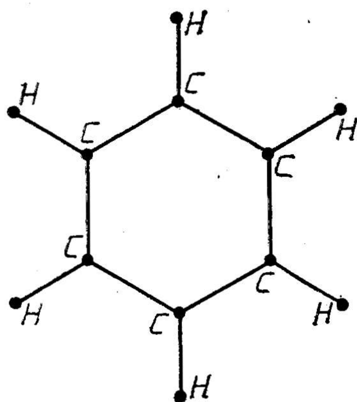
39 pav.



40 pav.



41 pav.



42 pav.

rato ašį, kad būtų galima užritinti ratą ant laiptelio? Trinties nepaisykite.

1.3.6. Skridinio svorio centro taškas A nutolęs nuo sukimosi ašies, einančios per geometrinį skridinio centrą O, atstumu $|OA|=r$ (41 pav.). Skridinio masė M, spindulys R. Per skridinį permesto siūlo galuose pakabinti pasvarai, kurių masė m_1 ir m_2 ($m_1<m_2$). Kokį kampą su horizonto linija sudarys atkarpa AO, nusistovėjus pasvarų judėjimui, jei skridinys tada nesisuka? Trinties tarp siūlo ir skridinio koeficientas proporcingas siūlo greičiui skridinio atžvilgiu. (XXIX respublikinė olimpiada, 1981.)

1.3.7. Nustatykite, kokia Archimedo jėga veikia jus šiuo momentu. (XXVI respublikinė olimpiada, 1978.)

1.3.8. Tarp dviejų atramų įtempta $2L$ ilgio viela. Ties vielos viduriu prikabintas m masės kūnas. Vielos standumas lygus k. Kokį kampą, laikant jį nedideliu, sudarys viela su horizontu, jei pačios vielos masė daug mažesnė už kūno masę? (XXVII respublikinė olimpiada, 1979.)

1.3.9. Kiek pasislinks benzolo molekulės masės centras, pakeitus vieną vandenilio atomą chloro atomu? Benzolo molekulė plokščia, ir vandenilio bei anglies atomai išsidėstę taisyklingų šešiakampių viršūnėse (42 pav.). Atstumai tarp gretimų anglies atomų 1,4 Å, tarp vandenilio ir atitinkamo anglies atomo 1 Å. Anglies atomo masė 12 a. m. v., vandenilio 1 a. m. v., chloro 35 a. m. v. (XXXI respublikinė olimpiada, 1983.)

1.3.10. Sklidinoje vandens stiklinėje plaukioja ledo gabalas. Ar vanduo tekės per kraštus, kai ledas ištirps? Kas atsitiks, jei stiklinėje bus ne vanduo, o skystis, kurio tankis: a) didesnis už vandens tankį; b) mažesnis už vandens tankį?

1.3.11. Irklas, kurio ilgis $L=2$ m, prikabintas prie valties krašto $h=50$ cm aukštyje nuo vandens paviršiaus ir $l=40$ cm atstumu nuo irklo galo. Irklo medžiagos tankis $\rho=600$ kg/m³. Irklo skerspjūvio plotą laikykite vienodu visame jo ilgyje. Kokio ilgio x

irklo dalis panirusi vandenyje? Kaip pasikeis ta dalis, pakitus valties įgrimzdimui? (XXIII respublikinė olimpiada, 1975.)

1.3.12. Ar pasikeis iš ašigalio į pusiaują perplaukusio laivo grimzlė? (XX respublikinė olimpiada, 1972.)

1.4. TVERMĖS DĖSNIAI

Mokykliniams mechanikos uždaviniams (tame tarpe ir olimpiadiniams) spręsti praktiškai pakanka dviejų tvermės dėsnių: judesio kiekio ir energijos. Dviejų kūnų sistemos judesio kiekio tvermės dėsnį patogu užrašyti taip:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'. \qquad (1)$$

Reikia turėti galvoje, kad šis dėsnis galioja visada, kai sistemą veikiančių išorinių jėgų atstojamoji lygi nuliui. Vidinės jėgos gali būti bet kokios. Pavyzdžiui, smūgis gali būti tamprus arba plastinis; tarpusavio trintis gali būti, gali ir nebūti.

(1) lygybė yra **vektorinė.** Jeigu atskiri kūnai juda įvairiomis kryptimis, jų judesio kiekiai sudedami kaip vektoriai. Jeigu išorinių jėgų atstojamosios tik viena kuri nors projekcija lygi nuliui, tai judesio kiekio tvermės dėsnis galioja tik tai projekcijai.

Gana dažnai tenka remtis judesio kiekio pokyčio ir jėgos impulso sąryšiu

$$m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \vec{F}t. \qquad (2)$$

Ši lygybė yra ekvivalentiška II Niutono dėsniui.

Energijos tvermės dėsnis mechanikoje yra:

$$E = U + K = \text{const}; \qquad (3)$$

čia U ir K — potencinė ir kinetinė sistemos energija. Šis dėsnis yra skaliarinis, tačiau jis galioja tik tada, kai sistemos kūnų neveikia trinties jėgos, kai smūgiai ir spyruoklės yra tamprūs, kai nėra aplinkų pasipriešinimo, t. y. kai mechaninė energija nevirsta kitos rūšies energija. Priešingu atveju visada reikia atsižvelgti į atitinkamų jėgų atliktą darbą.

Neretai skirtingų būsenų sistemos turi vienodą potencinę energiją. Tuomet mechaninės energijos tvermės dėsnis reiškia kinetinės energijos tvermę.

Taikant energijos tvermės dėsnį, dažnai reikia naudotis kūno kinetinės energijos

$$K = \frac{mv^2}{2}, \qquad (4)$$

pakelto kūno potencinės energijos

$$U = mgh, \qquad (5)$$

deformuoto kūno (spyruoklės) potencinės energijos

$$U_1 = \frac{kx^2}{2} \quad (6)$$

formulėmis.

Neretai tenka apskaičiuoti darbą

$$A = Fs \cos \alpha \text{ arba } A = F_{\text{vid}} s \quad (7)$$

ir galią

$$N = \frac{A}{t} \text{ arba } N = Fv. \quad (8)$$

Sprendžiant uždavinį, dažnai pakanka tik judesio kiekio arba tik energijos tvermės dėsnio. Tačiau pasitaiko atvejų, kai reikia taikyti abu dėsnius iš karto.

Palyginti retai mechanikoje sutinkami uždaviniai, kuriuos sprendžiant reikia panaudoti masės (arba medžiagos kiekio) tvermės dėsnį.

▲ Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

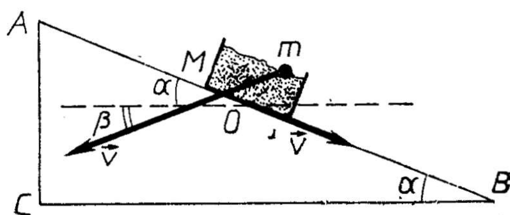
1. Kampu α į horizontą pasvirusia nuožulniąja plokštuma be trinties slysta M masės smėlio dėžė. Po to, kai dėžė nušliaužė atstumą s, į ją iš priešingos pusės įkrito m masės akmuo, kurio greitis su horizontu sudarė kampą β. Koks buvo akmens greitis v, jeigu dėžė smūgio metu sustojo?

S p r e n d i m a s. Nuo laiko momento prieš pat smūgį iki laiko momento tuoj po smūgio sunkio jėgų galima nepaisyti (jos daug mažesnės už jėgas, veikiančias smūgio metu). Todėl minėtu laikotarpiu dėžės ir akmens sistemos išilgai tiesės AB (43 pav.) išorinės jėgos neveikia, ir judesio kiekio projekcija AB kryptyje yra konstanta (šį kartą ji lygi nuliui, nes dėžė ir akmuo smūgio metu sustojo):

$$MV - mv \cos(\alpha + \beta) = 0;$$

čia V — dėžės greitis prieš pat smūgį.

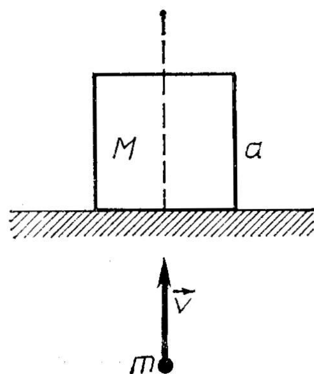
$$V = \sqrt{2sg \sin \alpha}.$$



43 pav.

Iš tų lygybių gauname:

$$v=\frac{M\sqrt{2sg\sin\alpha}}{m\cos(\alpha+\beta)}.\quad (\alpha+\beta<90°.)$$



44 pav.

2. Putplastis kubas, kurio masė $M=100$ g, padėtas ant horizontalaus padėklo. Kubo aukštis $a=10$ cm. Iš apačios kubą peršauna vertikaliai lekianti kulka, kurios masė $m=10$ g (44 pav.). Į kubą įlekiančios kulkos greitis $v_1=100$ m/s, o išlekiančios $v_2=95$ m/s. Ar kubas pašoks?

Sprendimas. Kulkos sąveikos su kubo medžiaga (trinties) jėgą pažymėkime $\vec{F}$, o tos sąveikos kube trukmę — τ. Tuomet, remdamiesi (2), galime rašyti:

$$m\vec{v}_2-m\vec{v}_1=(\vec{F}+m\vec{g})\tau.$$

Suprojektavę vektorius į ašį, nukreiptą aukštyn arba žemyn, gauname:

$$m(v_1-v_2)=(F+mg)\tau;$$

iš čia

$$F\tau=m(v_1-v_2-g\tau).$$

Kubas pašoks, jei

$$F>Mg.$$

Sakykime, jis pašokdamas pakyla į aukštį $h\ll a$. Tuomet

$$\tau=\frac{a}{v_{vid}}=\frac{2a}{v_1+v_2}=\frac{2\cdot 0{,}1\text{ m}}{195\text{ m/s}}=10^{-3}\text{ s}$$

$$\text{ir } g\tau\approx 10^{-2}\text{ m/s}\ll v_1-v_2=5\text{ m/s}.$$

Todėl $g\tau$, lyginant su v_1-v_2, galima atmesti. Gauname

$$F=\frac{m(v_1-v_2)}{\tau}=\frac{m(v_1-v_2)(v_1+v_2)}{2a}=\frac{m(v_1^2-v_2^2)}{2a}=49\text{ N},$$

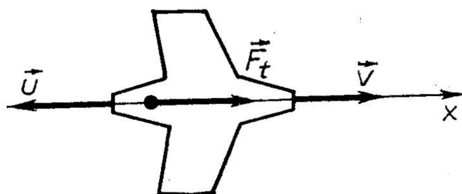
t. y. $F>Mg\approx 1$ N.
Vadinasi, kubas pašoks.

Iš lygties

$$Ma_1=F-Mg$$

galima rasti kubo pagreitį a_1, kai per jį eina kulka, ir nustatyti kubo pakilimo aukštį h. Sužinotume, kad iš tikrųjų $h\ll a$, t. y. mūsų prielaida buvo teisinga.

3. Greičiu v skrendančio reaktyvinio lėktuvo variklis kas sekundę įsiurbia m masę oro, sunaudoja M masę kuro ir degimo produktus išmeta greičiu u lėktuvo atžvilgiu. Raskite variklio galią N.



45 pav.

Sprendimas. Šį kartą m ir M matuojama kg/s, todėl, remdamiesi (2), turime:

$$\vec{F}=m(\vec{v}+\vec{u})-m\cdot 0+M(\vec{v}+\vec{u})-M\vec{v}=m(\vec{v}+\vec{u})+M\vec{u}.$$

Suprojektavę į X ašį (45 pav.), gauname:

$$F_x=mv-(m+M)u.$$

Tai yra degimo produktus veikianti jėga. Jėga, veikianti lėktuvą (variklio traukos jėga),

$$\vec{F}_t=-\vec{F},$$
$$F_{tx}=(m+M)u-mv.$$
$$N=F_{tx}v=(m+M)uv-mv^2.$$

4. Lengvo l ilgio stiklinio vamzdelio, kurio skerspjūvis S, vienas galas užlydytas. Vamzdelis pripildytas pilnas gyvsidabrio ir panardintas į gyvsidabrio rezervuarą. Kokį reikia atlikti mažiausią darbą A, norint visą vamzdelį ištraukti užlydytu galu į viršų iš rezervuaro?

Sprendimas. Jėga, kuria reikia vamzdelį traukti į viršų,

$$F_1=\varrho gSx;$$

čia ϱ — gyvsidabrio tankis, o x — ištrauktos iš rezervuaro vamzdelio dalies ilgis.

$$F_{\text{vid}}=\frac{0+\varrho gSx}{2}=\frac{1}{2}\varrho gSx.$$

Kai $x=l$, $F_{\text{vid}}=\frac{1}{2}\varrho gSl$ ir $A_1=F_{\text{vid}}l=\frac{1}{2}\varrho gSl^2$.

Kai $\varrho gx_1=p_0$ ($x_1=\frac{p_0}{\varrho g}=76$ cm; čia p_0 — atmosferos slėgis), jėga, kuria reikia traukti vamzdelį, pasidaro pastovi:

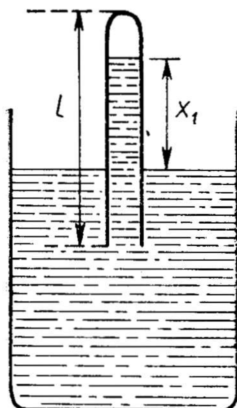
$$F_2=p_0S;$$

jos atliktas darbas

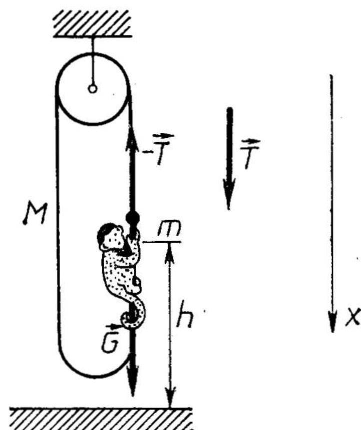
$$A=F_2(l-x_1)=p_0S\left(l-\frac{p_0}{\varrho g}\right) \text{ (46 pav.)}.$$

Visas darbas

$$A_2=\frac{1}{2}\varrho gSx_1^2+A.$$



46 pav.



47 pav.

Įrašę x_1 ir A išraiškas, gauname:

$$A_2=p_0S\left(l-\frac{p_0}{2\varrho g}\right);\ \left(l\geqslant\frac{p_0}{\varrho g}.\right)$$

$$A_1=\frac{1}{2}\varrho gSl^2.\ \left(l\leqslant\frac{p_0}{\varrho g}.\right)$$

5. Už lengvo, nejudančio skridinio užkabinta M masės virvės kilpa. Į vertikalią virvės vietą įsikimba m masės beždžionė, norėdama užlipti virve į viršų. Kokiu pagreičiu a juda virvė, jeigu beždžionė visą laiką lieka tokiame pat aukštyje nuo grindų? Skridinio trinties nepaisykite. Po kiek laiko t_0 beždžionė nebegalės toliau lipti, jei jos galia ne didesnė už N_{max}?

Sprendimas. Sakysime, $\vec{T}$ — jėga, kuria beždžionė veikia virvę (virvės įtempimas). Tuomet jėga, kuria virvė veikia beždžionę, bus $-\vec{T}$ (47 pav.).

$$\begin{cases} mg-T=0, \\ T=Ma; \text{ iš čia} \end{cases}$$

$$a=\frac{m}{M}g.$$

Virvės greitis

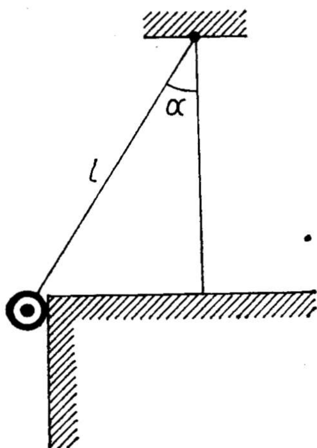
$$v=at=\frac{m}{M}gt$$

ir virvę veikiančios jėgos (beždžionės) galia

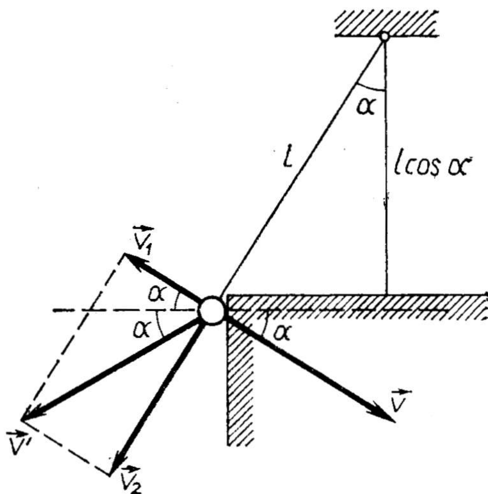
$$N=Tv=mgv=\frac{m^2g^2}{M}t.$$

Kai $t=t_0$, $N=N_{max}$. Todėl

$$t_0=\frac{M}{m^2g^2}N_{max}.$$



48 pav.



49 pav.

Siūlome patiems apibendrinti uždavinį, kai beždžionė juda aukštyn (žemyn) žinomu pagreičiu a_b.

6. Ant l ilgio siūlo pakabintas plieninis rutuliukas iš pradžių atitrauktas iki horizontalios siūlo padėties, po to paleistas. Tuo momentu, kai siūlas su vertikale sudarė $\alpha = 30°$ kampą, rutuliukas atsimušė į nejudančią plieninę plytą prie pat jos viršutinio krašto (48 pav.). Į kokį aukštį h rutuliukas pakils po tampraus smūgio?

Sprendimas. Rutuliukas atsimušė į plytą greičiu $\vec{v}$ kampu α žemyn nuo horizontalės (49 pav.), o atšoko greičiu $\vec{v}'$ taip pat kampu α žemyn nuo horizontalės.

$$v^2 = 2gl\cos\alpha, \quad v' = v.$$

Greitį $\vec{v}'$ išskaidykime:

$$\vec{v}' = \vec{v}_1 + \vec{v}_2, \quad v'^2 = v_1^2 + v_2^2.$$

Energija $\frac{mv_2^2}{2}$ pavirs siūlo įtempimo potencine energija, o

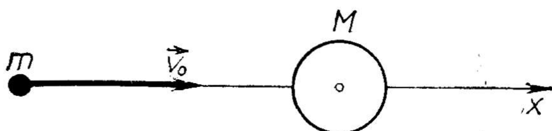
$$\frac{mv_1^2}{2} = mgh;$$

$$v_1^2 = (v'\cos 2\alpha)^2 = (v\cos 2\alpha)^2 = 2gl\cos\alpha\cos^2 2\alpha.$$

Todėl

$$h = \frac{v_1^2}{2g} = l\cos\alpha\cos^2 2\alpha = \frac{\sqrt{3}}{8}\, l.$$

7. Judančio elektrono ir nejudančio protono smūgis yra centrinis ir tiesioginis. Sąveikos jėgos tarp elektrono ir protono pri-



50 pav.

klauso tiktai nuo atstumo tarp jų. Protono masė 1840 kartų didesnė už elektrono masę. Kuri dalis elektrono kinetinės energijos smūgio metu perduodama protonui?

S p r e n d i m a s. Pažymėkime elektrono ir protono masę m ir M, elektrono greitį prieš smūgį $\vec{v}_0$, o elektrono ir protono greičio po smūgio projekcijas X ašyje (50 pav.) v_m ir v_M. Iš uždavinio sąlygos aišku, kad galioja judesio kiekio ir energijos tvermės dėsniai. Todėl

$$\begin{cases} mv_0 = Mv_M + mv_m, \\ \dfrac{mv_0^2}{2} = \dfrac{mv_m^2}{2} + \dfrac{Mv_M^2}{2}. \end{cases}$$

Iš pirmosios lygties gauname:

$$v_m = v_0 - \frac{M}{m} v_M.$$

Įrašę šią išraišką į antrąją lygtį, randame:

$$v_M = \frac{2m}{m+M} v_0.$$

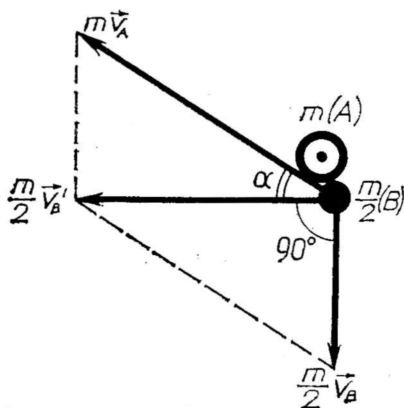
Ieškomą elektrono kinetinės energijos dalį pažymėkime y.

$$y = \frac{Mv_M^2}{mv_0^2} = \frac{4mM}{(m+M)^2} = \frac{1}{460}.$$

Kai $m \ll M$, $y \approx 0$ (energija visai neperduodama).

Kai $m = M$, $y = 1$ (perduodama visa energija). Todėl protonai gerai lėtina neutronus (jų masės beveik lygios).

8. Su nejudančiu m masės rutuliu A susiduria rutulys B, kurio masė $\frac{m}{2}$. Po smūgio rutulys B juda kryptimi, statmena pradinei judėjimo krypčiai. Kokį kampą α po smūgio sudarys rutulio A judėjimo kryptis su pradine rutulio B judėjimo



51 pav.

kryptimi, jeigu smūgis bus tamprus? (XX respublikinė olimpiada, 1972.)

Sprendimas. Sakysime, rutulio B greitis prieš smūgį $\vec{v}'_B$, o po smūgio $\vec{v}_B$; rutulio A greitis po smūgio $\vec{v}_A$. Tuomet

$$\frac{m}{2}\vec{v}'_B=\frac{m}{2}\vec{v}_B+m\vec{v}_A,$$

$$\frac{m}{2}\cdot\frac{v_B'^2}{2}=\frac{m}{2}\cdot\frac{v_B^2}{2}+m\frac{v_A^2}{2}.$$

Iš 51 paveikslo matyti, kad

$$\frac{v_B'^2}{4}+\frac{v_B^2}{4}=v_A^2.$$

Iš paskutiniųjų dviejų lygybių išplaukia, kad

$$v_A=v_B.$$

$$\sin\alpha=\frac{v_B}{2v_A}=\frac{1}{2};\ \alpha=30^\circ.$$

● Uždaviniai

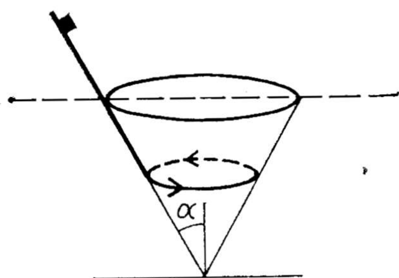
1.4.1. Kodėl žemyn krintančio vandens čiurkšlė į apačią plonėja?

1.4.2. Žiedo, kurio spindulys R, vidiniu paviršiumi juda mažas rutuliukas. Žiedo plokštuma statmena Žemės paviršiui. Judėdamas rutuliukas pasiekia aukštį $\frac{R}{2}$. Kokiu mažiausiu pastovaus didumo pagreičiu vertikalia kryptimi turi pradėti judėti žiedas, kad rutuliukas, judėdamas vidiniu žiedo paviršiumi, pasiektų jo viršutinį tašką? Trinties jėgų nepaisykite. (XXV respublikinė olimpiada, 1977.)

1.4.3. Didelėje geldoje su vandeniu plūduriuoja puodas. Puode prie dugno yra skylė, užkimšta cukriniu kamščiu. Kaip judės puodas, kai kamštis ištirps?

1.4.4. Bėgiais be trinties juda platforma, ant kurios pastatyta patranka. Platformos greitis $v=10$ m/s. Iš patrankos platformos judėjimo kryptimi iššaunamas sviedinys, kuris išlekia $v_m=400$ m/s greičiu platformos atžvilgiu. Koks turi būti sviedinio ir platformos (kartu su patranka) masių santykis, kad platformos greitis sumažėtų 10 kartų? (X respublikinė olimpiada, 1962.)

1.4.5. M masės ir l ilgio pieštukas stovi vertikaliai ant stalo nepastovioje pusiausvyroje. Į viršutinį pieštuko galą pataiko horizontaliai lekianti m masės kulka ir įstringa. Kokiu mažiausiu greičiu v turi judėti kulka, kad apatinis pieštuko galas atsiplėštų nuo stalo?



52 pav.

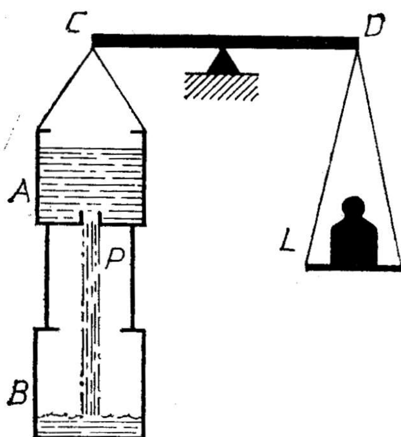
1.4.6. Nedidelis kūnas be pradinio greičio nusileidžia lenktais slidžiais bėgiais taip, kad, patekęs į duobę su slidžiomis sienelėmis, sukasi joje horizontalioje plokštumoje kampiniu greičiu ω (52 pav.). Duobės sienelės sudaro kampą α su vertikale. Iš kokio aukščio nusileido kūnas? (I Pabaltijo ir Baltarusijos olimpiada, 1982.)

1.4.7. Prie karnizo pritvirtinta kvadratinė dekoratyvinė užuolaida, kurios matmenys $1{,}5\times1{,}5$ m, kabo šalia vertikalios sienos. Apatinis užuolaidos kraštas pakeliamas ir sulyginamas su viršutiniu. Po to pakeltasis kraštas paleidžiamas. Raskite karnizą veikiančios jėgos priklausomybę nuo laiko. Užuolaidos masė 3 kg, ji plona ir slidi. (XIX sąjunginė olimpiada, 1985.)

1.4.8. Kosminis laivas, kurio greitis $v=10$ km/s, įskrenda į nejudančių mikrometeorų debesį. Viename kubiniame metre yra 1 mikrometeoras ($n=1$). Kiekvieno mikrometeoro masė $m_0=2\cdot10^{-5}$ kg. Kiek turėtų padidėti variklių traukos jėga, kad kosminio laivo greitis nepasikeistų? Laivo skerspjūvio plotas $S=49$ m^2. Mikrometeorų smūgiai į laivą yra plastiniai.

1.4.9. 2 kg masės tašelis pradeda judėti slidžiu stalu, veikiamas 6 N jėgos. Po 3 s nestabdomas tašelis padalijamas į dvi lygias dalis, ir nuo to momento minėta jėga pradeda veikti tik vieną dalį. Koks bus atstumas tarp padalytų tašelio dalių po 2 s?

1.4.10. Vienoje dėžutėje yra medus, o kitoje — vanduo. Kada kulka, pramušusi dvi vienodas dėžutes, nulėks toliau: kai iš pradžių pataikys į dėžutę su vandeniu ar į dėžutę su medumi? Nagrinėkite atvejį, kai pasipriešinimo kulkai jėga F_p yra proporcinga jos greičiui.



53 pav.

1.4.11. Kokia jėga F_1 gyvatė spaudžia žemę, kai, ruošdamasi įgelti, kelia galvą vertikaliai aukštyn pastoviu greičiu v? Gyvatės masė m, o ilgis l. Iš pradžių ji buvo susiraičiusi į kamuolį.

1.4.12. G. Galilėjus (1564—1642), norėdamas išmatuoti smūgio jėgą, sugalvojo atlikti tokį bandymą. Prie indo su vandeniu A (53 pav.), kurio dugne buvo nedidelis užkimštas plyšys P, jis pririšo antrą indą B ir visa tai pritvirtino

prie svarstyklių svirties galo C. Ant svarstyklių lėkštelės L jis padėjo svarstį, atsveriantį abu indus su vandeniu ir virvutėmis.

Galilėjus tikėjosi, kad vandens čiurkšlė, trykštanti iš indo A, atkimšus jame plyšį P, krisdama į indą B, suteiks jam smūgio impulsą, ir svirties galas C dėl to nusvirs į apačią. Papildomas svarstis, kurį tektų uždėti ant lėkštelės L pusiausvyrai atstatyti, padėtų išmatuoti vandens smūgio jėgą. Tačiau svarstyklės, didelei Galilėjaus nuostabai, liko pusiausviros (iš pat pradžių jos net šiek tiek pakrypo galu D žemyn!). Kaip paaiškinti šitą efektą?

1.4.13. Dvi vienodos raketos yra vienodai nutolusios nuo Žemės paviršiaus, tačiau viena leidžiasi, o kita kyla pastoviu greičiu v. Dujų greitis raketų atžvilgiu yra u. Kurios raketos variklis galingesnis? Kam lygi galia N, kai raketos masė M?

1.4.14. Įkritusi į $s=5$ m gylio duobę, $m=1$ kg masės katė traukiama virve į viršų pastoviu $v_0=1$ m/s greičiu. Kaip pasikeistų katei ištraukti reikalingas darbas, jeigu ji dar liptų virve į viršų $a=0{,}1$ m/s^2 pagreičiu?

1.4.15. Ant horizontalių grindų padėta m masės ir l ilgio lenta. Trinties į grindis koeficientas yra μ. Kokį darbą A reikia atlikti, pasukant lentą mažu kampu α?

1.4.16. Dešimt skruzdėlių nutarė nutempti nuo stalo šiaudą. Kaip joms pasielgti, jeigu jėga, kuria gali traukti šiaudą viena skruzdėlė, yra truputį mažesnė už $\frac{1}{10}$ dalį šiaudo trinties į stalą jėgos? Pakelti šiaudo skruzdėlės nepajėgia.

1.4.17. Du moliniai kamuoliukai, kurių masė $m_1=200$ g ir $m_2=250$ g, lėkdami $v_1=25$ m/s ir $v_2=30$ m/s greičiu $\alpha=120°$ kampu vienas į kitą, susiduria. Raskite šilumos kiekį, išsiskiriantį plastinio smūgio metu. (XXXI respublikinė olimpiada, 1983.)

1.4.18. Plonas metalinis žiedas juda nuožulniąja plokštuma žemyn. Vieną kartą jis slysta, neveikiamas trinties jėgos, kitą kartą leidžiasi iš to paties aukščio, veikiamas rimties trinties jėgos. Kuriuo atveju ir kiek kartų žiedo greitis nuožulniosios plokštumos apačioje bus didesnis? Oro pasipriešinimo nepaisykite. (XXV respublikinė olimpiada, 1977.)

1.4.19. Du automobiliai, kurių variklių galia N_1 ir N_2, gali važiuoti greičiu v_1 ir v_2. Koks bus standžiai sujungtų automobilių greitis v?

1.4.20. Kiek kartų mažiau energijos reikia suteikti palydovui, kad jis galėtų skrieti apskritimine orbita aplink Mėnulį, negu palydovui, judančiam analogiška orbita aplink Žemę? Abiejų palydovų masės lygios, pradiniai greičiai horizontalūs, orbitos artimos atitinkamai Mėnulio arba Žemės paviršiui. Žemės atmosferos nepaisykite. Mėnulio masė 81,5 karto mažesnė už Žemės masę, o spindulys sudaro 0,272 Žemės spindulio.

1.4.21. Raskite m masės kūno, esančio Žemės viduje, potencinę energiją U_r, tardami, kad ten visuotinės traukos jėgos didumas $F=kmr$ ir kad potencinė energija Žemės centre $U_0=0$ (r — atstumas iki Žemės centro, k — proporcingumo koeficientas).

1.4.22. Automobilio, važiuojančio greičiu v, vairuotojas atstumu a prieš save staiga pamatė plačią sieną. Kas naudingiau: stabdyti ar pasukti?

1.4.23. Neaukštas tuščiaviduris, plonasienis cilindras, kurio spindulys R, įsukamas apie savo ašį iki kampinio greičio ω ir padedamas galu ant plokštumos. Trinties tarp cilindro ir plokštumos koeficientas lygus μ. Po kiek laiko t cilindras nustos sukęsis?

1.4.24. Rogutės, šliuožiančios horizontaliu keliu $v=6$ m/s greičiu, užvažiuoja ant asfalto, kurio trinties koeficientas $\mu=1$. Rogučių šliužių ilgis $L=2$ m. Kokį kelią s rogučių priekis nuvažiuos asfaltu, kol sustos?

1.4.25. Sunki virvė pakabinta už vieno galo. Į virvės kilpą įstatytas lankas (54 pav.). Kokiu pagreičiu a jis kris? Trinties nepaisykite.

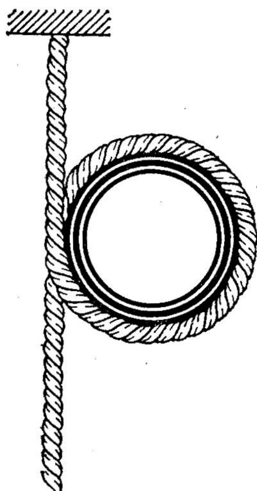
1.4.26. Du standūs lengvi l ilgio strypai sujungti lanksta. Strypų galuose pritvirtinti m ir $2m$ masės rutuliai, o lankstos masė lygi m (55 pav.). Strypai suglausti ir pastatyti vertikaliai ant slidaus stalo. Paleisti rutuliai pradeda slinkti į šalis. Koks bus lankstos greitis, prieš pat atsimušant jai į stalą?

1.4.27. Horizontaliu paviršiumi greičiu v judančio m masės kūno kelyje yra neįtvirtintas kalnelis, kurio nuolydžio kampas kinta nuo tam tikros didžiausios vertės viršūnėje iki nulio apačioje. Kiek pakils kūnas į kalnelį, jeigu kalnelio masė M ir jis juda greičiu $2v$ prieš kūno judėjimo kryptį? Trinties nepaisykite. (XXXI respublikinė olimpiada, 1983.)

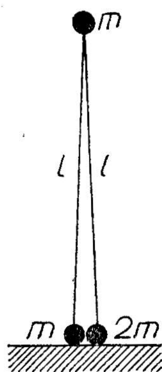
1.4.28. Tamprios vielos viršutinis galas įtvirtintas. Jos apatiniame gale pakabintas m masės pasvaras. Dėl to viela pailgėja dydžiu Δl. Parodykite, kad pasvaro potencinė energija V sumažėja du kartus daugiau, negu padidėja vielos potencinė energija U. Kaip tai derinasi su energijos tvermės dėsniu?

1.4.29. Lėktuvas leidžiasi ant lėktuvnešio denio, turėdamas $v=100$ km/h greitį. Užsikabinęs už tamprausstabdymo lyno, lėktuvas iki sustojimo nuvažiuoja $L=$ $=50$ m. Apskaičiuokite perkrovą R, jeigu tįstančio lyno standumas k nekinta.

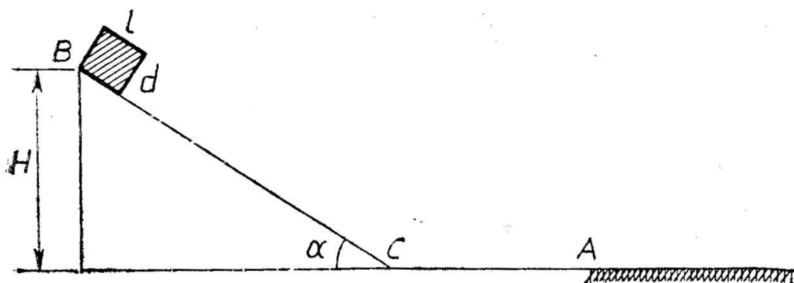
1.4.30. Inde yra du nesimaišantys skirtingų skysčių sluoksniai. Jų tankis ir storis atitinkamai yra ϱ_1, ϱ_2, h_1, h_2. Nuo skysčio paviršiaus į indą paleidžiamas mažas aptakus kūnas, kuris



54 pav.



55 pav.



56 pav.

dugną pasiekia tuo momentu, kai jo greitis tampa lygus nuliui. Iš kokio tankio ϱ medžiagos padarytas kūnas?

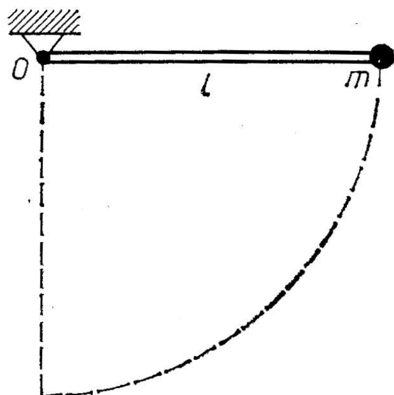
1.4.31. Indas, kurio aukštis H, sklidinas neklampaus skysčio ir pastatytas ant stalo. Indo sienelėje įvairiame aukštyje yra skylučių. Pro kurią skylutę tekančio skysčio srovelė pasieks stalą toliausia nuo indo?

1.4.32. Futbolininkas įmušė 11 metrų baudinį tiksliai po vartų skersiniu. Vartų aukštis $h=2{,}5$ m, kamuolio masė $m=0{,}5$ kg. Kokią mažiausią energiją reikėjo suteikti kamuoliui? Oro pasipriešinimo nepaisykite. (XIX sąjunginė olimpiada, 1985.)

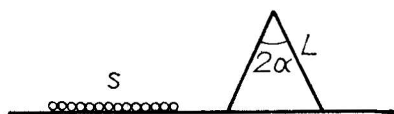
1.4.33. Neutronas lengvai praeina pro švino sluoksnį, tačiau susilaiko tokiame pat parafino, vandens arba kitos medžiagos, turinčios vandenilio, sluoksnyje. Paaiškinkite, kodėl? (P. Kapicos uždavinys.)

1.4.34. Slidžia nuožulniąja plokštuma šliuožia nedidelis vienalytis l ilgio ir d aukščio kūnas (56 pav.). Taške A prasideda šiurkštus paviršius, kurio trinties su šliuožiančiu kūnu koeficientas yra μ. Išnagrinėkite kūno judėjimą. (XXX respublikinė olimpiada, 1982.)

1.4.35. m masės rutuliukas pritvirtintas prie l ilgio strypo, kuris gali laisvai suktis apie horizontalią ašį O (57 pav.). Strypas patraukiamas į horizontalią padėtį ir be pradinio greičio paleidžiamas judėti. Tuo momentu, kai strypas yra vertikalus, pakaba O ima kristi pagreičiu $\vec{a}=\vec{g}$. Praslinkus nuo to momento laikui $t=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{2g}}$, ji ima kilti aukštyn pagreičiu $\vec{a}_1=-\vec{g}$. Apibūdinkite rutuliuko judėjimą pakabos atžvilgiu. Strypo masės nepaisy-



57 pav.



58 pav.

kite. (XXIV respublikinė olimpiada, 1976.)

1.4.36. Ant horizontalios plokštumos (58 pav.) guli s ilgio grandinėlė. Kokį mažiausią greitį reikia suteikti grandinėlei, kad, slysdama be trinties, ji įveiktų lygiašonio trikampio formos kliūtį? Trikampio viršūnės kampas 2α, šoninės kraštinės ilgis L. (XXXII respublikinė olimpiada, 1984.)

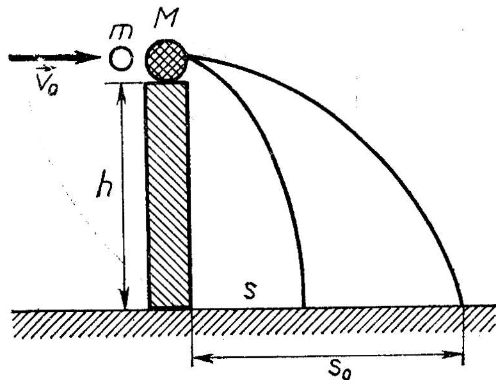
1.4.37. $v_0=500$ m/s greičiu horizontaliai skriejusi $m=10$ g masės kulka peršovė $M=200$ g masės kūną, padėtą ant $h=5$ m aukščio stulpo, per centrą (59 pav.). Kūnas nukrito $s=20$ m atstumu nuo stulpo. Kokiu atstumu s_0 nukrito kulka? Kuri dalis kulkos mechaninės energijos pavirto šilumine energija? Oro trinties nepaisykite. (I tarptautinė olimpiada, 1967.)

1.4.38. Horizontaliu vieliniu žiedu gali be trinties slysti du karoliukai, kurių masė m_1 ir m_2. Karoliukai surišti siūlu, ir tarp jų suspausta spyruoklė. Siūlą nudeginus, karoliukai pajudėjo ir spyruoklė iškrito. Kurioje žiedo vietoje karoliukai susidurs 11-tą kartą? Karoliukų smūgiai absoliučiai tamprūs.

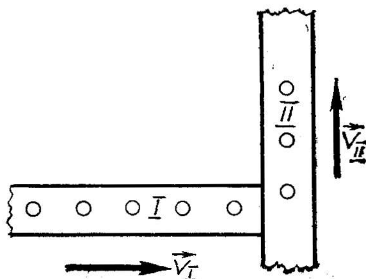
1.4.39. Du elektronai yra l atstumu vienas nuo kito. Vieno greitis lygus nuliui, o kito greitis $\vec{v}$ nukreiptas smailiu kampu α į liniją, jungiančią abu elektronus. Koks bus kampas β tarp elektronų greičių $\vec{v}_1$ ir $\vec{v}_2$, kai atstumas tarp jų bus vėl lygus l?

1.4.40. Gamykloje detalės juda transporteriais (60 pav.). Nepaisant detalių matmenų ir tariant, kad jos nuo I transporterio ant II patenka be smūgių, išnagrinėkite tokią situaciją.

Iš pradžių abu transporteriai juda tuo pačiu greičiu v_0, ir detalės, patekusios ant II transporterio, sustoja tiksliai jo viduryje. Dėl tam tikrų priežasčių prireikė II transporterio greitį padidinti 3 kartus. Jaunas nepatyręs inžinierius tai padarė, nepakeitęs I transporterio greičio. Kas dėl to atsitiko ceche?



59 pav.



60 pav.

2. MOLEKULINĖ FIZIKA

2.1. MOLEKULINĖS KINETINĖS TEORIJOS PAGRINDAI

Vidurinės mokyklos fizikos kurse po mechanikos nagrinėjami šiluminiai reiškiniai, vykstantys makroskopiniuose kūnuose, o skyrius, kuris tiria šiluminius ir kartu mechaninius procesus, vadinamas molekuline fizika.

1. Pirmiausia supažindinama su reiškiniais ir dydžiais, apibūdinančiais molekulinę medžiagos sandarą. Juos nagrinėja molekulinė kinetinė teorija.

Santykinė molekulinė masė

$$M_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12} m_{0C}}; \tag{1}$$

čia m_0 — medžiagos molekulės (atomo, jono) masė, m_{0C} — anglies atomo masė.

Medžiagos kiekis matuojamas moliais (mol) ir išreiškiamas taip:

$$\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M} = \frac{V}{V_m}. \tag{2}$$

Šiose lygybėse N — molekulių, atomų arba jonų skaičius, $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1} — Avogadro skaičius, m — medžiagos masė (kg), M — molio masė (kg/mol), V — dujų tūris normaliomis sąlygomis (kai temperatūra $t = 0$ °C, slėgis $p = 1$ atm $= 760$ mm Hg $= 101{,}3$ kPa), $V_m = 22{,}4$ l/mol $= 22{,}4 \cdot 10^{-3}$ m^3/mol — dujų molio tūris normaliomis sąlygomis.

Molio masę galima išreikšti:

$$M = m_0 N_A = 10^{-3} M_r \text{ kg/mol}. \tag{3}$$

2. Idealiosios dujos — tai tokios įsivaizduojamos dujos, kurių molekulės yra be galo mažų matmenų, sąveikauja trumpais smūgiais ir kitokios jėgos jų neveikia. Vidurinėje mokykloje, einant fizikos kursą, neretai sprendžiami uždaviniai su realiosiomis dujomis ir taikoma idealiųjų dujų būsenos lygtis. Reikia žinoti, kad tokiu atveju sprendimas yra tiktai apytikslis.

Pagal idealiųjų dujų molekulinę kinetinę teoriją dujų molekulės juda netvarkingai, į indo sieneles sudarydamos slėgį

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \overline{v^2}, \tag{4}$$

arba

$$p=\frac{2}{3}n\bar{E}; \qquad (5)$$

čia

$$n=\frac{N}{V} \qquad (6)$$

yra molekulių koncentracija, m_0 — molekulės, atomo, jono masė, $\overline{v^2}$ — greičio kvadrato vidurkis, $\bar{E}$ — vidutinė kinetinė dalelės energija, kuri lygi

$$\bar{E}=\frac{3}{2}kT. \qquad (7)$$

T — absoliutinė temperatūra (K), $k=1,38\cdot10^{-23}$ J/K — Bolcmano konstanta. Ją galime išreikšti taip:

$$k=\frac{2}{3}\frac{\bar{E}}{T},\ k=\frac{2}{3}\frac{\Delta\bar{E}}{\Delta T}. \qquad (8)$$

Ši lygybė atskleidžia k fizikinę prasmę: Bolcmano konstanta k lygi $\frac{2}{3}$ molekulės kinetinės energijos pokyčio, temperatūrai pakitus vienu laipsniu.

(4) ar (5) lygybė vadinama pagrindine molekulinės kinetinės dujų teorijos lygtimi. Iš (5) lygties matyti, kad idealiųjų dujų slėgis proporcingas molekulių vidutinės kinetinės energijos tankiui $n\bar{E}$.

Iš (5) ir (7) lygties gaunama kita slėgio išraiška:

$$p=nkT. \qquad (9)$$

Iš (4), (5) ir (7) lygties turime:

$$\bar{v}=\sqrt{\frac{3kT}{m_0}}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}; \qquad (10)$$

čia

$$R=kN_A=8,31\ \text{J/(mol}\cdot\text{K)} \qquad (11)$$

yra universalioji (molinė) dujų konstanta.

3. Iš (9), (11), (6) ir (2) lygybės gauname:

$$pV=\nu RT, \qquad (12)$$

arba

$$pV=\frac{m}{M}RT. \qquad (13)$$

Tai yra Mendelejevo ir Klapeirono lygtis. Ji išreiškia tam tikros masės m ir rūšies (M) dujų vieną fiksuotą būseną. Tam tikram žinomos rūšies dujų kiekiui galima parašyti Klapeirono lygtį

$$\frac{pV}{T}=\text{const}. \qquad (14)$$

Dviejų būsenų dujų

$$\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}. \quad (15)$$

Ši lygybė išreiškia bendrą idealiųjų dujų būsenos kitimo procesą.

Kurį nors vieną dydį laikydami pastoviu, gauname dalinius dujų būsenos kitimo procesus:

1) kai $T=\text{const}$ (izoterminis procesas),

$$p_1V_1=p_2V_2 \text{ (Boilio ir Marioto dėsnis)}; \quad (16)$$

2) kai $p=\text{const}$ (izobarinis procesas),

$$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2} \text{ (Gei-Liusako dėsnis)}; \quad (17)$$

3) kai $V=\text{const}$ (izochorinis procesas),

$$\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2} \text{ (Šarlio dėsnis)}. \quad (18)$$

Kartais taikomos ir eksperimentais gautos Gei-Liusako ir Šarlio dėsnių formulės:

$$V=V_0(1+\alpha t), \quad (19)$$

$$p=p_0(1+\gamma t). \quad (20)$$

Šiose formulėse V_0 ir p_0 — 0°C temperatūros dujų tūris ir slėgis, t — dujų temperatūra (°C), α — temperatūrinis tūrio plėtimosi koeficientas, γ — temperatūrinis slėgio koeficientas. Jų vertės yra:

$$\alpha=\gamma=\frac{1}{273}\,\text{K}^{-1}. \quad (21)$$

Iš (19), (20) ir (21) gaunamos formulės:

$$V=V_0\alpha T, \quad (22)$$

$$p=p_0\gamma T. \quad (23)$$

▲ Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Kambaryje iškūrenus krosnį, temperatūra pakilo nuo $t=15°\text{C}$ iki $t_1=27°\text{C}$. Kiek procentų m sumažėjo molekulių skaičius kambaryje?

Sprendimas. Molekulių koncentracija prieš kūrenimą

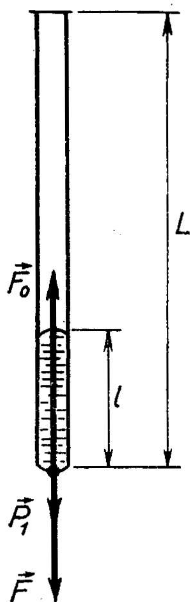
$$n=\frac{p}{kT}, \quad (1)$$

o iškūrenus

$$n_1=\frac{p}{kT_1}. \quad (2)$$

Kai atmosferos slėgis nekinta, oro slėgis p kambaryje taip pat nekinta. Pakilus temperatūrai, molekulių koncentracija sudaro $\frac{n_1}{n}$ dalį buvusios koncentracijos. Molekulių skaičius sumažėja daliml

$$m=1-\frac{n_1}{n}. \quad (3)$$



61 pav.

Iš (1)—(3) lygties turime:

$$m=\frac{T_1-T}{T_1}=\frac{300\ \text{K}-288\ \text{K}}{300\ \text{K}}=0{,}04=4\ \%.$$

2. Izotermiškai suspaustų dujų tūris sumažėja 1 l, o slėgis padidėja 20 %. Kiek procentų padidėtų slėgis, sumažėjus tūriui 2 l?

S p r e n d i m a s. Sąlygoje lyginamos trys dujų būsenos: pradinė ir dvi naujos. Pagal Boilio ir Marioto dėsnį

$$pV=p_1V_1 \qquad (1)$$

ir

$$pV=p_2V_2. \qquad (2)$$

Algebrinis sprendimas painus, todėl panašiais atvejais racionalu atlikti tarpinius dydžių skaičiavimus. Įrašę vertes į (1) lygtį, turime: $pV=1{,}2p(V-1)$; iš čia $V=6$ l. Iš (2) lygties gauname: $p\cdot 6=(p+\Delta p)(6-2)$. Išsprendę randame $\frac{\Delta p}{p}=0{,}5=50\ \%$.

3. Atviras cilindrinis $L=80$ cm ilgio vamzdelis iki pusės vertikaliai panardinamas į gyvsidabrį. Po to viršutinis vamzdelio galas uždengiamas ir visas vamzdelis ištraukiamas į viršų. Vamzdelyje lieka $l=22$ cm ilgio gyvsidabrio stulpelis. Kam lygus atmosferos slėgis p_0?

S p r e n d i m a s. Kai sprendžiame panašius uždavinius, patogu ieškoti atsakymo, nagrinėjant jėgų pusiausvyrą. Analizuojame, kokios jėgos veikia ištrauktame vamzdelyje likusio gyvsidabrio apatinį paviršių (61 pav.). Į viršų veikia atmosferos slėgio p_0 jėga $\vec{F}_0$, žemyn — vamzdelyje esančio oro slėgio p jėga $\vec{F}$ ir gyvsidabrio stulpelio svoris $\vec{P}_1$. Esant pusiausvyrai, $\vec{F}_0+\vec{F}+\vec{P}_1=0$, arba skaliariškai $F_0-F-P_1=0$. Padaliję iš vamzdelio skerspjūvio ploto S, gauname:

$$p_0-p-p_1=0; \qquad (1)$$

čia $p_1=22$ cm Hg.

Slėgį p randame pagal Boilio ir Marioto dėsnį. Imame dvi vamzdelyje esančio oro būsenas: vieną, kai atviras vamzdelis iki pusės panardintas gyvsidabryje, antrą, kai vamzdelis ištrauktas:

$$p_0\frac{L}{2}S=p(L-l)S. \qquad (2)$$

Iš (1) ir (2) lygties gauname:

$$p_0=p_1\frac{L-l}{L-2l}=71\ \text{cm Hg}.$$

Reikia atkreipti dėmesį į tai, kad, sprendžiant uždavinį, neatsižvelgta į gyvsidabrio garų slėgį, kapiliarines jėgas.

4. $V_1=20$ l talpos balionas pilnas suspausto oro. Esant $t_1=20°C$ temperatūrai, manometras rodo $p_1=12$ MPa slėgį. Kokį tūrį V vandens baliono suspaustu oru galima išstumti iš cisternos povandeninio laivo, esančio 30 m gylyje, kai temperatūra $t_2=5°C$? 10 m gylio jūros vandens slėgį laikykite lygiu 100 kPa.

S p r e n d i m a s. Rašome dujų būsenos lygtį pradiniu ir galutiniu būsenos kitimo momentu:

$$\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}. \tag{1}$$

Joje

$$p_2=p_0+p \tag{2}$$

(p_0 — atmosferos slėgis, p — vandens slėgis),

$$V_2=V_1+V. \tag{3}$$

Iš (1), (2) ir (3) lygties gauname:

$$V=V_1\frac{p_1T_2-pT_1-p_0T_1}{T_1(p+p_0)}.$$

$$V=20\ \text{l}\,\frac{12\cdot10^6\ \text{N/m}^2\cdot278\ \text{K}-\frac{30}{10}\cdot10^5\ \text{N/m}^2\cdot293\ \text{K}-10^5\ \text{N/m}^2\cdot293\ \text{K}}{293\ \text{K}\left(\frac{30}{10}\cdot10^5\ \text{N/m}^2+10^5\ \text{N/m}^2\right)}=$$

$$=548\ \text{l}.$$

● Uždaviniai

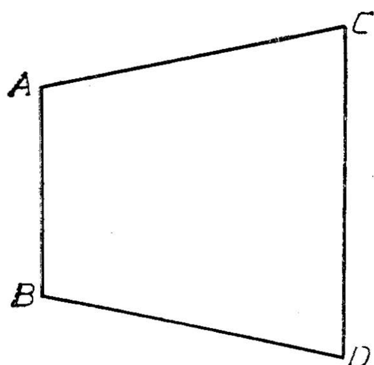
2.1.1. Į $h=100$ m gylio ir $S=10$ km^2 ploto ežerą įmestas valgomosios druskos (NaCl) kristalas, kurio masė $m=0{,}01$ g. Koks skaičius N_1 šios druskos molekulių bus $V_0=2$ cm^3 tūrio antpirštyje vandens, pasemto iš šio ežero? Laikykite, kad ištirpusi druska vienodai pasklido ežere.

2.1.2. Uždarame kubiniame inde, kurio briaunos ilgis $l=1$ cm, yra N dujų molekulių. Kubo sienelės tokios, kad dujų molekulės, patekusios ant sienelės, lieka $\tau=10^{-2}$ s. Apskaičiuokite, kiek dujų molekulių yra ant sienelių. Indas kambario temperatūros.

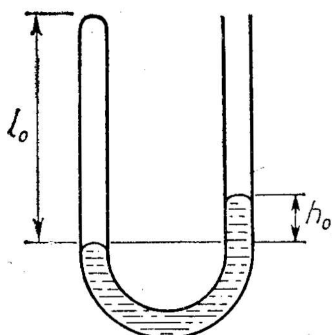
2.1.3. Iš baliono, kuriame yra stipriai praretintų kalio garų, pro ploną horizontalų vamzdelį išlekia pluoštas atomų. Apskaičiuokite garų temperatūrą, jei, $l=50$ cm lėkdami horizontaliai, atomai pasislenka vertikalia kryptimi vidutiniškai $h=3{,}2$ μm.

2.1.4. Dujų slėgį pakeitus $\Delta p=2$ at, tūris pasikeičia $\Delta V=3$ l. Pakeitus slėgį $\Delta p_1=5$ at, tūris pakinta $\Delta V_1=5$ l. Koks buvo dujų tūris V ir slėgis p? Dujų temperatūra nekito.

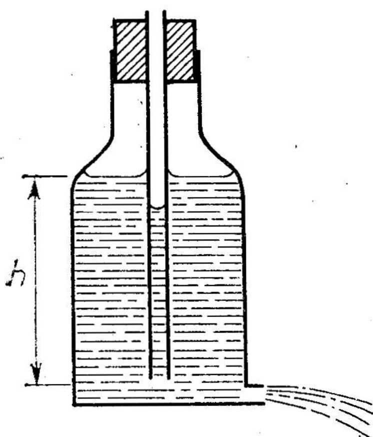
2.1.5. Nupjauto kūgio formos indas pripildytas suspaustų dujų (62 pav.). Ar lygios dujų slėgimo į sieneles AB ir CD jėgos? Jeigu jėgos nelygios, tai kodėl indas neįgyja pagreičio didesniosios jėgos kryptimi?



62 pav.



63 pav.



64 pav.

2.1.6. Iki kokio slėgio pripūstas tuščias $V=3$ l tūrio futbolo kamuolys, jei siurblio spaudimų skaičius $n=40$? Kiekvieną kartą siurblys paima $V_0=150$ cm³ oro. Atmosferos slėgis $p_0=100$ kPa.

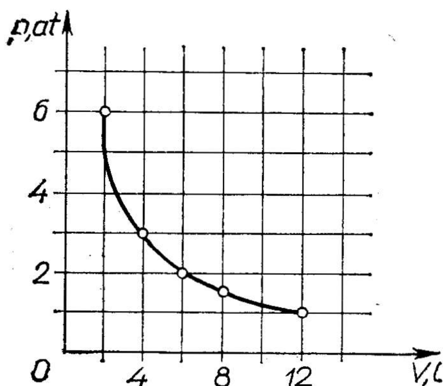
2.1.7. Siurblio kameros tūris V_0. Per kiek siurblio darbo ciklų galima praretinti V tūrio inde esančias dujas nuo slėgio p iki slėgio p_n? Temperatūrą laikykite pastovia.

2.1.8. Vienu galu uždarame siaurame L ilgio vamzdelyje yra oro, atskirto nuo aplinkos oro h aukščio gyvsidabrio stulpeliu. Gyvsidabrio tankis ρ. Vamzdelis pastatytas atviru galu aukštyn. Koks vamzdelio oro stulpelio ilgis l, jei, apvertus vamzdelį atviru galu žemyn, iš jo išbėgo pusė gyvsidabrio? Atmosferos slėgis lygus p_0.

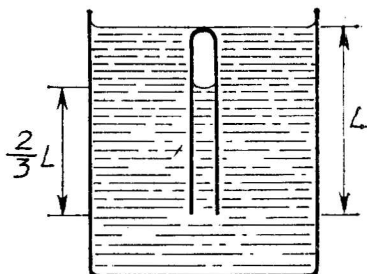
2.1.9. Į gyvsidabrinį barometrą pateko oro pūslytė, todėl jis rodo slėgį, mažesnį negu paprastai. Esant $p_0=768$ mm Hg atmosferos slėgiui, barometras rodo $p_h=748$ mm Hg ir gyvsidabrio lygis jame yra $l=80$ mm nuo viršutinio vamzdelio galo. Koks tikrasis atmosferos slėgis, jei barometras rodo $p'_h=734$ mm Hg? Oro temperatūra pastovi. (XVIII respublikinė olimpiada, 1970 m.)

2.1.10. Plonasienė stiklinė, kurios masė $m=50$ g, nardinama į vandenį vertikaliai dugnu į viršų. Stiklinės aukštis $h=10$ cm, dugno plotas $S=20$ cm². Į kokį mažiausią gylį reikia panardinti stiklinę, kad ji nuskęstų? Atmosferos slėgis p_0 normalus. Vandens garų slėgio stiklinėje ir jos sienelių storio nepaisykite.

2.1.11. U formos vamzdelyje (63 pav.) oro stulpelio aukštis $l_0=300$ mm, o gyvsidabrio stulpelio aukštis $h_0=110$ mm. Į deši-



65 pav.



66 pav.

niąją pusę dar įpilta tiek gyvsidabrio, kad jo lygis pakilo 40 mm. Kiek pakilo gyvsidabrio lygis kairiojoje pusėje? Atmosferos slėgis lygus 760 mm Hg.

2.1.12. Pro kamštį į butelį su vandeniu įkištas atviras vamzdelis, kuris nesiekia indo dugno (64 pav.) (Marioto indas). Nubraižykite oro slėgio p inde priklausomybės nuo ištekėjusio vandens masės m grafiką.

2.1.13. Du $V_1=3$ l ir $V_2=5$ l tūrio indai pripildyti oro, kurio slėgis $p_1=800$ kPa ir $p_2=600$ kPa. Po to indai sujungti plonu vamzdeliu, į kurio tūrį galima neatsižvelgti. Raskite pilnutinį slėgį, jei oro temperatūra induose buvo ir liko vienoda.

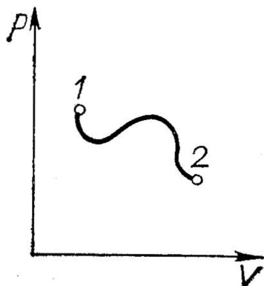
2.1.14. 65 paveiksle pavaizduota 0°C temperatūros dujų izotermė. Nubraižykite izotermę, kai tos pačios masės dujos yra 54,6°C temperatūros.

2.1.15. Vienu galu užlydytas L ilgio cilindrinis vamzdelis vertikaliai panardintas į vandenį taip, kad jo užlydytas galas siekia vandens paviršių (66 pav.). Kai oro vamzdelyje ir vandens temperatūra susilygino, paaiškėjo, kad vanduo užima $\frac{2}{3}$ vamzdelio. Raskite pradinę oro vamzdelyje temperatūrą, jei vandens temperatūra T ir atmosferos slėgis p_0.

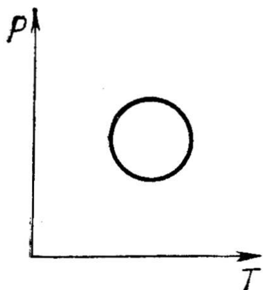
2.1.16. Kokia yra vienodo kiekio ir tos pačios temperatūros deguonies ir vandenilio izotermių santykinė padėtis V ir p, T ir p, T ir V koordinačių sistemoje?

2.1.17. 67 paveiksle parodyta dujų proceso diagrama. Nustatykite, kaip pasikeitė iš *1* būsenos į *2* perėjusių dujų temperatūra. Dujų masė nekinta.

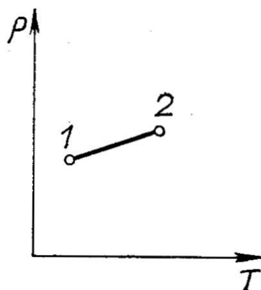
2.1.18. 68 paveiksle pavaizduota dujų proceso diagrama. Kokios būsenos to paties kiekio dujų tūris didžiausias, kokios —



67 pav.



68 pav.



69 pav.

mažiausias? Kas grafiškai vaizduoja V=const, kai m=const?

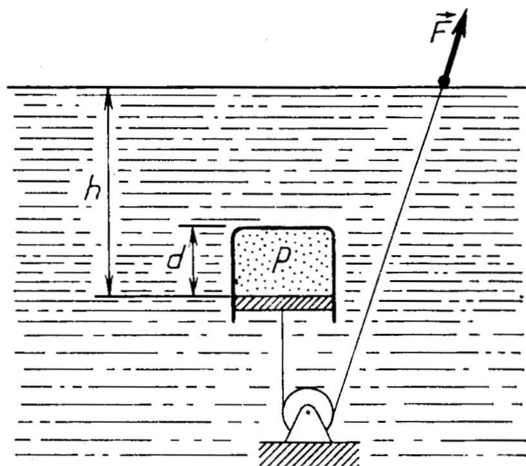
2.1.19. Anglies ir vandenilio junginio garų tankis 2,5 kg/m^3, temperatūra 10°C ir slėgis 760 mm Hg. Kokia junginio molekulinė formulė?

2.1.20. Izochoriškai šildant dujas, gauta p priklausomybė nuo T (69 pav.). Kas įvyko su dujomis?

2.1.21. Cilindrinis $L=85$ cm ilgio indas lengvai judančiu stūmokliu padalytas į dvi dalis. Viena dalis pripildyta deguonies, o kita — tokios pat masės vandenilio. Kokioje padėtyje turi būti stūmoklis, kad slėgis abiejose cilindro dalyse būtų vienodas?

2.1.22. $T_1=200$ K temperatūros tam tikro kiekio vandenilio slėgis $p_1=400$ Pa. Dujas įkaitinus iki $T_2=10^4$ K temperatūros, vandenilio molekulės suskilo į atomus. Apskaičiuokite dujų slėgį p_2, jei jų tūris ir masė nepakito.

2.1.23. Azoto molekulės skersmuo apytiksliai lygus $D=$ $=3\cdot10^{-10}$ m. Kokia dalis dujų užimamo tūrio tenka pačių mo-



70 pav.

lekulių tūriui $t=0°C$ temperatūroje, kai slėgis $p_0=1$ atm ir $p_1=$ $=50$ MPa? Laikykite, kad molekulės yra rutulio formos, o dujos idealiosios.

2.1.24. Cilindre, uždarytame nesvariu S ploto stūmokliu, yra atmosferos slėgio p_0 dujos. Dujų tūris lygus V_0. Visas cilindras panardinamas į ρ_0 tankio vandenį, kaip parodyta 70 paveiksle. Raskite stūmoklio atstumą h nuo vandens paviršiaus, jei prie stūmoklio pririštą virvutę veikia jėga $\vec{F}$.

2.1.25. Dujų pripildytas l ilgio cilindrinis bakas pagreičiu a juda ilgio kryptimi. Raskite dujų tankio prie užpakalinės ir priekinės bako sienelės skirtumą $\Delta\rho$. Nejudančių dujų tankis ρ_0, molio masė M, temperatūra T. Į dujų sunkį nekreipkite dėmesio.

2.1.26. Kaip pasikeis iš baliono pro mažą skylutę ištekančių dujų greitis, padidinus jų temperatūrą 4 kartus, o slėgį 8 kartus?

2.1.27. Kosminiam ryšiui naudojamas $V=100$ m^3 tūrio dirbtinis palydovas, pripildytas oro normaliomis sąlygomis. Meteoritas pramuša palydove $S=1$ cm^2 ploto skylutę. Per kiek laiko slėgis palydove pasikeis $k=1\%$? Temperatūrą laikykite pastovia.

2.2. ŠILUMINIAI REIŠKINIAI. PIRMASIS TERMODINAMIKOS DĖSNIS

1. Kūnų sistemos būsena gali kisti, atliekant darbą ir vykstant šilumos apykaitai su aplinka. Darbas, atliktas, vykstant dujų izobariniam procesui, lygus

$$A=p\Delta V;$$

čia $\Delta V=V_2-V_1$ (V_1 — pradinis tūris, V_2 — galinis tūris).

Praktiškai svarbu žinoti darbą, kurį atlieka nagrinėjamoji kūnų sistema (dujos), įveikdama aplinkos jėgų pasipriešinimą, taip pat darbą, kurį atlieka išorinės jėgos sistemos atžvilgiu. Kai darbą atlieka besiplečiančios dujos, $\Delta V>0$ ir darbas yra teigiamas, o kai darbą atlieka išorinės jėgos, $\Delta V<0$ ir darbas dujų atžvilgiu yra neigiamas.

Kūnų sistemai suteiktas šilumos kiekis

$$Q=cm\Delta t \quad (1)$$

arba

$$Q=cm\Delta T; \quad (2)$$

čia c — kūno specifinė šiluma (matuojama J/(kg·K)), m — jo masė, $\Delta t=t_2-t_1$ (Celsijaus skalėje), $\Delta T=T_2-T_1$ (Kelvino skalėje). Temperatūrų skirtumas abiejose skalėse gali būti matuojamas kelvinais (K).

Dujų specifinė šiluma priklauso nuo to, koks yra procesas: izobarinis ar izochorinis. Kai procesas izochorinis, dujoms suteiktas šilumos kiekis padidina dujų vidinę energiją, o kai izoba-

rinis, šilumos kiekis ne tik padidina dujų vidinę energiją, bet kartu sunaudojamas darbui atlikti, joms plečiantis. Todėl dujų izobarinė specifinė šiluma c_p yra didesnė už izochorinę specifinę šilumą c_V. Lentelėse atskirai nurodomos jų vertės.

Dujų specifinė šiluma, apskaičiuota vienam moliui, vadinama molinė šiluma. Izobarinės molinės šilumos C_p ir izochorinės molinės šilumos C_V sąryšis yra toks:

$$C_p = C_V + R; \tag{3}$$

čia R — molinė dujų konstanta.

2. Šilumos kiekis, reikalingas m masės kristaliniam kūnui išlydyti jo lydymosi temperatūroje, lygus

$$Q = \lambda m; \tag{4}$$

čia λ — specifinė lydymosi šiluma, matuojama J/kg.

Šilumos kiekis, reikalingas m masės skysčiui paversti garais jo virimo temperatūroje, lygus

$$Q = Lm; \tag{5}$$

čia L — specifinė garavimo šiluma, matuojama J/kg.

3. Energijos tvermės mechaniniuose ir šiluminiuose procesuose dėsnis vadinamas pirmuoju termodinamikos dėsniu: pereinančios iš vienos būsenos į kitą kūnų sistemos vidinės energijos pokytis lygus išorinių jėgų darbo ir perduotos šilumos kiekio sumai:

$$\Delta U = A + Q. \tag{6}$$

Pirmąjį termodinamikos dėsnį kartais patogu formuluoti kitaip: sistemai suteiktas šilumos kiekis lygus sistemos vidinės energijos pokyčio ir jos atlikto darbo sumai:

$$Q = \Delta U + A. \tag{7}$$

Ši išraiška patogi, sprendžiant uždavinius.

Jeigu kinta ir sistemos mechaninė energija, tai energijos tvermės dėsnis išreiškiamas taip:

$$\Delta U + \Delta E = A + Q. \tag{8}$$

Izoliuotoje sistemoje vykstantys dujų procesai vadinami adiabatiniais. Daugeliu praktinių atvejų (pvz., šiluminės mašinos) dujų būsenos kitimas artimas adiabatiniam, nes dėl greitai vykstančio proceso nespėja įvykti šilumos apykaita su aplinka.

4. Šiluminio variklio naudingumo koeficientas

$$\eta = \frac{A}{Q}. \tag{9}$$

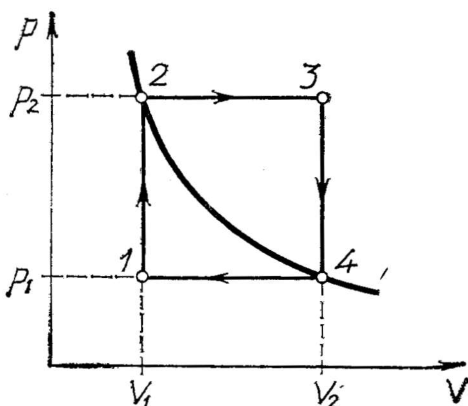
Jei šiluminė mašina paima iš T_1 temperatūros šildytuvo šilumos kiekį Q_1 ir atiduoda T_2 temperatūros aušintuvui šilumos kiekį Q_2, tai jos naudingumo koeficientas

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \tag{10}$$

o didžiausias naudingumo koeficientas

$$\eta_{max}=\frac{T_1-T_2}{T_1}. \quad (11)$$

Tokia šiluminė mašina (su didžiausiu naudingumo koeficientu) vadinama i d e a l i ą j a š i l u m i n e m a š i n a.



71 pav.

▲ Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Kokio šilumos kiekio reikia $m=7$ g deguonies sušildyti $\Delta T=16$ K, jei deguonis yra cilindre su stūmokliu, ant kurio uždėtas krovinys? Deguonies izochorinė molinė šiluma $C_V=20{,}9$ J/(mol • K).

S p r e n d i m a s. Pagal pirmąjį termodinamikos dėsnį

$$Q=\Delta U+A. \quad (1)$$

Esant pastoviam tūriui, deguonies vidinės energijos pokytis

$$\Delta U=C_V\frac{m}{M}\Delta T. \quad (2)$$

Vykstant izobariniam procesui, atliekamas darbas

$$A=p\Delta V. \quad (3)$$

Sandaugą $p\Delta V$ randame iš Mendelejevo ir Klapeirono lygties:

$$pV_1=\frac{m}{M}RT_1,\ pV_2=\frac{m}{M}RT_2; \text{ iš čia}$$

$$p\Delta V=\frac{m}{M}R\Delta T. \quad (4)$$

Iš (1)—(4) lygties

$$Q=(C_V+R)\frac{m}{M}\Delta T=\left(20{,}9\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}+8{,}31\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}\right)\frac{7\cdot10^{-3}\text{ kg}}{0{,}032\frac{\text{kg}}{\text{mol}}}\times$$

$$\times16\text{ K}=102\text{ J}.$$

2. Uždarąjį dujų procesą apibūdina dvi izochorės ir dvi izobarės (71 pav.). Dujų temperatūra *1* ir *3* taške atitinkamai lygi T_1 ir T_3. Raskite darbą, kurį dujos atlieka šiame procese (cikle), kai *2* ir *4* taškas yra vienoje izotermėje.

S p r e n d i m a s. Izotermės temperatūrą pažymime T. Dujų darbas, vykstant atskiriems procesams, lygus

$$A_{12}=0;\ A_{23}=p_2(V_2-V_1)=\frac{m}{M}R(T_3-T);$$

$$A_{34}=0;\ A_{41}=p_1(V_1-V_2)=\frac{m}{M}R(T_1-T).$$

Darbą A_{23} atlieka dujos, o darbą A_{41} — išorinės jėgos. Visas dujų darbas

$$A = A_{23} + A_{41} = \frac{m}{M} R (T_1 + T_3 - 2T). \quad (1)$$

Izochorės *1—2* atveju

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T}, \quad (2)$$

o izochorės *3—4* atveju

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_3}{T}. \quad (3)$$

Iš (1)—(3) lygties gauname:

$$A = \frac{m}{M} R (T_1 + T_3 - 2\sqrt{T_1 T_3}) = \frac{m}{M} R (\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1})^2.$$

Uždaviniai

2.2.1. Storo vamzdžio *A* viduje yra plonesnis vamzdis *B*. Vamzdžiu *A* teka karštas vanduo, vamzdžiu *B* — šaltas. Ar gali šaltas vanduo sušilti iki temperatūros, aukštesnės negu karšto ir šalto vandens vidutinė temperatūra?

2.2.2. Kodėl tose ežero vietose, kur paviršių beveik siekia dugno akmenys ar kelmai, žiemą ledas yra plonesnis negu kitose vietose, kur ledas nesiekiamas?

2.2.3. Kalorimetre sumaišomi trys chemiškai nereaguojantys skysčiai, kurių masė $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 10$ kg, $m_3 = 5$ kg, temperatūra $t_1 = 6°C$, $t_2 = -40°C$, $t_3 = 60°C$ ir specifinė šiluma $c_1 = 2000$ J/(kg · K), $c_2 = 4000$ J/(kg · K), $c_3 = 2000$ J/(kg · K). Apskaičiuokite mišinio temperatūrą Θ ir šilumos kiekį *Q*, kuris reikalingas mišiniui sušildyti iki $t = 6°C$.

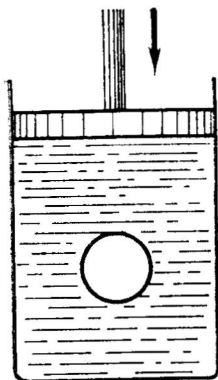
2.2.4. Nustatant medžiagos specifinę šilumą, temperatūros matavimo santykinė paklaida susidarė per didelė. Kokiais paprasčiausiais būdais galima sumažinti tą paklaidą?

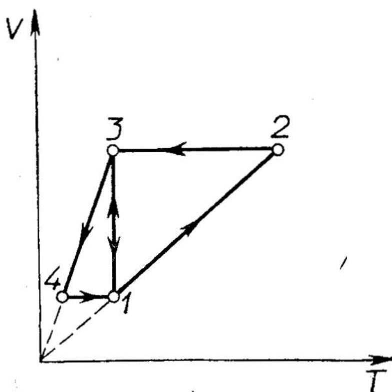
2.2.5. Uždarame šilumos nepraleidžiančiame inde yra $t_1 = 527°C$ temperatūros ozono (O_3). Per tam tikrą laiką ozonas virsta deguonimi (O_2). Kiek kartų padidėja slėgis inde, jei vienam moliui ozono susidaryti iš deguonies reikia $q = 142{,}5$ kJ šilumos kiekio? Deguonies izochorinė molinė šiluma $C_V = 20{,}9$ J/(mol · K).

2.2.6. Dujų izochorinė molinė šiluma lygi C_V. Raskite idealiųjų dujų molinę šilumą *C*, kai dujų temperatūra proporcinga jų tūrio kvadratui.

2.2.7. Kaip pasikeis medžiagos specifinė lydymosi šiluma, kai lydymosi temperatūra sumažės dydžiu ΔT? Skystos ir kietos medžiagos specifinė šiluma atitinkamai lygi c_1 ir c_2.

2.2.8. *m* masės idealiosios dujos, kurių temperatūra *T*, izochoriškai atšaldomos, kad slėgis sumažėtų *n* kartų. Po to dujos išsiplečia, esant pastoviam slėgiui. Galinė jų temperatūra lygi pradinei. Apskaičiuokite dujų atliktą darbą.


72 pav.



73 pav.

2.2.9. Į cilindrą su stūmokliu pripilta vandens, kuriame yra V tūrio tuštuma (72 pav.). Dujų slėgis joje labai mažas. Stūmoklio slėgis p į vandenį pastovus. Kokia bus vandens kinetinė energija tuo momentu, kai tuštuma pranyks? Pradinis vandens greitis lygus nuliui. Į sunkio jėgą nekreipkite dėmesio.

2.2.10. 73 paveiksle parodytos dviejų ciklų diagramos T ir V koordinačių sistemoje. Kuriuo tų ciklų dujos atlieka didesnį darbą: *1—2—3—1* ar *1—3—4—1*?

2.2.11. Idealiųjų dujų tūris kinta taip, kad jų slėgis proporcingas tūriui: $p=\alpha V$ (α — proporcingumo koeficientas). Raskite dujų specifinę šilumą, vykstant šiam procesui, jei jų molio masė M ir izochorinė specifinė šiluma c_V.

2.2.12. Vieno proceso metu nustatytas toks dujų slėgio p ir jų tūrio V sąryšis: $\frac{p}{V}=B$; čia $B=\text{const}$. Apskaičiuokite darbą, kurį atliko dujos, tūriui pakitus nuo V_1 iki V_2. (XXV respublikinė olimpiada, 1977.)

2.2.13. Vertikaliame cilindre, kuris uždarytas nesvariu S ploto stūmokliu, yra atmosferos slėgio p_0 ir temperatūros T_0 oro. Cilindras padalytas pusiau horizontalia nejudančia pertvara su skylutėmis. Ant stūmoklio uždedamas m masės kūnas. Jo spaudžiamas stūmoklis pasiekia pertvarą. Raskite cilindre esančio oro galinę temperatūrą T_1, jei cilindro sienelės ir stūmoklis nelaidūs šilumai.

2.2.14. Vieno molio idealiųjų dujų uždarą ciklą sudaro dvi izochorės ir dvi izobarės. Izobarių slėgių santykis $\alpha=1{,}25$, izochorių tūrių santykis $\beta=1{,}2$. Kokį darbą atlieka dujos vienu ciklu? Žinoma, kad ciklo didžiausios ir mažiausios temperatūros skirtumas $\Delta T=100$ K.

2.2.15. Du vienodi kalorimetrai pripildyti iki $h=25$ cm aukščio: vienas — ledo, gauto užšaldant vandenį, kitas — $t_1=10°C$ temperatūros vandens. Vanduo užpilamas ant ledo. Kai nusistovi

šiluminė pusiausvyra, paviršius pakyla dar $\Delta h = 0,5$ cm. Kokia pradinė ledo temperatūra?

2.2.16. Šiuo metu visų žmogaus naudojamų energijos šaltinių galia sudaro apie $\Delta P = 10^{13}$ W, o į Žemę patenkančios Saulės energijos galia $P_0 = 10^{17}$ W. Koks žemės paviršiaus temperatūros pokytis ΔT susidaro dėl energijos šaltinių naudojimo? Žinoma, kad, absoliutinei temperatūrai pakilus 2 kartus, įkaitinto kūno išspinduliuojama energija per laiko vienetą padidėja 16 kartų.

2.2.17. Tinklinio kamuolys, kurio masė $m = 200$ g ir tūris $V = 8$ l, pripūstas iki papildomo slėgio $p_1 = 0,2$ atm. Kamuolys, išmestas į $h = 20$ m aukštį, nukrito ant kietos žemės ir pašoko beveik į tą patį aukštį. Kokia didžiausia kamuolio oro temperatūra T_1 smūgio į žemę metu? Išorės oro temperatūra $T = 300$ K.

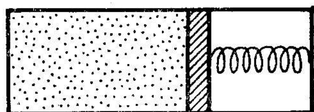
2.2.18. Labai aukštos temperatūros ir didelio slėgio dujos kartais gaunamos tokiu būdu: į vienu galu uždarą vamzdį pro atvirą galą šaunama gerai nušlifuota kulka. Iki kokios temperatūros gali įkaisti argonas, kurio pripildytas vamzdis, jei į $V = 200$ cm^3 tūrio vamzdį šaunama $m = 100$ g masės kulka, kurios greitis $v = 250$ m/s? Argono pradinė temperatūra $T_1 = 300$ K ir slėgis $p_1 = 1$ atm.

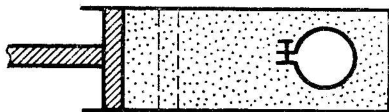
2.2.19. Cilindre po stūmokliu yra $\nu = 0,5$ mol oro, kurio temperatūra $T_1 = 300$ K. Kiek kartų padidės oro tūris, suteikus $Q = 13,2$ kJ šilumos kiekį? Oro izobarinė molinė šiluma $C_p = 29,1$ J/(mol · K).

2.2.20. Gulsčias cilindrinis $V = 100$ l tūrio indas su šilumine izoliacija pripildytas helio ir padalytas į dvi dalis šilumai nelaidžia pertvara, kuri gali judėti be trinties. Kairėje indo dalyje esančioms dujoms suteikiamas $Q = 100$ J šilumos kiekis. Apskaičiuokite slėgio pokytį inde, kai pertvara nustoja judėti.

2.2.21. Indas su šilumine izoliacija padalytas į dvi dalis šilumai nelaidžiu stūmokliu, kuris juda be trinties. Kairiojoje indo dalyje yra $\nu = 1$ mol idealiųjų vienatomių dujų, dešiniojoje — vakuumas. Stūmoklis su dešiniąja indo sienele sujungtas spyruokle, kurios nedeformuotos ilgis lygus indo ilgiui (74 pav.). Raskite sistemos šiluminę talpą C. Į indo, stūmoklio ir spyruoklės šiluminę talpą nekreipkite dėmesio.

2.2.22. Šilumai nelaidus cilindras su stūmokliu pripildytas T_0 temperatūros vienatomių dujų. Cilindro viduje yra indas, turintis šiluminę izoliaciją. Iš indo dujos išsiurbtos iki didelio vakuumo. Atidarius čiaupą, dujos užpildo indą (75 pav.). Kokia tik ką pripildžiusių indą dujų temperatūra T? Proceso metu cilindre dujų slėgis išlieka p_0.


74 pav.


75 pav.

2.2.23. Šildomų vieno molio idealiųjų dujų temperatūra padidėjo $\Delta T=1$ K. Vieną kartą dujos buvo šildomos, palaikant pastovų jų slėgį, o kitą kartą — pastovų tūrį. Apskaičiuokite dujoms perduotų šilumos kiekių skirtumą. (XXV respublikinė olimpiada. 1977.)

2.2.24. Kokį šilumos kiekį reikia suteikti $m=0{,}1$ kg masės neonui, kad jo temperatūra pakiltų $\Delta t=5$ K, jei kaitinamo neono slėgis yra tiesiog proporcingas tūriui?

2.2.25. Automobilis, kurio masė $m=1200$ kg, horizontaliu keliu pasiekia $v=72$ km/h greitį, sunaudodamas $m_1=80$ g benzino $s=1$ km kelyje. Variklio naudingumo koeficientas $\eta=28\%$. Benzino šilumingumas $q=4{,}5\cdot10^7$ J/kg. Kokį greitį automobilis pasieks tomis pačiomis sąlygomis kelyje su $h=3{,}5$ m pakilimu kas kiekvieną $l=100$ m kelio?

2.2.26. Vidaus degimo variklio cilindre susidaro dujos, kurių temperatūra $t_1=727°C$. Išmetamų dujų temperatūra $t_2=100°C$. Variklis per valandą sunaudoja $m=36$ kg kuro, kurio šilumingumas $q=4{,}2\cdot10^7$ J/kg. Kokia gali būti didžiausia šio variklio naudingoji galia?

2.3. GARŲ, SKYSČIŲ IR KIETŲJŲ KŪNŲ SAVYBĖS

1. Nesotiesiems garams galima apytiksliai taikyti idealiųjų dujų būsenos lygtį $pV=\frac{m}{M}RT$. Sotiesiems garams ši lygtis netinka.

Oro santykinė drėgmė išreiškiama lygtimi

$$r=\frac{p}{p_0}\cdot 100\%; \qquad (1)$$

čia p — ore esančių vandens garų slėgis, p_0 — tos pačios temperatūros sočiųjų vandens garų slėgis.

2. Skysčio paviršiaus energija U_p proporcinga plotui S:

$$U_p=\sigma S. \qquad (2)$$

Paviršiaus įtempimo jėga, veikianti l ilgio liniją paviršiaus riboje, lygi

$$F=\sigma l. \qquad (3)$$

Koeficientas σ (2) ir (3) lygtyje vadinamas paviršiaus įtempimo koeficientu. Jis matuojamas J/m^2 arba N/m. Koeficiento skaitinė vertė priklauso nuo temperatūros.

Sferinio lašo viduje paviršiaus įtempimas sudaro slėgį

$$p=\frac{2\sigma}{r}; \qquad (4)$$

čia r — lašo spindulys.

Skysčio pakilimo aukštis vertikaliame kapiliare lygus

$$h=\frac{2\sigma\cos\Theta}{\varrho g r};\qquad(5)$$

čia ϱ — skysčio tankis, r — kapiliaro spindulys, Θ — kraštinis kampas. Visiškojo drėkinimo atveju $\Theta=0$, todėl

$$h=\frac{2\sigma}{\varrho g r}.\qquad(6)$$

3. Kietųjų kūnų ilgis l priklauso nuo temperatūros:

$$l=l_0(1+\alpha\Delta t);\qquad(7)$$

čia l_0 — kūno pradinis ilgis, α — ilgėjimo koeficientas, matuojamas K^{-1}, Δt — temperatūros pokytis.

Nuo temperatūros priklauso ir kietųjų kūnų bei skysčių tūris:

$$V=V_0(1+\beta\Delta t).\qquad(8)$$

Lygtyje V_0 — pradinis tūris, β — tūrio plėtimosi koeficientas, matuojamas K^{-1}.

Šių koeficientų sąryšis yra toks:

$$\beta\approx3\alpha.\qquad(9)$$

Dėl šiluminio plėtimosi kūnų tankis kinta šitaip:

$$\varrho=\frac{\varrho_0}{1+\beta\Delta t}.\qquad(10)$$

(7), (8) ir (10) lygtys yra tiktai apytikslės, nes jose neatsižvelgta į plėtimosi koeficientų priklausymą nuo temperatūros.

Jėga, kurią įgyja plėsdamiesi nuo šilumos kietieji kūnai, apskaičiuojama pagal Huko dėsnio formulę

$$\frac{\Delta l}{l}=\frac{1}{E}\cdot\frac{F}{S},\qquad(11)$$

kurioje Δl — kūno ilgio pokytis, F — įtempimo jėga, S — virbo skerspjūvio plotas, E — tamprumo modulis (Jungo modulis), matuojamas Pa.

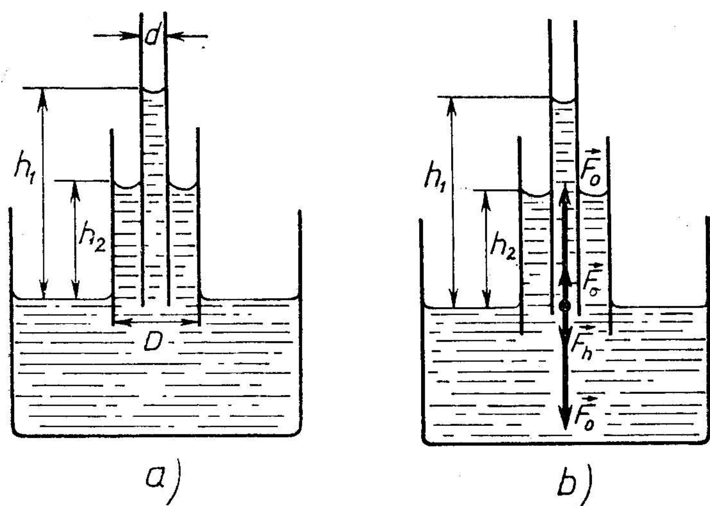
▲ Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Sumaišyta $V_1=1$ m^3 oro, kurio drėgmė $r_1=20\%$ ir $V_2=2$ m^3 oro, kurio drėgmė $r_2=30\%$. Temperatūra vienoda. Mišinio tūris $V=3$ m^3. Raskite mišinio santykinę drėgmę r.

Sprendimas. Ieškomoji santykinė oro drėgmė

$$r=\frac{p}{p_0}\cdot100\%.\qquad(1)$$

Parašome bendro slėgio p nesočiųjų vandens garų ir slėgio p_0 garų būsenos lygtį: $pV=\frac{m}{M}RT$ ir $p_0V=\frac{m_0}{M}RT$. Iš čia $p=$



76 pav.

$=\frac{m}{V}\cdot\frac{RT}{M}$ ir $p_0=\frac{m_0}{V}\cdot\frac{RT}{M}$. Pažymėję atitinkamai vandens garų tankį $\varrho=\frac{m}{V}$ ir $\varrho_0=\frac{m_0}{V}$, gauname:

$$\frac{\varrho}{\varrho_0}=\frac{p}{p_0}. \qquad (2)$$

Vandens garų masė pirmame inde $m_1=\frac{p_1V_1M}{RT}$, antrame $m_2=$ $=\frac{p_2V_2M}{RT}$. Visa garų masė $m=m_1+m_2=(p_1V_1+p_2V_2)\frac{M}{RT}$. Bendras garų tankis, sumaišius orą, $\varrho=\frac{p_1V_1+p_2V_2}{V}\cdot\frac{M}{RT}$. Sočiųjų garų tankis $\varrho_0=p_0\frac{M}{RT}$. Iš čia

$$\frac{\varrho}{\varrho_0}=\frac{p_1V_1+p_2V_2}{p_0V}, \qquad (3)$$

$$\text{o } p_1=\frac{r_1p_0}{100}\ (4) \text{ ir } p_2=\frac{r_2p_0}{100}\ (5).$$

Iš (1)—(5) lygties

$$r=\frac{r_1V_1+r_2V_2}{V};\ r=\frac{20\%\cdot1\ \text{m}^3+30\%\cdot2\ \text{m}^3}{3\ \text{m}^3}=26{,}7\%.$$

2. Nustatykite, į kokį aukštį pakilo vanduo siaurame ir plačiame kapiliare, kurio skersmuo atitinkamai $d=1$ mm, $D=3$ mm (76 pav., *a*).

S p r e n d i m a s. Iš jėgų pusiausvyros siaurame kapiliare turime $\vec{F}_0+\vec{F}_\sigma+\vec{F}_0+\vec{F}_h=0$ (76 pav., *b*), arba skaliariškai F_0+ $+F_\sigma-F_0-F_h=0$. Todėl $F_\sigma=F_h$, $\sigma l=\varrho g h_1 S$, $\sigma\pi d=\varrho g h_1 \frac{\pi d^2}{4}$; iš čia

$$h_1=\frac{4\sigma}{\varrho g d}.$$

Vadinasi, vanduo tiek pakilo, kiek pakiltų, siaurąjį kapiliarą tiesiai įstačius į platųjį indą. Apskaičiavus

$$h_1=\frac{4\cdot 72{,}8\cdot 10^{-3}\ \frac{\text{N}}{\text{m}}}{1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 10^{-3}\ \text{m}}=3\ \text{cm}.$$

Analogiškai plačiajame kapiliare

$$\varrho g h_2\left(\frac{\pi D^2}{4}-\frac{\pi d^2}{4}\right)=(\pi D-\pi d)\sigma;\ \text{iš čia}$$

$$h_2=\frac{4\sigma}{\varrho g(D-d)},$$

$$h_2=\frac{4\cdot 72{,}8\cdot 10^{-3}\ \frac{\text{N}}{\text{m}}}{1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\cdot 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 2\cdot 10^{-3}\ \text{m}}=1{,}5\ \text{cm}.$$

3. Koks turi būti atsarginis žibalo geležinio rezervuaro tūris, į kurį pripilama $t=5°$C temperatūros $V=300$ m³ žibalo, o aplinkos ir žibalo temperatūra vėliau pakyla iki $t_1=30°$C?

S p r e n d i m a s. Kad būtų vaizdžiau, schemiškai pažymime t temperatūros žibalo tūrį V, rezervuaro tūrį V', taip pat rezervuaro tūrį V'_1 temperatūroje t_1 (77 pav.). Rezervuaras plečiasi visomis kryptimis, bet dėl paprastumo schemiškai žymima tik viena kryptis.

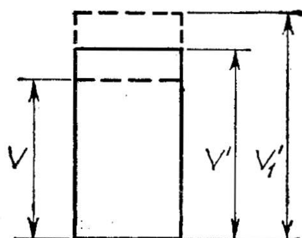
Ieškomasis atsarginis tūris lygus

$$\Delta V=V'-V. \tag{1}$$

Rezervuaro tūris t_1 temperatūroje

$$V'_1=V'(1+3\alpha\Delta t), \tag{2}$$

o žibalo tūris $V''=V(1+\beta\Delta t)$. (3)



77 pav.

Jei žibalas neišsilieja, galinėje būsenoje

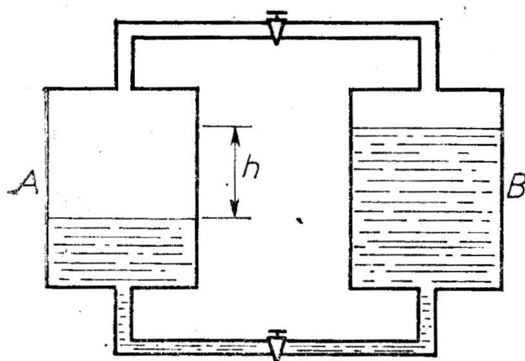
$$V'_1=V''. \tag{4}$$

Iš (1)—(4) lygties

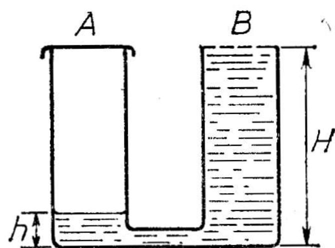
$$\Delta V=V\left(\frac{1+\beta\Delta t}{1+3\alpha\Delta t}-1\right);$$

$$\Delta V=300\ \text{m}^3\times$$

$$\times\left(\frac{1+10^{-3}\ \text{K}^{-1}\cdot 25\ \text{K}}{1+3\cdot 11{,}9\cdot 10^{-6}\ \text{K}^{-1}\cdot 25\ \text{K}}-1\right)=7{,}2\ \text{m}^3.$$



78 pav.



79 pav.

Uždaviniai

2.3.1. Užlydytame U formos vamzdelyje yra vanduo. Kaip sužinoti, kas yra vamzdelyje virš vandens: oras ar tik sotieji garai?

2.3.2. Du indai pripilti iki skirtingo lygio vandens ir sujungti vamzdžiais, kuriuose yra čiaupai (78 pav.). Oras iš indų išsiurbtas. Kas atsitiks, atidarius čiaupą: 1) apatiniame vamzdyje; 2) viršutiniame vamzdyje?

2.3.3. Du cilindriniai vienodo aukščio $H=150$ cm indai sujungti apačioje plonu vamzdeliu (79 pav.). A indas iš viršaus sandariai uždarytas, o B indas atviras. Pradžioje induose buvo $p_0=100$ kPa slėgio oro. Paskui, temperatūrai nekintant, B indas iki viršaus pripiltas vandens. Vandens lygis A inde pakilo į aukštį $h=14$ cm. Raskite sočiųjų vandens garų slėgį p bandymo temperatūroje.

2.3.4. Į $V=5$ m^3 tūrio katilą įsiurbta vandens, kurio masė $m_1=20$ kg, ir katilas su vandeniu įkaitintas iki $t=180°$C temperatūros. Raskite garų masę m_2 ir jų slėgį katile. Sočiųjų vandens garų tankis 180°C temperatūroje lygus $\varrho=5{,}05$ kg/cm^3.

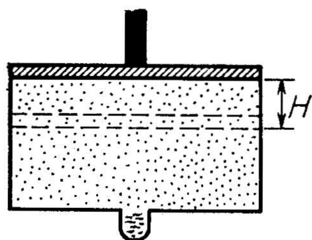
2.3.5. Po oro siurblio gaubtu yra stiklinė su $m=20$ g vandens. Siurblio siurbimo greitis $u=50$ l/min. Per kokį laiką τ išgaruos visas vanduo, jei nuostovioji vandens temperatūra $t=5°$C?

2.3.6. Iš abiejų galų uždarame cilindre, kurio tūris $V=1$ l, laisvai juda nesvarus plonas stūmoklis. Vienoje stūmoklio pusėje yra $m_1=1$ g vandens, kitoje pusėje — $m_2=2$ g azoto. Kokią dalį cilindro tūrio užims $t=100°$C temperatūros azotas?

2.3.7. Ar gali vanduo tuo pačiu metu virti ir užšalti?

2.3.8. Ar virs vanduo metaliniame inde, kuris plūduriuos verdančiame vandenyje?

2.3.9. Kokia virinant vandenį suteikto šilumos kiekio dalis sunaudojama garų vidinei energijai didinti?



80 pav.

2.3.10. $D=5$ cm skersmens stūmokliu uždaryto cilindro apačioje yra nedidelė atšaka, kurioje yra vandens (80 pav.). Atšakos skersmuo $d=2$ mm. Pastovioje temperatūroje $t=20°C$ stūmokliui nusileidus $H=10$ cm, vandens lygis atšakoje pakyla $h=1$ mm. Apskaičiuokite sočiųjų vandens garų slėgį.

2.3.11. Į stiklinę įpiltas vienodas kiekis dviejų nesimaišančių skysčių: anglies tetrachlorido CCl_4 ir vandens. Kai atmosferos slėgis normalus, CCl_4 verda, esant $t_1=76{,}7°C$ temperatūrai, o vanduo — esant $t_2=100°C$. Tolygiai šildant stiklinę karštame vandenyje, skysčių riba pradeda virti $t=65{,}5°C$ temperatūroje. Nustatykite, kuris skystis greičiau išgaruos. t temperatūros sočiųjų vandens garų slėgis $p_2=192$ mm Hg. (VII sąjunginė olimpiada, 1973.)

2.3.12. Cilindre po stūmokliu yra T temperatūros sotieji vandens garai. Izotermiškai įstumiant stūmoklį į cilindrą, aplinkai atiduotas šilumos kiekis Q. Kokį darbą atliko išorinės jėgos, veikdamos cilindrą? Garų molio masė M, specifinė garavimo šiluma L.

2.3.13. Kambaryje, kurio tūris $V=45$ m³, oro temperatūra $t=20°C$ ir santykinė drėgmė $r=20\%$. Kiek reikia išgarinti vandens šiame kambaryje, kad santykinė oro drėgmė būtų $r_1=60\%$?

2.3.14. Kai temperatūra $t=20°C$ ir slėgis $p=100$ kPa, oro drėgmė $r=100\%$. Kiek procentų šis oras lengvesnis už tos pačios temperatūros sausą orą, esant tam pačiam slėgiui? Sauso oro molio masę laikykite $M=0{,}029$ kg/mol.

2.3.15. Lauke visą dieną lyjant šaltam rudens lietui, išplautus skalbinius teko padžiauti kambaryje. Ar greičiau išdžius skalbiniai, atidarius orlaidę?

2.3.16. Rutulinis $d=1$ mm skersmens gyvsidabrio lašas suspaustas tarp dviejų stiklinių plokštelių iki $h=0{,}1$ mm. Koks darbas A atliktas, suspaudžiant lašą?

2.3.17. Kokios masės m lašeliais galima pipete dozuoti vandenį, jei pipetės galo skersmuo $d=0{,}4$ mm?

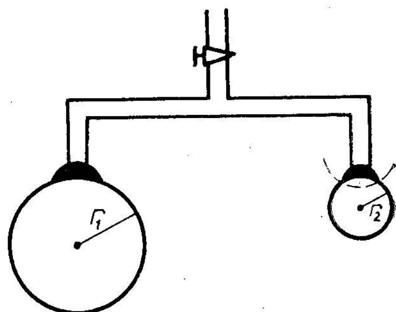
2.3.18. Vamzdelis, kurio vidinis skersmuo $d=1$ mm, įleistas į gyvsidabrį. Gyvsidabrio paviršius vamzdelyje yra $h=5$ mm žemiau indo paviršiaus. Raskite kraštinį kampą Θ.

2.3.19. Susisiekiančiuose kapiliariniuose skirtingo skersmens vamzdeliuose yra vandens. Kaip pasikeis vandens lygių skirtumas, vamzdelius kaitinant?

2.3.20. To paties vamzdžio galuose išpūsti du skirtingo didumo muilo burbulai (81 pav.). Kas atsitiks, uždarius čiaupą?

2.3.21. Ant R spindulio muilo burbulo uždėtas mažesnio spindulio r muilo burbulas. Kokios formos bus bendra muilo plėvelė?

2.3.22. Du muilo burbulai, kurių spinduliai R_1 ir R_2, susiliejo į vieną didelį R_3 spindulio muilo burbulą. Raskite atmosferos slėgį p_0, kai muilo plėvelės paviršiaus įtempimo koeficientas lygus σ.



81 pav.

2.3.23. Kapiliarinis vamzdelis įstatytas į indą su vandeniu, o paskui inde ant vandens užpilta mašininės alyvos. Koks alyvos sluoksnio storis h, jei žinoma, kad alyvos lygis sutampa su vamzdelio vandens lygiu?

2.3.24. Koks turi būti 0°C temperatūros geležinio ir varinio strypo ilgis, kad ilgių skirtumas išliktų visada pastovus ir lygus 2 cm nepriklausomai nuo temperatūros?

2.3.25. Vandens lašas tolygiai krinta ore. Kiek skiriasi lašo paviršiaus kreivumo spindulys R_1 jo viršutiniame taške nuo kreivumo spindulio R_2 apatiniame taške, jei atstumas tarp šių taškų $d=2$ mm?

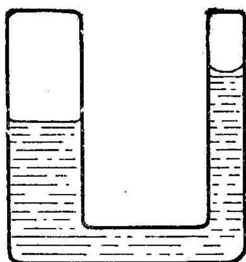
2.3.26. Raskite spindulį didžiausio vandens lašo, kuris gali išgaruoti, negaudamas šilumos iš išorės.

2.3.27. Dviejų sudrėkintų ir suglaustų langų stiklų praktiškai negalima atitraukti vieno nuo kito. Kodėl?

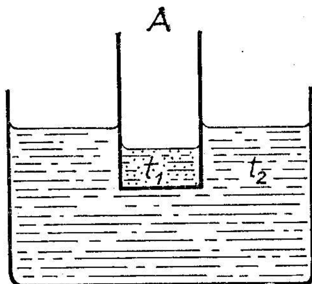
2.3.28. Du skirtingo storio cilindriniai kapiliarai sudaro susisiekiančiuosius indus, kurių galai užlydyti. Kapiliarai iš dalies pripildyti vandens (gyvsidabrio) (82 pav.). Virš skysčio yra tik jo sotieji garai. Kaip pasiskirstys skystis induose, kai jie bus: 1) ant žemės; 2) nesvarūs?

2.3.29. Geležinio virbo, kurio skerspjūvio plotas $S=1$ cm², galai kietai įtvirtinti, esant temperatūrai $t=20$°C. Kokia jėga F virbas veikia atramą, įkaitintą iki $t_1=200$°C?

2.3.30. Į stiklinį cilindrą A įpilta skysčio, kurio temperatūra t_1. Skysčio paviršius cilindre pažymėtas brūkšneliu. Cilindras įleidžiamas į vandenį (83 pav.), kurio temperatūra $t_2<t_1$. Skysčio



82 pav.



83 pav.

tūrio plėtimosi koeficientas β_1, stiklo tūrio plėtimosi koeficientas β_2. Kaip keisis skysčio lygis brūkšnelio atžvilgiu, kai: 1) $\beta_1=\beta_2$; 2) $\beta_1<\beta_2$; 3) $\beta_1>\beta_2$?

2.3.31. Įrodykite, kad kietam kūnui, kurio tankis ϱ, specifinė šiluma c ir tūrio plėtimosi koeficientas β, suteikus šilumos kiekį Q, kūno tūrio padidėjimas nepriklauso nuo pradinio tūrio.

2.3.32. Kalorimetre yra du skysčio sluoksniai: apačioje šaltesnis, viršuje šiltesnis. Ar pasikeis bendras skysčio tūris, suvienodėjus temperatūrai?

3. ELEKTRODINAMIKOS PAGRINDAI

3.1. ELEKTROSTATIKA

Šiame skirsnyje svarbiausias yra Kulono dėsnis. SI vienetų sistemoje jis užrašomas taip:

$$F=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}; \quad (1)$$

čia $\varepsilon_0=8{,}85\cdot10^{-12}$ F/m — elektrinė konstanta, ε — aplinkos dielektrinė skvarba (vakuumo ir oro $\varepsilon=1$).

Elektrostatinio lauko stiprumas

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}; \quad (2)$$

čia $\vec{F}$ — krūvį q veikianti jėga. Taškinio krūvio q sukurto elektrostatinio lauko stiprumas

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}; \quad (3)$$

čia r — atstumas nuo lauko šaltinio iki taško, kuriame laukas matuojamas. (3) tinka ir vienalyčiam įelektrinto rutulio bei sferos laukui, kai $r\gg R$. (R — rutulio ar sferos spindulys.)

Begalinės įelektrintos plokštumos sukurto elektrostatinio lauko stiprumas

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}; \quad (4)$$

čia $\sigma=\frac{q}{S}$ — paviršinis elektros krūvio tankis. Plokščiojo kondensatoriaus elektrinio lauko stiprumas

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}. \quad (5)$$

Taikomas superpozicijos principas:

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\vec{E}_3+\ldots+\vec{E}_n. \qquad (6)$$

Taškinio krūvio q_0 lauke esančio krūvio q potencinė energija

$$\Pi=\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}. \qquad (7)$$

Dydis

$$\varphi=\frac{\Pi}{q}=\frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} \qquad (8)$$

vadinamas taškinio krūvio q_0 sukurto elektrostatinio lauko potencialu.

Atskiro laidininko elektrine talpa vadinamas dydis

$$C=\frac{q}{\varphi}. \qquad (9)$$

Rutulio elektrinė talpa

$$C=4\pi\varepsilon_0\varepsilon R. \qquad (10)$$

Kondensatoriaus elektrinė talpa

$$C=\frac{q}{\Delta\varphi}; \qquad (11)$$

čia q — vieno elektrodo krūvis, vadinamas kondensatoriaus krūviu, o $\Delta\varphi$ — jo elektrodų potencialų skirtumas (įtampa). Plokščiojo kondensatoriaus elektrinė talpa

$$C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}. \qquad (12)$$

Kondensatoriaus, kuris pripildytas vienalyčio dielektriko, elektrinės indukcijos vektorius

$$\vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon\vec{E} \qquad (13)$$

nepriklauso nuo dielektriko savybių.

Kelių lygiagrečiai sujungtų kondensatorių baterijos talpa

$$C=\sum_{i=1}^{n} C_i, \qquad (14)$$

o sujungtų nuosekliai

$$\frac{1}{C}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i}. \qquad (15)$$

Plokščiojo kondensatoriaus energija

$$\Pi=\frac{q^2}{2C}=\frac{C(\Delta\varphi)^2}{2}, \qquad (16)$$

o jos tūrinis tankis

$$w=\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}. \qquad (17)$$

▲ Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Kam lygus R spindulio metalinio įžeminto rutulio krūvis, kai atstumu $r>R$ nuo jo centro yra taškinis krūvis q?

Sprendimas. Pažymėkime rutulio paviršiuje indukuotą krūvį Q. Įsivaizduokime jo mažą dalį q_i, kurią galime laikyti taškiniu krūviu. Jis sukurs rutulio centre potencialą

$$\varphi_i = \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 R}.$$

Kadangi visos krūvio dalys yra vienodai nutolusios nuo šio centro, todėl pilnutinis indukuotas krūvis Q sukurs jame potencialą

$$\varphi_1 = \sum_i \varphi_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R} \sum_i q_i = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}. \quad (1)$$

Taškinis krūvis q rutulio centre sukurs potencialą

$$\varphi_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}. \quad (2)$$

Bet rutulys įžemintas, todėl $\varphi_1 + \varphi_2 = 0$. (3)

Į (3) įrašę (1) ir (2), randame:

$$Q = -\frac{R}{r} q.$$

2. Krūviu $q = 10^{-6}$C įelektrintas $d=1$ cm skersmens rutulys paskandinamas alyvoje. Kokio stiprumo E elektrinį lauką reikia sudaryti alyvoje, kad rutulys plaukiotų? Rutulio tankis $\varrho_1 = 1{,}5$ g/cm^3, alyvos $\varrho_2 = 0{,}8$ g/cm^3.

Sprendimas. Rutulys plaukioja alyvoje, kai jo sunkio jėga

$$mg = \frac{\pi d^3}{6} \varrho_1 g, \quad (1)$$

Archimedo jėga

$$F_A = \frac{\pi d^3}{6} \varrho_2 g \quad (2)$$

ir Kulono sąveikos jėga

$$F_K = qE \quad (3)$$

tenkina pusiausvyros sąlygą:

$$mg - F_A = F_K. \quad (4)$$

Į (4) įrašę (1), (2) ir (3), randame:

$$E = \frac{\pi d^3 (\varrho_1 - \varrho_2) g}{6q};$$

$$E = \frac{\pi \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3 \cdot 7 \cdot 10^2\ \text{kg/m}^3 \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2}{6 \cdot 10^{-6}\ \text{C}} = 3{,}60 \cdot 10^3\ \text{V/m}.$$

3. Kokiu greičiu pralėks teigiamai įelektrinto žiedo centrą to žiedo veikiamas elektronas? Žiedo spindulys R, linijinis krūvio tankis (žiedo ilgio vienetui tenkąs krūvis) τ. Iš pradžių elektronas buvo toli nuo žiedo.

S p r e n d i m a s. Laikysime, kad toli nuo žiedo elektronas nejudėjo, todėl jo kinetinė ir potencinė energija lygi nuliui. Elektrostatinis laukas yra potencialinių jėgų laukas. Jame galioja energijos tvermės dėsnis (pasipriešinimo jėgas atmetame). Todėl elektrono kinetinės ir potencinės energijos suma lygi nuliui taip pat ir žiedo centre. Jeigu jame elektrono greitį pažymėsime v, o šio taško potencialą φ, tai galėsime rašyti, kad

$$\frac{mv^2}{2} - e\varphi = 0.$$

Ženklas „—" rodo neigiamą elektrono krūvį. Iš čia

$$v = \sqrt{\frac{2e\varphi}{m}}. \qquad (1)$$

(1) lygybėje nežinomas žiedo centro potencialas φ. Jį surandame taip: labai mažo ilgio žiedo lankas Δl_i yra įelektrintas taškiniu krūviu $\tau\Delta l_i$, kuris žiedo centre sukuria potencialą

$$\varphi_i = \frac{\tau \Delta l_i}{4\pi\varepsilon_0 R}.$$

Pilnutinis žiedo krūvis sukuria jo centre potencialą

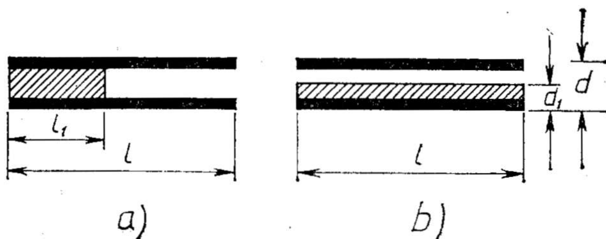
$$\varphi = \sum_i \varphi_i = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 R} \sum_i \Delta l_i = \frac{2\pi R\tau}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{\tau}{2\varepsilon_0}. \qquad (2)$$

(2) įrašome į (1) ir randame $v = \sqrt{\frac{e}{m} \cdot \frac{\tau}{\varepsilon_0}}$.

4. Erdvė tarp plokščiojo kondensatoriaus elektrodų iš dalies pripildyta dielektriko dviem būdais (84 pav., *a* ir *b*). Raskite abiem atvejais kondensatoriaus talpą, jei plokščių plotas S ir dielektriko skvarba ε.

S p r e n d i m a s. a) Iš dalies pripildžius dielektriko, kaip parodyta 84 paveiksle, *a*, gaunama dviejų lygiagrečiai sujungtų kondensatorių „baterija". Jos talpa

$$C = C_1 + C_2; \qquad (1)$$



84 pav.

čia C_1 — dielektriko pripildytos kondensatoriaus dalies, o C_2 — likusios dalies elektrinė talpa. Jei kondensatoriaus plokštės yra stačiakampio formos, dielektriko pripildytos kondensatoriaus dalies plokštės plotas

$$S_1 = S\frac{l_1}{l},$$

o nepripildytos dalies

$$S_2 = S\frac{l-l_1}{l}.$$

Todėl

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S_1}{d} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}\cdot\frac{l_1}{l} \tag{2}$$

ir

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 S_2}{d} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}\cdot\frac{l-l_1}{l}. \tag{3}$$

(2) ir (3) įrašę į (1), randame talpą

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}\left(\frac{\varepsilon l_1}{l} + \frac{l-l_1}{l}\right) = \frac{\varepsilon_0 S}{d}\left(1 + \frac{(\varepsilon-1)l_1}{l}\right). \tag{4}$$

Kaip rodo (4), didėjant l_1, kondensatoriaus talpa C didėja. Kai $l_1 \to l$, $C \to \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$, o kai $l_1 \to 0$, $C \to \frac{\varepsilon_0 S}{d}$.

b) 84 paveiksle, *b*, pavaizduotu atveju gaunama dviejų nuosekliai sujungtų kondensatorių „baterija“, kurios talpa

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}; \tag{5}$$

čia C_1 — dielektriko pripildytos dalies, o C_2 — likusios dalies talpa.

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d_1}, \tag{6}$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{d-d_1}. \tag{7}$$

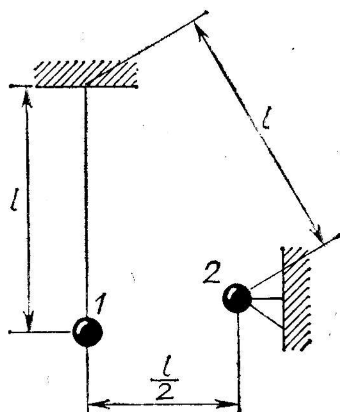
(6) ir (7) įrašę į (5), gauname:

$$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{\varepsilon(d-d_1)+d_1} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}\cdot\frac{1}{\frac{d_1}{\varepsilon d} + 1 - \frac{d_1}{d}}. \tag{8}$$

Kaip matome iš (8), šiuo atveju kondensatoriaus talpa priklauso nuo d_1. Kai $d_1 \to d$, $C \to \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$, o kai $d_1 \to 0$, $C \to \frac{\varepsilon_0 S}{d}$.

P a s t a b a. (4) formulė tinka tik stačiakampio formos, (8) — bet kokios formos kondensatoriui.

Uždaviniai



85 pav.

3.1.1. Du vienodi vandens lašeliai įelektrinti vienodais krūviais q. Raskite jų spindulį, kai Kulono stūmos ir gravitacinė traukos jėga viena kitą atsveria.

3.1.2. Du maži įelektrinti rutuliukai traukia vienas kitą tam tikra jėga. Sulietus ir atitolinus juos atstumu, n kartų didesniu negu iš pradžių, sąveikos jėga sumažėjo m kartų. Koks buvo pradinis pirmojo rutuliuko krūvis q_1, jeigu antrasis buvo įelektrintas krūviu q_2?

3.1.3. Ant vienodo l ilgio siūlų viename taške pakabinti du vienodos m masės rutuliukai. Vienas rutuliukas įtvirtintas pradinėje vietoje, o kitas gali laisvai pakrypti. Rutuliukai vienodai įelektrinami. Jų spinduliai labai maži, palyginti su atstumu tarp jų. Kurio rutuliuko ir kiek reikia pakeisti masę, kad atstumas tarp jų sumažėtų perpus? (XXVII respublikinė olimpiada, 1979.)

3.1.4. Ar susilpnės trauka tarp teigiamojo ir neigiamojo taškinio krūvio, kai tarp jų padėsime gintarinį rutuliuką? (XXV respublikinė olimpiada, 1977.)

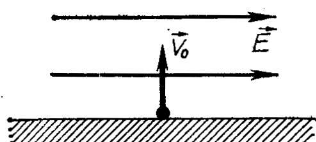
3.1.5. 0,58 g masės kamštinis rutuliukas pakabintas ant 10 cm ilgio siūlo. 10 cm atstumu nuo pakabinimo taško ir 5 cm nuo siūlo įtvirtintas kitas toks pat rutuliukas (85 pav.). Kokį skirtingo didumo krūvį reikia jiems suteikti, kad siūlas nukryptų 30° kampu?

3.1.6. Plokščiasis kondensatorius, kurio ilgis $l=10$ cm ir plotis $h=5$ cm, yra žibale. Žibalo dielektrinė skvarba $\varepsilon=2{,}1$, elektrinė konstanta $\varepsilon_0=0{,}885\cdot10^{-11}$ F/m. Kokio didumo krūviu įkrautas kondensatorius, jei jo plokštės traukia viena kitą elektrostatine jėga $F=1$ N? (XXIV respublikinė olimpiada, 1976.)

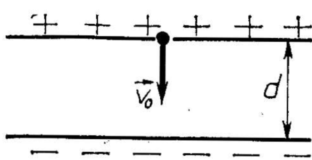
3.1.7. Trys maži vienodos 0,1 g masės rutuliukai pakabinti ant vienodų 20 cm ilgio šilkinių siūlų, įtvirtintų viename taške. Kokį krūvį reikia suteikti kiekvienam jų, kad visi siūlai nukryptų nuo vertikalės 30° kampu?

3.1.8. Prie Žemės paviršiaus sukurtas horizontalus vienalytis $\vec{E}$ stiprumo elektrinis laukas (86 pav.). Nuo Žemės paviršiaus vertikaliai aukštyn pradiniu greičiu $\vec{v}_0$ išmestas q krūviu įelektrintas m masės rutuliukas. Ištirkite rutuliuko judėjimą. (XXVII respublikinė olimpiada, 1979.)

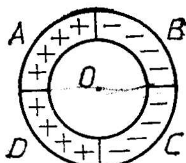
3.1.9. Pro mažą skylutę į beorę erdvę tarp horizontalių plokščiojo kondensatoriaus plokščių pradiniu greičiu $\vec{v}_0$, kaip parodyta 87 paveiksle, patenka elektringoji dalelė. Jos krūvis $q=$



86 pav.



87 pav.



88 pav.

$=-2\cdot10^{-10}$C, masė $m=10^{-8}$ kg, pradinio greičio didumas $v_0=$ $=1$ m/s. Elektrinio lauko stiprumas kondensatoriuje $E=1000$ V/m. 1) Kokiu atstumu nuo viršutinės (teigiamosios) plokštės dalelės greitis lygus nuliui? 2) Koks turi būti elektrinio lauko stiprumas kondensatoriuje, kad dalelė pasiektų apatinę (neigiamąją) plokštę? Atstumas tarp plokščių $d=0{,}08$ m. (XXVI respublikinė olimpiada, 1978.)

3.1.10. Visos keturios plono žiedo dalys A, B, C, D įelektrintos tolygiai. Jų krūvių moduliai vienodi, o ženklai nurodyti 88 paveiksle. Kaip pasikeis elektrinio lauko stiprumas centre O, kai D ir C dalis pašalinsime? (XXX respublikinė olimpiada, 1982.)

3.1.11. Molekulė yra nutolusi atstumu r nuo įelektrinto begalinio tiesaus cilindro. Žinodami, kad cilindro elektrinis laukas $E=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}$ (čia τ — linijinis cilindro krūvio tankis, t. y. cilindro ilgio vienetui tenkąs krūvis), raskite molekulę veikiančią jėgą. Molekulę laikykite l ilgio ir q krūvio elektriniu dipoliu.

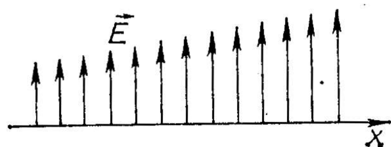
3.1.12. Trys vienodo didumo $q=10^{-9}$ C krūviai yra viršūnėse stačiojo trikampio, kurio statiniai $a=40$ cm ir $b=30$ cm. Raskite elektrinio lauko stiprumą taške, kuriame susikerta įžambinė ir į ją iš stačiojo kampo viršūnės nuleistas statmuo.

3.1.13. Gyvsidabrio lašas pakibęs plokščiojo kondensatoriaus elektriniame lauke, kai jo įtampa 10^3 V. Staiga įtampa krinta iki 995 V. Per kiek laiko lašas pasiekia apatinę plokštę, jei atstumas tarp plokščių yra 1 cm, o lašas netenka pusiausvyros, būdamas kondensatoriaus viduryje?

3.1.14. Norėdamas išmatuoti elektrono krūvį, Milikenas leido kristi alyvos lašui plokščiojo kondensatoriaus elektrostatiniame lauke. Sudarius lauką, lašas pakilo tam tikrą atstumą aukštyn per laiką t_1. Pakeitus lauko kryptį, lašas tą atstumą nukrito žemyn per laiką t_2. Per kokį laiką t lašas nueis tą patį atstumą, kai nebus lauko? Oro pasipriešinimo jėgą laikykite proporcinga lašo greičiui.

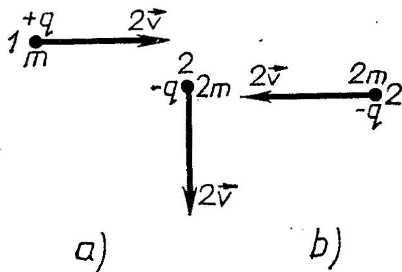
3.1.15. Vertikaliai žemyn krinta metalinis diskas. Kritimo metu jo plokštuma lieka horizontali. Raskite disko viduje susidariusio elektrinio lauko stiprumą ir paaiškinkite jo atsiradimo priežastį. Disko masę M, oro pasipriešinimo jėgą F ir elektrono specifinį krūvį $\gamma=\frac{e}{m}$ laikykite žinomais.

3.1.16. Įelektrinto plono žiedo ašyje simetriškai jo plokštumai yra du vienodi taškiniai krūviai q. Kai jie nuo centro nutolę žiedo spinduliu, sistema yra pusiausvira. Kam lygus žiedo krūvis ir kokia pusiausvyros rūšis?



89 pav.

3.1.17. Plonas R spindulio vielos žiedas įelektrintas krūviu q. Žiedo centre yra krūvis Q. Žinodami, kad $Q \gg q$, raskite jėgą, kuria žiedas yra ištemptas.



90 pav.

3.1.18. Metalinis rutulys įelektrinamas, daug kartų jį vienodai suliečiant su metaline plokšte, kuri po kiekvieno sulietimo įelektrinama iki pastovaus krūvio Q. Raskite didžiausią rutulio krūvį, jei po pirmojo susilietimo su plokšte rutulio krūvis lygus q_1. (XXVI respublikinė olimpiada, 1978.)

3.1.19. Arti paviršiaus Žemės elektrinio lauko stiprumas lygus 130 V/m. Ar galima panaudoti įtampą taškų, nutolusių vertikalia kryptimi per 1 m, elektros lemputei maitinti?

3.1.20. Ar elektrostatinis laukas gali būti toks, koks pavaizduotas 89 paveiksle, kai elektrostatinio lauko stiprumo vektoriai lygiagretūs, o jų modulis didėja proporcingai nuotoliui x?

3.1.21. Į tuščios laidžios R spindulio sferos vidų pro mažą skylutę patenka krūviu $-q$ įelektrintas kūnas. Kam lygus potencialas taško, nutolusio atstumu $r>R$ nuo sferos centro, jei sferos krūvis $+Q$?

3.1.22. Visatoje rasta krūviu Q įelektrinta R spindulio planeta „Gintarus“. Jos gyventojai nori paleisti krūviu q įelektrintą m masės palydovą, kuris skrietų r spindulio apskritimu. Kokį greitį reikia suteikti tam palydovui? Kokį mažiausią greitį reikia suteikti palydovui, kad jis galėtų palikti planetą „Gintarus“? (XXXIII respublikinė olimpiada, 1985.)

3.1.23. Du kūnai, kurių masė m ir $2m$, įelektrinti vienodo didumo priešingų ženklų krūviais. Vienu momentu jų greičiai tokie, kaip parodyta 90 paveiksle, *a*. Šiuo momentu įjungiamas išorinis vienalytis elektrinis laukas. Kai elektrinis laukas išjungiamas, $2m$ masės kūno greitis tampa toks, kaip parodyta 90 paveiksle, *b*. Koks šiuo momentu m masės kūno greitis? (XXVIII respublikinė olimpiada, 1980.)

3.1.24. Kad tarp dviejų α dalelių, kurių krūvis $q=2|e|$, įvyktų branduolinė reakcija, atstumas turi būti ne didesnis kaip $r=$ $=4\cdot10^{-13}$ cm. Kokią mažiausią kinetinę energiją ir greitį reikia suteikti vienai šių dalelių, kad įvyktų branduolinė reakcija tarp

jos ir kitos α dalelės, kuri buvo parimusi dideliu atstumu nuo pirmosios? $m_\alpha = 6{,}7 \cdot 10^{-24}$ g, $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m. (XXIII respublikinė olimpiada, 1975.)

3.1.25. Greičiu v statmenai jėgų linijoms įlekia elektronas į vienalytį elektrinį lauką. Kokį darbą atlieka lauko jėgos per elektrono judėjimo jame trukmę t? Elektrinio lauko stiprumas E.

3.1.26. Į $l = 5$ cm ilgio plokščiojo kondensatoriaus elektrinį lauką įlekia elektronas. Jo pradinis greitis su plokštėmis sudaro $\alpha = 15°$ kampą, o pradinė kinetinė energija $W_k = 1{,}60 \cdot 10^{-16}$ J. Kokią įtampą $\Delta\varphi$ reikia suteikti kondensatoriui, kad iš jo elektronas išlėktų lygiagrečiai plokštėms? Atstumas tarp kondensatoriaus elektrodų $d = 1$ cm.

3.1.27. Kvadrato, kurio kraštinė a, viršūnėse yra po vieną elektroną. Raskite didžiausią bet kurio paleisto elektrono greitį (kiti elektronai nejuda). (XXII respublikinė olimpiada, 1974.)

3.1.28. Apskaičiuokite stūmos jėgą tarp dviejų rutulių, įelektrintų iki $\varphi = 600$ V potencialo, kai atstumas tarp jų centrų $r = 20$ cm. Rutulių skersmuo $d_1 = 1$ cm ir $d_2 = 3$ cm. Į rutulių tarpusavio įtaką elektrinei talpai neatsižvelkite.

3.1.29. Keturi vienodo didumo taškiniai krūviai q yra vienoje tiesėje. Atstumai tarp krūvių vienodi ir lygūs a. Kokį mažiausią darbą reikia atlikti, norint tuos krūvius išdėstyti kvadrato, kurio kraštinės ilgis a, viršūnėse? (XXVI respublikinė olimpiada, 1978.)

3.1.30. 1) Kokiu pagreičiu kris kūnas, kurio masė m, jei jo krūvis q yra: a) teigiamas; b) neigiamas? Žemės elektrinio lauko stiprumo projekcija aukštyn nukreiptoje ašyje $E < 0$. 2) Koks Žemės rutulio krūvis, kai $E = -130$ V/m?

3.1.31. Du metaliniai rutuliai įelektrinti skirtingais krūviais q_1 ir q_2. Įrodykite, kad sujungtų plona viela rutulių paviršinių krūvių tankis yra atvirkščiai proporcingas jų spinduliams.

3.1.32. Du metaliniai vienodais krūviais įelektrinti rutuliai yra toli vienas nuo kito. Akimirkai jie sujungti plona viela. Apskaičiuokite naujus jų krūvius ir energijos pokytį. Rutulių spinduliai R ir r.

3.1.33. Milijonas be galo toli vienas nuo kito vakuume esančių sferinių lašelių suartinami ir sujungiami į vieną lašą. Kiekvieno lašelio spindulys $r = 10^{-4}$ cm, o krūvis $q = 1{,}6 \cdot 10^{-14}$ C. Koks darbas atliekamas, įveikiant elektrines stūmos jėgas? (XXIII respublikinė olimpiada, 1975.)

3.1.34. N vienodų gyvsidabrio lašų įelektrinta kiekvienas iki potencialo φ. Apskaičiuokite potencialą φ' didelio lašo, gauto, susijungus visiems į vieną.

3.1.35. Du vienodų plokščių oriniai kondensatoriai įkrauti vienodais krūviais. Atstumas tarp pirmojo kondensatoriaus plokščių tris kartus didesnis negu tarp antrojo. Kaip pasikeis sistemos elektrostatinio lauko energija, antrąjį kondensatorių įstačius tarp pirmojo plokščių taip, kad visos plokštės būtų lygiagrečios?

3.1.36. Ar pakis plokščiojo kondensatoriaus elektrinio lauko stiprumas, jeigu pakeisime jį pripildantį dielektriką: 1) konden-

satorių prijungę prie srovės šaltinio; 2) kondensatorių prieš tai atjungę nuo srovės šaltinio?



91 pav.

3.1.37. Plokštieji kondensatoriai, kurių talpa C_1 ir C_2, sujungiami į bateriją lygiagrečiai, kai jų pradinis potencialų skirtumas $\Delta\varphi_1$ ir $\Delta\varphi_2$ ($\Delta\varphi_1 \neq \Delta\varphi_2$). Įrodykite, kad sujungus pilnutinė energija sumažėjo. Kodėl tai įvyko?

3.1.38. Prie šaltinio, kurio gnybtų potencialų skirtumas $\Delta\varphi_1 = 6$ V, prijungiamas plokščiasis kondensatorius. Jo talpa $C_1 = 10^{-8}$ F. Po to kondensatorius atjungiamas ir tarp jo plokščių įkišamas dielektrikas, kurio dielektrinė skvarba $\varepsilon = 7$. Dielektrikas pripildo visą erdvę tarp plokščių. Koks potencialų skirtumas susidarys tarp kondensatoriaus plokščių, lygiagrečiai prijungus kitą $C_2 = 3 \cdot 10^{-8}$ F talpos kondensatorių, kurio plokščių potencialų skirtumas $\Delta\varphi_2 = 6$ V?

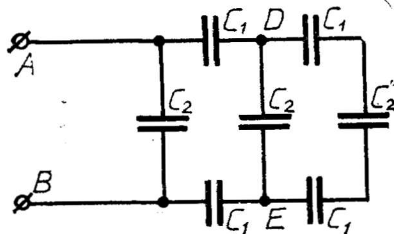
3.1.39. Plokščiasis orinis kondensatorius, kuriame atstumas tarp plokščių 4 mm, iki pusės panardinamas į žibalą (91 pav.). Kiek reikia atitolinti plokštes, kad talpa būtų lygi pradinei kondensatoriaus talpai?

3.1.40. Keturi vienodi plokštieji kondensatoriai sujungti nuosekliai. Oras pramušamas elektra, kai lauko stiprumas $E = 3 \cdot 10^4$ V/cm. Kondensatorių elektrodai nutolę $d = 7$ mm. 1) Kokį didžiausią potencialų skirtumą galima suteikti šiai baterijai? 2) Kokia būtų didžiausia įtampa, jeigu vieną kondensatorių pripildytume stiklo? Stiklas pramušamas, kai lauko stiprumas $E' = 2{,}5 \cdot 10^5$ V/cm, o jo dielektrinė skvarba $\varepsilon = 7$.

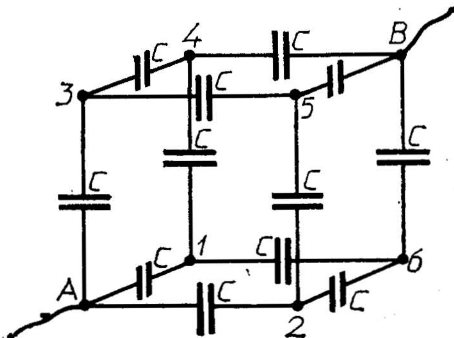
3.1.41. Raskite 92 paveiksle pavaizduotos kondensatorių baterijos talpą C, kai $C_1 = 2$ μF ir $C_2 = 1$ μF.

3.1.42. Iš vielos padarytas kubas, kurio kiekvienoje kraštinėje įjungtas C talpos kondensatorius (93 pav.). Raskite talpą gautos baterijos, kuri jungiama į grandinę laidais A ir B.

3.1.43. Į kondensatorių, tarp kurio plokščių buvo oras, pateko $m = 6$ g masės alyvos lašas. Kiek pasikeitė kondensatoriaus talpa, jei alyvos tankis $\varrho = 0{,}9$ g/cm^3, santykinė dielektrinė skvarba $\varepsilon = 4{,}5$, atstumas tarp kondensatoriaus plokščių $d = 0{,}3$ cm? (XXIX respublikinė olimpiada, 1981.)



92 pav.



93 pav.

3.2. NUOLATINĖ ELEKTROS SROVĖ

Srovės stiprumas matuojamas krūviu, pratekančiu laidininko skerspjūviu per laiko vienetą:

$$I=\frac{\Delta q}{\Delta t}. \quad (1)$$

Laidininko varža

$$R=\varrho_0\frac{l}{S}(1+\alpha t); \quad (2)$$

čia ϱ_0 — jo specifinė varža 0°C temperatūroje, l — ilgis, S — skerspjūvio plotas, t — temperatūra (Celsijaus skalėje) ir α — temperatūrinis varžos koeficientas.

Grandinėje nuosekliai sujungtų laidininkų pilnutinė (ekvivalentinė) varža

$$R=\sum_{i=1}^{n}R_i, \quad (3)$$

o lygiagrečiai

$$\frac{1}{R}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{R_i}; \quad (4)$$

R_i — i-tojo laidininko elektrinė varža, n — į grandinę jungiamų laidininkų (rezistorių) skaičius.

Omo dėsnis

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R+r} \quad (5)$$

yra grandinei taikomas energijos tvermės dėsnis. Čia $\mathcal{E}$ — šaltinio elektrovaros jėga (evj), R — grandinės išorinė ir r — vidinė (srovės šaltinio) varža.

Laidininku tekėdama srovė I per laiką t išskiria šilumą, kurios kiekį nusako Džaulio ir Lenco dėsnis

$$Q=I^2Rt=IUt=\frac{U^2}{R}t; \quad (6)$$

čia $U=IR$ — įtampa laidininke.

Nuosekliai sujungtų n vienodų elementų baterijos elektrovaros jėga

$$\mathcal{E}_b=n\mathcal{E},$$

o varža

$$r_b=nr,$$

lygiagrečiai —

$$\mathcal{E}_b=\mathcal{E},$$

o vidinė varža

$$r_b=\frac{r}{n}.$$

Jeigu grandinėje sujungta keletas skirtingų srovės šaltinių, srovei apskaičiuoti taikomi du Kirchhofo dėsniai. Pirmasis teigia, kad į grandinės mazgą sutekančių srovių stiprumų algebrinė suma lygi nuliui:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0. \tag{7}$$

Srovės stiprumas laikomas teigiamu, kai mūsų laisvai pažymėta kryptimi srovė teka į mazgą, ir neigiamu, kai ji išteka iš jo. Antrasis Kirchhofo dėsnis tvirtina, jog uždaroje grandinės dalyje (kontūre) visų įtampų algebrinė suma yra lygi šiame kontūre esančių srovės šaltinių elektrovaros jėgų algebrinei sumai.

Ant elektrodų išsiskyrusios medžiagos masė nusakoma Faradėjaus dėsniu:

$$m = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{n} It; \tag{8}$$

čia $F = 9{,}65 \cdot 10^4$ C/mol — Faradėjaus skaičius, $\frac{M}{n}$ — išsiskyrusios medžiagos cheminis ekvivalentas, M — molio masė, n — valentingumas, t — srovės I tekėjimo laikas elektrolizės metu.

▲ Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Keturi rezistoriai, kurių varža $R_1 = 1$ Ω, $R_2 = R_3 = 2$ Ω ir $R_4 = 4$ Ω, į grandinę įjungti pagal schemą (94 pav.). Kuriame rezistoriuje per tą patį laiką išsiskiria didžiausias ir kuriame mažiausias šilumos kiekis? Koks šių kiekių santykis?

Sprendimas. Pažymėkime įtampos kritimą atitinkamuose rezistoriuose U_1, U_2, U_3, U_4. Nuosekliai sujungtuose laidininkuose įtampos kritimas tiesiog proporcingas jų varžai, t. y.

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \text{ ir } \frac{U_3}{U_4} = \frac{R_3}{R_4}.$$

Bet lygiagrečiai sujungtų rezistorių atskirose šakose įtampos kritimas yra vienodas. Todėl

$$U = U_1 + U_2 = U_3 + U_4.$$

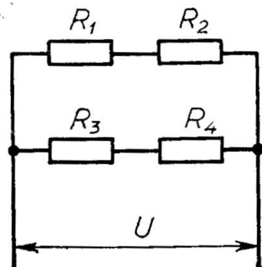
Srovės galia rezistoriuose R_1, R_2, R_3 ir R_4 yra tokia:

$$P_1 = \frac{U_1^2}{R_1} = U^2 \frac{R_1}{(R_1+R_2)^2};$$

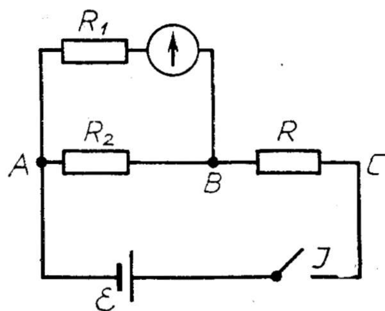
$$P_2 = \frac{U_2^2}{R_2} = U^2 \frac{R_2}{(R_1+R_2)^2};$$

$$P_3 = \frac{U_3^2}{R_3} = U^2 \frac{R_3}{(R_3+R_4)^2};$$

$$P_4 = \frac{U_4^2}{R_4} = U^2 \frac{R_4}{(R_3+R_4)^2}.$$



94 pav.



95 pav.

Suradę skaitines vertes, matome, kad didžiausia galia išsiskiria rezistoriuje R_2, mažiausia — rezistoriuje R_3. Jų santykis

$$\frac{P_{\max}}{P_{\min}}=\frac{R_2}{R_3}\left(\frac{R_3+R_4}{R_1+R_2}\right)^2=4.$$

2. Galvanometro vidinei varžai nustatyti naudojama schema (95 pav.). Kai įjungta žinoma varža R_1, galvanometro rodyklė nukrypsta per n_1 padalų, o kai ji išjungta — per n_2. Raskite galvanometro varžą r_0, žinodami, kad $r_0 \gg R_2$. Į srovės šaltinio varžą neatsižvelkite.

Sprendimas. Išnagrinėsime atvejį, kai R_1 įjungta. Pilnutinė grandinės varža

$$R'=\frac{(R_1+r_0)R_2}{R_1+r_0+R_2}+R \approx R+R_2, \qquad (1)$$

nes $r_0 \gg R_2$. Neišsišakojusioje grandinės dalyje srovė

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R+R_2}; \qquad (2)$$

čia $\mathcal{E}$ — šaltinio evj. Galvanometru tekančią srovę galima išreikšti jo rodyklės nukrypimo padalomis n_1:

$$I_1=kn_1. \qquad (3)$$

Čia k — galvanometro konstanta, vadinama jo jautrumu srovei. Išsišakojusiai grandinės daliai taikomas pirmasis Kirchhofo dėsnis:

$$I=I_1+I_2; \qquad (4)$$

čia I_2 — varža R_2 tekanti srovė. Matome, kad

$$I_2=\frac{U_{AB}}{R_2}=\frac{kn_1(R_1+r_0)}{R_2}. \qquad (5)$$

Įrašę (2), (3) ir (5) į (4), gauname:

$$kn_1=\frac{\mathcal{E}R_2}{(R+R_2)(R_1+r_0+R_2)}. \qquad (6)$$

Kai varža R_1 išjungta, analogiškai

$$kn_2=\frac{\mathcal{E}R_2}{(R+R_2)(r_0+R_2)}. \qquad (7)$$

Spręsdami (6) ir (7) bei atsižvelgdami, kad $R_2 \ll r_0$, randame galvanometro varžą

$$r_0=R_1\frac{n_1}{n_2-n_1}.$$

3. Grandinę, kurios varža R, maitina vienodų akumuliatorių baterija. Ar gali būti tokių akumuliatorių, kuriuos sujungus iš

pradžių lygiagrečiai, o vėliau nuosekliai, srovė grandinėje liktų nepakitusi?

Sprendimas. Lygiagrečiai sujungus n vienodų akumuliatorių, baterijos evj nepakinta, o vidinė varža sumažėja n kartų. Todėl Omo dėsnis šiai grandinei gali būti užrašomas taip:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{n}}; \qquad (1)$$

čia $\mathcal{E}$ — vieno akumuliatoriaus evj, r — jo vidinė varža. Sujungus akumuliatorius nuosekliai, baterijos evj ir vidinė varža padidėja n kartų. Todėl

$$I_2 = \frac{n\mathcal{E}}{R + nr} = \frac{\mathcal{E}}{\frac{R}{n} + r}. \qquad (2)$$

Pagal sąlygą

$$I_1 = I_2,$$

arba

$$\frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{n}} = \frac{\mathcal{E}}{\frac{R}{n} + r}. \qquad (3)$$

Iš čia

$$R + \frac{r}{n} = \frac{R}{n} + r, \qquad (4)$$

arba

$$r = R.$$

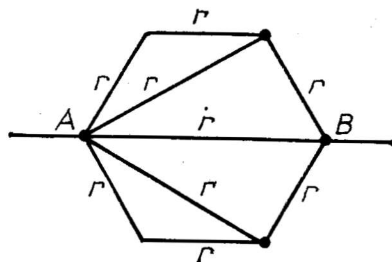
Akumuliatorius sujungę baterijoje lygiagrečiai ir nuosekliai, išorinėje grandinėje gausime tą patį srovės stiprumą, kai vieno akumuliatoriaus vidinė varža lygi išorinės grandinės varžai.

Uždaviniai

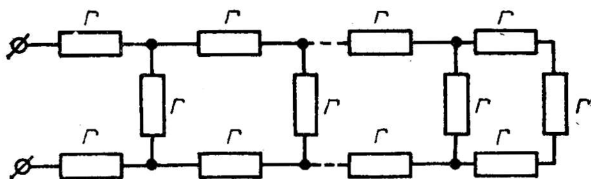
3.2.1. 1 mm^2 skerspjūvio ploto variniu laidu teka 10 mA stiprumo srovė. Tardami, kad vienam atomui tenka vienas laidumo elektronas, apskaičiuokite tvarkingo elektronų judėjimo vidutinį greitį.

3.2.2. Įrodykite: jeigu n laidininkų varžos sudaro aritmetinę progresiją $n+1$, $n+2$, $n+3$, ... , $2n-1$ (Ω), tai, laidininkus perjungus lygiagrečiai, gautos grandinės varža yra ne didesnė už 2 Ω, kad ir koks didelis būtų n.

3.2.3. Grandinė sujungta iš 9 laidų, sudarančių šešiakampį su įstrižainėmis, kurios eina iš viršūnės A (96 pav.). Kiekvieno laido varža r. Raskite grandinės AB varžą R.



96 pav.

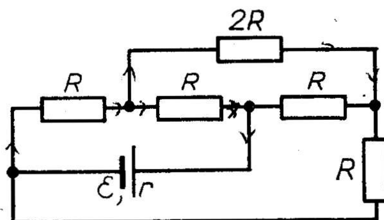


97 pav.

3.2.4. Grandinė sujungta iš be galo daug elementų, kurių kiekvieną sudaro trys vienodos varžos r rezistoriai (97 pav.). Raskite šios grandinės varžą.

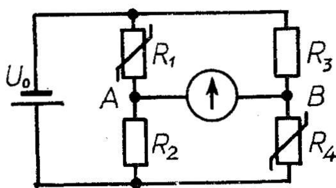
3.2.5. Plokščiasis kondensatorius pripildytas dielektriko, kurio skvarba $\varepsilon=7$ ir specifinė varža $\varrho=10^{11}$ Ωm. Kondensatoriaus talpa $C=3\cdot10^3$ pF. Raskite nuotėkio srovės stiprumą kondensatoriuje, kai jo potencialų skirtumas $\Delta\varphi=2\cdot10^3$ V.

3.2.6. Rezistoriai ir srovės šaltinis sujungti, kaip parodyta 98 paveiksle. Kokia srovė teka $2R$ varžos rezistoriumi? (XXII respublikinė olimpiada, 1974.)



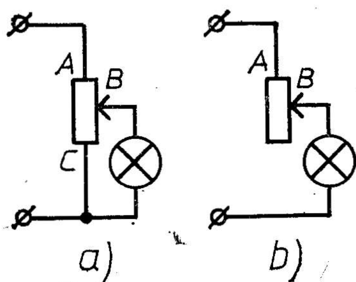
98 pav.

3.2.7. Grandinėje, sujungtoje pagal 99 paveiksle parodytą schemą, yra du vienodi rezistoriai, kurių varža $R_2=R_3=R$, ir du vienodi netiesiniai rezistoriai R_1 ir R_4, kurių voltamperinė charakteristika išreiškiama lygybe $U=\alpha I^2$; čia α — pastovus koeficientas. Kokia turi būti šaltinio įtampa U_0, kad srovės stiprumas galvanometre būtų lygus nuliui?



99 pav.

3.2.8. Lemputę, skirtą $U_0=110$ V įtampos tinklui, galima įjungti į $U=220$ V įtampos tinklą, panaudojant reostatą, kuris įjungiamas pagal 100 paveikslo *a* ir *b* schemas. Raskite kiekvienos schemos naudingumo koeficientą. Lemputės varža $R_0=1000$ Ω, reostato varža $R=2000$ Ω.

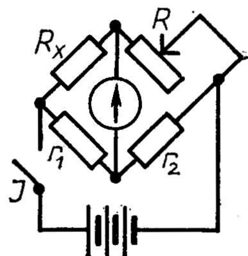


100 pav.

3.2.9. 101 paveiksle parodyta schema (Vitstono tiltelis) paprastai panaudojama nežinomai varžai R_x matuoti. Kaip pagal šią schemą išmatuoti galvanometro varžą R_0, jei nėra kito galvanometro?

3.2.10. 2 Ω vidinės varžos ampermetras, tiesiai prijungtas prie baterijos gnybtų, rodo 5 A stipru-

mo srovę. 150 Ω varžos voltmetras, prijungtas prie šios baterijos gnybtų, rodo 12 V potencialų skirtumą. Kokia trumpojo jungimo srovė?



101 pav.

3.2.11. Kaip išmatuoti nežinomą varžą, turint votmetrą, ampermetrą ir nežinomos vidinės varžos srovės šaltinį?

3.2.12. Į srovės grandinę įjungto elektrinio šildytuvo temperatūra t_1. Aušinant šildytuvą ventiliatoriumi, temperatūra krito iki t_2. Ar vienodas abiem atvejais per tą patį laiką srovės išskirtas šilumos kiekis?

3.2.13. Elektrinis virdulys turi dvi kaitinamąsias spirales. Įjungus vieną jų, vanduo užverda per laiką t_1, o kitą — per t_2. Per kiek laiko užvirs vanduo virdulyje, kai šias spirales sujungsime: 1) nuosekliai; 2) lygiagrečiai? Į šilumos nuostolius ir temperatūrinį varžos pokytį neatsižvelkite.

3.2.14. Prie 40 V evj ir 5 Ω vidinės varžos baterijos prijungiamas reostatas, kurio varža R gali kisti nuo 0 iki 35 Ω. Vienoje koordinačių sistemoje nubraižykite: 1) išorinėje grandinės dalyje, 2) vidinėje grandinės dalyje ir 3) visoje grandinėje išskiriamos galios priklausomybės nuo išorinės varžos grafikus.

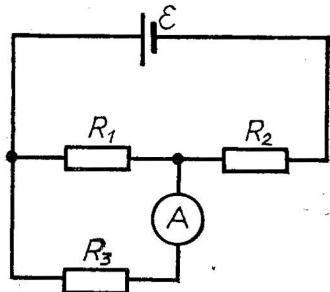
3.2.15. Iš $N=24$ vienodų srovės šaltinių, kurių kiekvieno evj $\mathcal{E}=1$ V ir vidinė varža $r=0{,}2$ Ω, sudaryta baterija po $n=6$ nuosekliai sujungtų šaltinių į sekcijas. Sekcijos į bateriją sujungtos lygiagrečiai. Prie baterijos prijungtas rezistorius, kurio varža $R=0{,}3$ Ω. Apskaičiuokite jame srovės išskiriamą galią.

3.2.16. Baterijos evj lygi 240 V, vidinė varža 1 Ω ir išorinė varža 23 Ω. Raskite baterijos bendrą galią, naudingąją galią ir grandinės naudingumo koeficientą.

3.2.17. Įjungto į nuolatinės srovės grandinę variklio paleidimo srovė 15 A. Nusistovėjus darbo režimui, srovė sumažėja iki 9 A. Koks variklio naudingumo koeficientas?

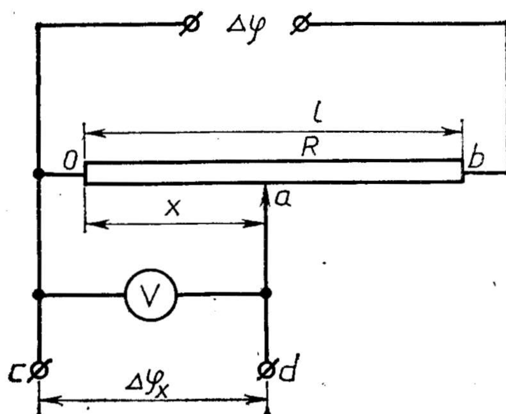
3.2.18. Energijos perdavimo linija yra 300 Ω varžos. Koks potencialų skirtumas turi būti linijoje, kad, perduodant 25 kW galią, nuostoliai būtų ne didesni kaip 4% perduodamos galios?

3.2.19. Kokią srovę rodo ampermetras (102 pav.), kai srovės šaltinio gnybtų potencialų skirtumas $\Delta\varphi = 2{,}1$ V, o rezistorių varža $R_1=5$ Ω, $R_2=6$ Ω ir $R_3=3$ Ω? Į ampermetro vidinę varžą neatsižvelkite.



102 pav.

3.2.20. 103 paveiksle pavaizduota potenciometro schema. Keičiant reostato slankiklio padėtį nuo a iki b, gnybtų o ir a potencialų skirtumas didėja nuo 0 iki $\Delta\varphi$. Kaip $\Delta\varphi_x$ priklauso nuo x, kai voltmetro varža



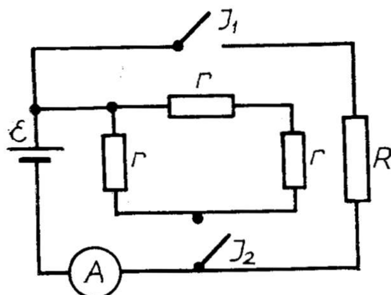
103 pav.

$R_0 = nR$ (R — didžiausia reostato varža)? Nubraižykite šios priklausomybės grafiką. Išnagrinėkite atvejus: 1) $n \gg 1$; 2) $n=1$.

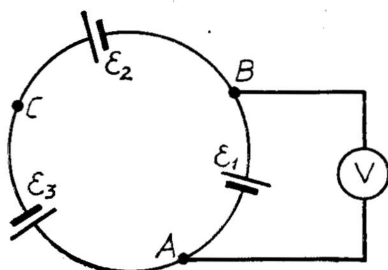
3.2.21. Kokią varžą R reikia parinkti 104 paveiksle parodytoje schemoje, kad, išjungus jungiklį J_1 ir įjungus J_2, ampermetras rodytų tą pačią srovę, kaip ir tuo atveju, kai J_1 įjungtas, o J_2 išjungtas?

3.2.22. Baterija sudaryta iš $N=80$ elementų, kurie po n jungiami nuosekliai į sekcijas, o $\frac{N}{n}$ sekcijų — lygiagrečiai į bateriją. Kiekvieno elemento evj $\mathcal{E}=2$ V ir vidinė varža $r=0{,}5\ \Omega$. Baterija apkrauta varža $R=1{,}6\ \Omega$. Nubraižykite srovės stiprumo I priklausomybės nuo skaičiaus n grafiką ir iš jo raskite n, atitinkantį didžiausią srovės stiprumą. Analitiškai ir grafiškai raskite didžiausią srovės stiprumą I_{max}.

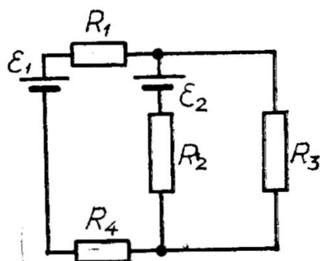
3.2.23. Ką parodys voltmetras (105 pav.), prijungtas taškuose: 1) A ir B; 2) A ir C? Išnagrinėkite atvejus: a) šaltinių evj $\mathcal{E}_1=\mathcal{E}_2=\mathcal{E}_3$ ir jų vidinė varža $r_1 \neq r_2 \neq r_3$; b) $\mathcal{E}_1 \neq \mathcal{E}_2 \neq \mathcal{E}_3$, $r_1=r_2=r_3$; c) $\mathcal{E}_1=\mathcal{E}_2=\mathcal{E}_3$, $r_1=r_2=r_3$. Voltmetro vidinė varža labai didelė.



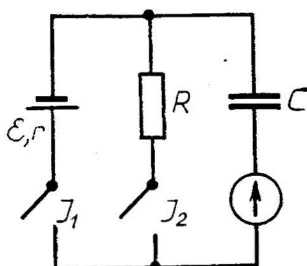
104 pav.



105 pav.



106 pav.



107 pav.

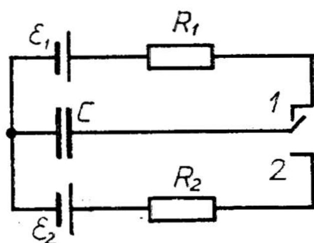
3.2.24. 106 paveiksle parodytoje schemoje šaltinių evj $\mathcal{E}_1=2$ V, $\mathcal{E}_2=5$ V, varža $R_3=2$ Ω, o varžos R_1, R_2 ir R_4 parinktos taip, kad šaltiniu $\mathcal{E}_1$ srovė netekėtų. Raskite įtampos kritimą varžoje R_2 ir varža R_3 tekančios srovės stiprumą. Į šaltinių vidinę varžą neatsižvelkite.

3.2.25. Grandinė sujungta pagal 107 paveiksle parodytą schemą. Įjungus jungiklį J_1, galvanometro rodyklė nukrypsta kampu α. Kokiu kampu β nukryps galvanometro rodyklė, įjungus jungiklį J_2, kai J_1 yra jau įjungtas? Rodyklės nuokrypis proporcingas krūviui, pratekėjusiam galvanometru.

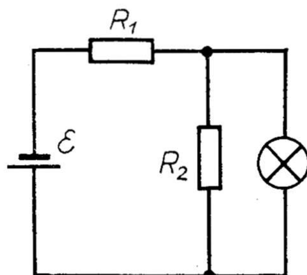
3.2.26. Prietaiso schema pavaizduota 108 paveiksle. Jungiklį sujungiame paeiliui su *1* ir *2* kontaktu labai trumpam, kad kondensatoriaus krūvio pokytis kiekvieną kartą būtų labai mažas. Koks bus kondensatoriaus krūvis, labai daug kartų perjungus, kai procesas nusistovės? (XXIII respublikinė olimpiada, 1975.)

3.2.27. 212 paveiksle pavaizduota automobilio lemputės srovės priklausomybė nuo įtampos. Lemputė įjungiama į 109 paveiksle parodytą grandinę, kurios $\mathcal{E}=15$ V, $R_1=30$ Ω, $R_2=20$ Ω. Apskaičiuokite lemputės galią.

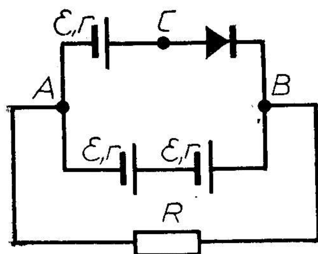
3.2.28. Kaip priklauso įtampos kritimas R varžos rezistoriuje nuo tos varžos didumo (110 pav.)? Kiekvieno šaltinio evj $\mathcal{E}$, vidinė varža r. Diodą laikykite idealiu (tiesiogine kryptimi varža lygi nuliui, priešinga — be galo didelė).



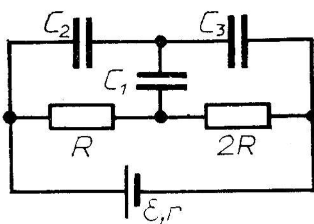
108 pav.



109 pav.



110 pav.



111 pav.

3.2.29. Raskite kondensatoriaus C_2 krūvį (111 pav.), kai $C_1 = C_2 = C_3 = C$, srovės šaltinio evj $\mathcal{E}$, šaltinio vidinė varža r. (XXIII respublikinė olimpiada, 1975.)

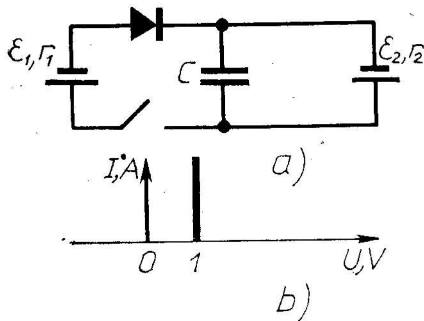
3.2.30. Kokį elektros krūvį reikia praleisti elektrolitine vonia su parūgštintu vandeniu, norint gauti 1 l 27°C temperatūros ir 760 mm Hg slėgio sprogstamųjų dujų?

3.2.31. Kokio stiprumo srovė turi tekėti elektrolitu, kad per 1 min išsiskirtų 1 g vandens? Kokį tūrį normaliomis sąlygomis užims sprogstamosios dujos?

3.2.32. Gyvsidabrio atomo jonizacijos potencialas $\varphi = 10{,}4$ V. Kokiu mažiausiu greičiu judės elektronas, smūgio metu jonizuojantis šį atomą?

3.2.33. R varžos rezistorius ir C talpos orinis kondensatorius nuosekliai įjungti į nuolatinės srovės grandinę. Kondensatoriaus viduje oras jonizuojamas Rentgeno spinduliais. Kai kondensatoriaus plokštės nutolusios atstumu d, įtampos kritimas varžoje yra $\Delta\varphi$. Tardami, kad jono krūvis yra elementarus, raskite jonų porų skaičių, susidarantį tūrio vienete per 1 s. Į jonų rekombinaciją neatsižvelkite.

3.2.34. 112 paveiksle, *a*, pavaizduotoje schemoje iš pradžių jungiklis išjungtas. Grandinės parametrai tokie: $\mathcal{E}_1 = 1$ V, $\mathcal{E}_2 = 3$ V, $r_1 = 0{,}2$ Ω, $r_2 = 0{,}4$ Ω, $C = 10$ μF. Kaip pasikeis kondensatoriaus krūvis, sujungus grandinę, jei diodo voltamperinė charakteristika parodyta 112 paveiksle, *b*?



112 pav.

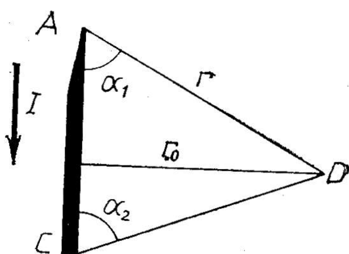
3.3. SROVĖS MAGNETINIS LAUKAS

1. Magnetinio lauko indukcija $\vec{B}$ yra pagrindinis magnetinį lauką apibūdinantis dydis. Kad būtų patogiau skaičiuoti, dažnai vietoj $\vec{B}$ vartojamas

kitas fizikinis dydis — magnetinio lauko stiprumas, kuris išreiškiamas taip:

$$\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0\mu}; \qquad (1)$$

čia $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}\frac{\mathrm{kgm}}{\mathrm{A^2s^2}}=12{,}56\cdot10^{-7}\,\mathrm{H/m}$ — magnetinė konstanta, μ — aplinkos magnetinė skvarba. Magnetinio lauko stiprumas matuojamas A/m.



113 pav.

2. Tiesaus laido atkarpa tekanti srovė I sukuria taške D, nutolusiame nuo šio laido per r_0, magnetinio lauko indukciją, kurios didumas

$$B=\frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{I}{r_0}(\cos\alpha_1+\cos\alpha_2); \qquad (2)$$

čia α_1 ir α_2 — kampai, kuriuos sudaro iš atkarpos galų į tašką D išvesti spinduliai vektoriai su laido atkarpa (113 pav.). Vektoriaus $\vec{B}$ kryptis nusakoma dešiniojo sraigto taisykle. Kai šis laidas labai ilgas, $\cos\alpha_1+\cos\alpha_2\rightarrow2$ ir

$$B=\frac{\mu_0\mu}{2\pi}\cdot\frac{I}{r_0}. \qquad (3)$$

3. Ilgo solenoido (toroido) apvija tekanti srovė I viduje, toli nuo galų, sukuria magnetinį lauką, kurio indukcija

$$B=\frac{\mu_0\mu IN}{l}=\mu_0\mu In; \qquad (4)$$

čia N — solenoido (toroido) apvijos vijų skaičius, l — jo ilgis, n — vijų skaičius, tenkantis solenoido (toroido) ilgio vienetui.

4. Magnetinis srautas, kertantis bet kurio kontūro ribojamą mažą plotą ΔS, išreiškiamas:

$$\Delta\Phi=B_n\Delta S; \qquad (5)$$

čia B_n yra vektoriaus $\vec{B}$ projekcija paviršiui ΔS statmenoje kryptyje. Solenoidą (toroidą) kertantis srautas

$$\Phi=BS; \qquad (6)$$

čia S — solenoido (toroido) skerspjūvio plotas.

5. Surištuoju magnetiniu srautu vadinamas dydis

$$\Psi=N\Phi; \qquad (7)$$

čia N — solenoido (toroido) elementariųjų kontūrų (vijų) skaičius.

6. Magnetinis laukas, kurio indukcija $\vec{B}$, veikia elektros srovę pagal Ampero dėsnį jėga

$$F=BI\Delta l\sin\alpha; \qquad (8)$$

Δl — laido atkarpos, kuria teka srovė I, ilgis, α — kampas tarp tekančios srovės krypties ir vektoriaus $\vec{B}$. Kai vienalyčiame lauke yra tiesus l ilgio laidas, kuriuo teka srovė I, sąveikos jėga

$$F = BIl \sin \alpha. \qquad (9)$$

7. Magnetiniame lauke greičiu $\vec{v}$ judantį elektros krūvį q magnetinis laukas veikia Lorenco jėga

$$F_L = qvB \sin \alpha; \qquad (10)$$

čia α — kampas tarp $\vec{v}$ ir $\vec{B}$.

▲ Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Begaliniu tiesiu laidu teka srovė I. Taške A, nutolusiame nuo šio laido $r_0 = 5$ cm atstumu, magnetinio lauko indukcija $B_1 = 5{,}03 \cdot 10^{-4}$ T. Kokį mažiausią laido ilgį l_{min} atitinka ši vertė 2% tikslumu, kai laidu teka to paties stiprumo srovė, o taškas A nutolęs nuo laido atkarpos vidurio $r_0 = 5$ cm atstumu?

Sprendimas. Santykinė magnetinio lauko indukcijos paklaida

$$\delta B = \frac{B_1 - B_2}{B_1}; \qquad (1)$$

čia B_2 — magnetinio lauko indukcija, kai laido ilgis ribotas. Žinome, kad

$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r_0} \qquad (2)$$

ir

$$B_2 = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2) = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r_0} \cos \alpha. \qquad (3)$$

Remdamiesi 113 paveikslu, matome, kad

$$\cos \alpha = \frac{l_{min}}{2r} = \frac{l_{min}}{\sqrt{l_{min}^2 + 4r_0^2}}. \qquad (4)$$

(2), (3) ir (4) lygtį įrašome į (1):

$$B = 1 - \cos \alpha = 1 - \frac{l_{min}}{\sqrt{l_{min}^2 + 4r_0^2}}. \qquad (5)$$

Iš čia

$$l_{min} = \frac{2(1-\delta B) r_0}{\sqrt{1-(1-\delta B)^2}} \approx \frac{2(1-\delta B) r_0}{\sqrt{2\delta B}}, \qquad (6)$$

nes $\delta B^2 \ll 1$. Įrašome į (6) skaitines vertes:

$$l_{min} \approx \frac{2 \cdot 0{,}98 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}} = 0{,}49 \text{ m}.$$

2. Cilindrinė ritė, kurios skersmuo $D=2$ cm, o ilgis $l=0{,}5$ m, suvyniota iš $L=15{,}7$ m ilgio ir $S=1$ mm^2 skerspjūvio ploto varinio laido. Ritė įjungta į nuolatinės srovės grandinę, kurios šaltinio evj $\mathcal{E}=12$ V ir vidinė varža $r=0{,}525$ Ω. Raskite ritės magnetinį srautą Φ ir surištąjį srautą Ψ.

Sprendimas. Kadangi ritės ilgis $l \gg D$, laikysime ją ilga. Todėl jos viduje srovės sukurto magnetinio lauko indukcija

$$B=\mu_0\mu I n=\mu_0\mu I\frac{N}{l}. \qquad (1)$$

Rite tekanti srovė $I=\dfrac{\mathcal{E}}{\dfrac{\varrho L}{S}+r}=\dfrac{\mathcal{E}S}{\varrho L+rS}$. (2)

Ritės vijų skaičius

$$N=\frac{L}{\pi D}. \qquad (3)$$

Magnetinis srautas pro ritės skerspjūvį

$$\Phi=BS=\frac{\pi}{4}BD^2. \qquad (4)$$

(1), (2) bei (3) lygtį įrašome į (4) ir sužinome, kad

$$\Phi=\frac{\mu_0\mu}{4}\cdot\frac{D\mathcal{E}LS}{l(\varrho L+rS)}=2{,}96\cdot10^{-6}\ \text{Wb}.$$

Ritės surištasis magnetinis srautas

$$\Psi=N\Phi=\frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{\mathcal{E}L^2S}{l(\varrho L+rS)}=7{,}4\cdot10^{-4}\ \text{Wb}.$$

3. Stačiakampė ritė, suvyniota iš $N=50$ vijų, yra vienalyčiame magnetiniame lauke, kurio indukcija $B=0{,}2$ T. Ritės ilgis $a=3$ cm, plotis $b=2$ cm. Magnetinis laukas lygiagretus ritės kraštinėms. Raskite jėgų momentą, veikiantį ritę, kai ja teka $I=4$ A srovė.

Sprendimas. Šiuo atveju ritė gali būti nagrinėjama kaip N atskirų rėmelių. Jeigu ritė suvyniota viena kryptimi, kiekvienus rėmelius veikiantis sukimo momentas

$$M_0=BIS\sin\alpha; \qquad (1)$$

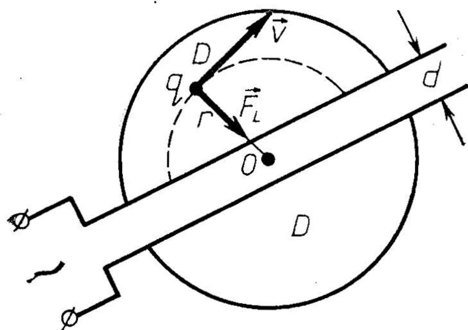
čia α — kampas tarp vektorių $\vec{n}$ ir $\vec{B}$. Normalės vektorius $\vec{n}$ statmenas rėmelių plokštumai. Rėmelių plotas $S=ab$.

Visą ritę veikiantis sukimo momentas

$$M=NM_0=BIabN\sin\alpha. \qquad (2)$$

Kaip matyti iš (2) lygties, jis kintamas. Didžiausia jo vertė $M_{max}=BIabN$, o mažiausia $M=0$, kai $\sin\alpha=0$. Nagrinėjamu atveju $M_{max}=2{,}4\cdot10^{-2}$ Nm.

Jeigu rėmelių n_1 vijų suvyniotume pagal laikrodžio rodyklę, o n_2 — priešinga kryptimi, tai atitinkamai jas veiktų priešingų



114 pav.

krypčių jėgų momentai M_1 ir M_2 ir atstojamasis momentas $M = M_1 - M_2 = = BIabn_1 \sin\alpha - BIabn_2 \times \times \sin\alpha = BIab(n_1 - n_2) \times \times \sin\alpha$.

4. Įrodykite, kad teigiamojo jono judėjimo trukmė viename ciklotrono duante nepriklauso nuo trajektorijos spindulio.

Sprendimas. Ciklotronas sudarytas iš dviejų duantų, tarp kurių yra d pločio tarpas. Šiame tarpe sudaromas kintamas elektrinis laukas. Duanto viduje judantį teigiamąjį joną veikia statmenas judėjimo plokštumai vienalytis magnetinis laukas Lorenco jėga:

$$F_L = qvB. \quad (1)$$

Ji nukreipta statmenai vektoriui $\vec{B}$ ir judėjimo greičiui $\vec{v}$, t. y. į judėjimo centrą. Taigi ši jėga yra įcentrinė (114 pav.), t. y. $F_L = F_{įc}$, arba $qvB = \frac{mv^2}{r}$. Iš čia judėjimo greitis $v = \frac{qBr}{m}$ ir judėjimo viename duante trukmė

$$\Delta t = \frac{\pi r}{v} = \frac{\pi r m}{qBr} = \frac{\pi m}{qB}. \quad (2)$$

Iš (2) matyti, kad ši trukmė nepriklauso nuo trajektorijos spindulio.

5. Elektronas įlekia į vienalytį $H = 1{,}5 \cdot 10^3$ A/m stiprumo magnetinį lauką $v_0 = 720$ km/s greičiu, kuris su lauko kryptimi sudaro $\alpha = 30°$ kampą. Raskite jo sraigtinės trajektorijos spindulį ir žingsnį.

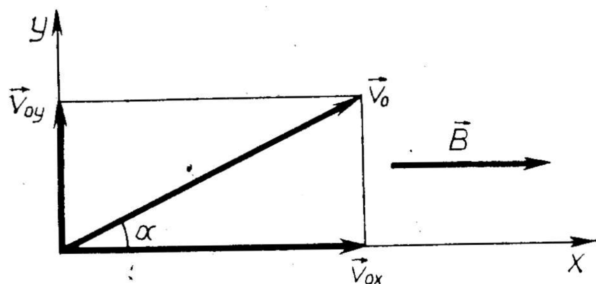
Sprendimas. X ašį sutapatiname su magnetinio lauko kryptimi (115 pav.). Pradinį elektrono greitį $\vec{v}_0$ išskaidome į dedamąsias $\vec{v}_{0x}$ ir $\vec{v}_{0y}$. Tada

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha,$$
$$v_{0y} = v_0 \sin\alpha.$$

Todėl elektrono judėjimą vienalyčiame magnetiniame lauke nagrinėjame kaip sudėtinį judėjimą greičiais $\vec{v}_{0x}$ ir $\vec{v}_{0y}$. Pradiniu momentu elektroną atitinkamai veikia dvi Lorenco jėgos:

$$F'_L = ev_{0x}B \sin\alpha_1 = e\mu_0 v_{0x}H \sin\alpha_1,$$
$$F''_L = ev_{0y}B \sin\alpha_2 = e\mu_0 v_{0y}H \sin\alpha_2;$$

čia α_1 ir α_2 — greičio dedamųjų $\vec{v}_{0x}$ ir $\vec{v}_{0y}$ bei magnetinio lauko



115 pav.

stiprumo $\vec{H}$ sudaromi kampai. Pagal pasirinktą koordinačių sistemą $\alpha_1=0$ ir $\alpha_2=\frac{\pi}{2}$. Todėl $F'_L=0$ ir

$$F''_L=\mu_0 e v_{0y} H=\mu_0 e v_0 H \sin\alpha.$$

Dėl šios priežasties elektrono greičio dedamoji X ašies kryptimi visą laiką liks pastovi ir lygi v_{0x}, o šiai ašiai statmenoje plokštumoje Lorenco jėga F''_L privers elektroną skrieti apskritimu. Taigi atstojamasis elektrono judėjimas vyks sraigtine trajektorija. Trajektorijos spindulį randame iš sąlygos:

$$\frac{mv_{0y}^2}{R}=e\mu_0 v_{0y} H.$$

Iš čia

$$R=\frac{mv_0 \sin\alpha}{e\mu_0 H}.$$

Elektrono judėjimo periodas

$$T=\frac{2\pi R}{v_{0y}}=\frac{2\pi m}{e\mu_0 H}.$$

Po to ieškome sraigtinės trajektorijos žingsnio

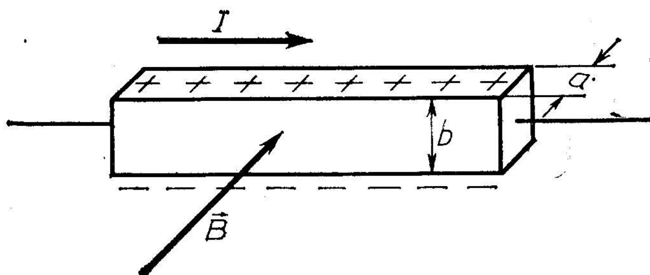
$$h=v_{0x}T=2\pi\frac{mv_0 \cos\alpha}{e\mu_0 H}.$$

Randame dydžių R ir h skaitines vertes:

$$R=\frac{9{,}11\cdot10^{-31}\ \text{kg}\cdot7{,}2\cdot10^{5}\ \text{m/s}\cdot0{,}5}{1{,}60\cdot10^{-19}\ \text{C}\cdot4\pi\cdot10^{-7}\ \text{H/m}\cdot1{,}5\cdot10^{3}\ \text{A/m}}=1{,}09\ \text{mm};$$

$$h=\frac{2\pi\cdot9{,}11\cdot10^{-31}\ \text{kg}\cdot7{,}2\cdot10^{5}\ \text{m/s}\cdot0{,}866}{1{,}60\cdot10^{-19}\ \text{C}\cdot4\pi\cdot10^{-7}\ \text{H/m}\cdot1{,}5\cdot10^{3}\ \text{A/m}}=11{,}8\ \text{mm}.$$

6. Aliumininę plokštele, kurios skerspjūvio plotas $S=ab$, teka 5 A stiprumo srovė. Plokštelė yra vienalyčiame $B=0{,}5$ T indukcijos magnetiniame lauke, statmename plokštelės briaunai b ir tekančiai srovei (116 pav.). Laikydami laisvųjų elektronų koncentraciją lygia atomų koncentracijai, raskite atsiradusio skersinio elektrinio lauko potencialų skirtumą, jeigu $a=0{,}1$ mm.



116 pav.

Sprendimas. Magnetinis laukas tvarkingai judančius elektronus veikia Lorenco jėga

$$F_L = evB; \qquad (1)$$

čia v — jų tvarkingo judėjimo (dreifo) greitis. Dėl to susidaro skersinis (Holo) elektrinis laukas E, kuris trukdo laisviesiems elektronams nukrypti į apatinę plokštelės dalį. Kai elektronai pusiausviri,

$$eE = evB. \qquad (2)$$

Srovės stiprumas

$$I = jab = en_0vab. \qquad (3)$$

Šioje lygtyje j — srovės tankis, o n_0 — laisvųjų elektronų koncentracija

$$n_0 = \frac{N_A}{M}\varrho; \qquad (4)$$

čia N_A — Avogadro skaičius ($N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}), M — molio masė (aliuminio $M = 27 \cdot 10^{-3}$ kg/mol), ϱ — tankis ($\varrho = 2{,}7 \cdot 10^3$ kg/m^3).

Iš (3) išreikštą elektronų dreifo greitį

$$v = \frac{I}{en_0ab},$$

atsižvelgę į (4) lygybę, įrašome į (2) lygtį. Tada

$$E = \frac{BMI}{eab\varrho N_A},$$

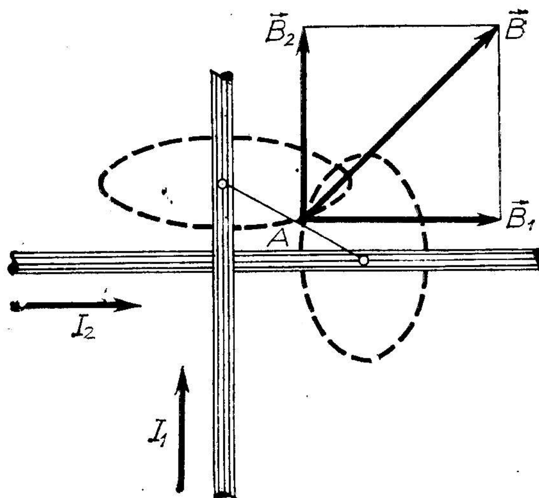
ir ieškomasis potencialų skirtumas

$$\Delta\varphi = Eb = \frac{BMI}{ea\varrho N_A} = 2{,}6 \cdot 10^{-6} \text{ V}.$$

● Uždaviniai

3.3.1. Dviem tiesiais ilgais ir lygiagrečiais laidais viena kryptimi teka srovė I_1 ir $I_2 = 2I_1$. Atstumas tarp šių laidų a. Raskite geometrinę vietą taškų, kuriuose magnetinio lauko indukcija lygi nuliui.

3.3.2. Dviem ilgais tiesiais vienas kitam statmenais laidais teka srovės $I_1 = I_2 = I = 10$ A. Jų kryptys parodytos 117 paveiksle.



117 pav.

Raskite magnetinio lauko stiprumą ir magnetinio lauko indukciją šiuos laidus jungiančios atkarpos vidurio taške A. Atstumas tarp laidų $a=5$ cm.

3.3.3. Plonasieniu tiesiu cilindriniu vamzdeliu teka srovė I. Raskite magnetinio lauko stiprumą bet kuriame šio vamzdelio vidaus taške.

3.3.4. Be galo ilgas tiesus laidas sulenktas stačiu kampu. Juo teka 100 A stiprumo srovė. Raskite magnetinio lauko indukciją taškuose, esančiuose šio kampo pusiaukampinėje ir nutolusiuose nuo jo viršūnės $d=10$ cm atstumu.

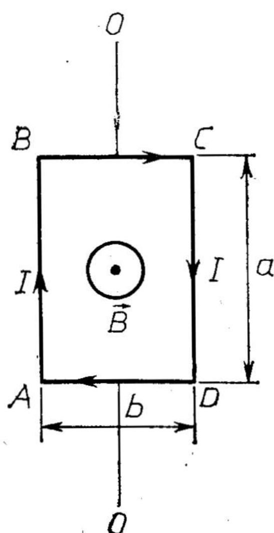
3.3.5. Raskite magnetinio lauko indukciją, kurią sukuria tiesiu $l=60$ cm ilgio laidu tekanti $I=30$ A stiprumo srovė taške, nutolusiame nuo laido atkarpos vidurio $r_0=20$ cm atstumu.

3.3.6. Stačiakampio formos laidininku teka $I=160$ A stiprumo srovė. Raskite jos sukurtą magnetinio lauko indukciją įstrižainių susikirtimo taške. Stačiakampio kraštinės $a=30$ cm ir $b=40$ cm.

3.3.7. Magnetinio lauko indukcija tuščiavidurio solenoido viduje turi būti lygi 0,015 T. Solenoido ilgis $l=0{,}6$ m, jo skersmuo $D=5$ cm. Solenoidas pagamintas iš varinio laido, kurio skersmuo $d=0{,}5$ mm. Raskite: 1) šiam solenoidui reikalingą ampervijų skaičių (IN); 2) potencialų skirtumą, kurį reikia sudaryti tarp solenoido ritės galų.

3.3.8. Raskite didžiausią magnetinio lauko indukciją, kurią sukuria tiesiai 10^6 m/s greičiu judantis elektronas taške, nutolusiame nuo jo trajektorijos 10^{-7} cm atstumu.

3.3.9. Kodėl du lygiagretūs laidai, kuriais teka vienos krypties srovės, vienas kitą traukia, o du lygiagretūs katodiniai spinduliai atsistumia?



118 pav.

3.3.10. $l=20$ cm ilgio tiesus laidas, kurio masė $m=5$ g, horizontaliai pakabintas ant dviejų vertikalių siūlų vienalyčiame magnetiniame lauke. Laukas statmenas laido ir siūlų plokštumai. Magnetinio lauko indukcija $B=0{,}05$ T. Kokio stiprumo srovei tekant laidu, siūlas nutrūks, jei jis nutrūksta, veikiamas $P_1=0{,}04$ N jėgos?

3.3.11. Vienalyčiame $B=0{,}25$ T indukcijos magnetiniame lauke, nukreiptame vertikaliai aukštyn, ant dviejų siūlų kabo horizontalus laidas. Jo ilgis $l=0{,}2$ m, o sunkis $G=0{,}1$ N. Kokiu kampu nuo vertikalios krypties nukryps siūlai, kai laidu tekės $I=2$ A stiprumo srovė?

3.3.12. Trys ilgi, tiesūs ir lygiagretūs laidai kabo ore, nutolę vienas nuo kito tuo pačiu $a=10$ cm atstumu. Laidais teka vienodo stiprumo srovė $I=100$ A, bet viename laide srovės kryptis yra priešinga. Kam lygios elektromagnetinės sąveikos jėgos, veikiančios laidų atkarpas, kurių ilgis $l=1$ m?

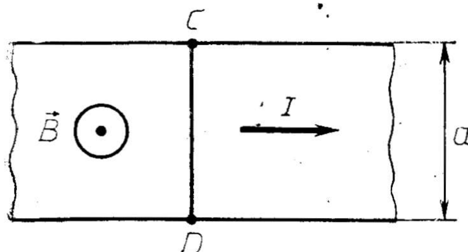
3.3.13. $N=100$ vijų kvadrato formos rėmeliai pakabinti ant tamprios vielos, kurios sukimo konstanta (jėgos momentas, pasukantis vielą vienu laipsniu) $C=10^{-5}\,\frac{\text{Nm}}{1^\circ}$. Iš pradžių rėmelių plokštuma artima magnetinio lauko indukcijos krypčiai. Paleidus rėmelių apvija $I=1$ A stiprumo srovę, jų plokštuma pasisuka $\alpha=60^\circ$ kampu. Kvadrato kraštinė $b=2$ cm. Nustatykite, kokia šiuo atveju yra magnetinio lauko indukcija.

3.3.14. Stačiakampis kontūras $ABCD$, kurio kraštinės a ir b, yra vienalyčiame B indukcijos magnetiniame lauke. Kontūras gali suktis apie OO ašį. Kokį darbą atlieka kontūru tekanti srovė I, pasukdama šį kontūrą kampu π iš pradinės padėties (118 pav.)?

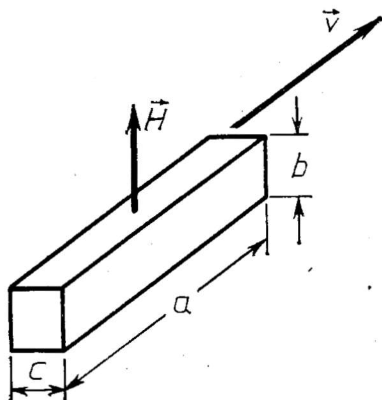
3.3.15. Neįelektrintas metalinis r spindulio cilindras magnetiniame lauke sukasi kampiniu greičiu ω apie savo ašį. Magnetinio lauko stiprumo kryptis lygiagreti cilindro ašiai. Koks turi būti magnetinio lauko stiprumas, kad cilindre neatsirastų elektrostatinis laukas?

3.3.16. Kaip juda elektronas vienalyčiame magnetiniame lauke, jei pradiniu momentu jo greitis su lauko kryptimi sudaro kampą α? Išnagrinėkite atvejus: 1) $\alpha=\frac{\pi}{2}$; 2) $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$; 3) $\alpha=0$.

3.3.17. Elementariuoju krūviu įelektrinta dalelė įlekia į vienalytį magnetinį lauką, kurio magnetinė indukcija $B=0{,}01$ T. Dalelės pradinis greitis ir lauko jėgų linijos sudaro $\alpha=45^\circ$ kampą, todėl ji juda sraigtine linija, kurios žingsnis $h=2$ cm. Apskaičiuokite dalelės judesio kiekį.



119 pav.



120 pav.

3.3.18. Metaline juosta, kurios plotis $CD=a$ ir storis $d=0,1$ mm, teka $I=10$ A stiprumo srovė. Juosta yra vienalyčiame $B=1$ T indukcijos magnetiniame lauke, statmename juostos plokštumai (119 pav.). Raskite taškų C ir D potencialų skirtumą $\Delta\varphi$, kai laisvųjų elektronų koncentracija $n=9\cdot10^{21}$ cm^{-3}.

3.3.19. Neįelektrintas metalinis stačiakampio gretasienio formos tašelis, kurio kraštinės a, b ir c, be to, $a\gg c$ ir $b\gg c$ (120 pav.), išilgai kraštinės a juda greičiu v vienalyčiame magnetiniame lauke. Jo stiprumas H yra statmenas tašelio pagrindui, kurio kraštinės a ir c. Raskite tašelio viduje susidariusio elektrinio lauko stiprumą E ir elektros krūvių paviršinį tankį σ jo šoniniuose paviršiuose, kurių kraštinės a ir b.

3.4. ELEKTROMAGNETINĖ INDUKCIJA

1. Elektromagnetinės indukcijos dėsnis teigia, jog, bet kuriuo būdu kintant magnetiniam srautui, kertančiam laidininko kontūrą, jame indukuojasi evj, kurios didumas

$$\mathcal{E}_{\rm i}=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \qquad (1)$$

Jeigu magnetiniame lauke yra ritė iš N vijų, tai indukcinė evj apskaičiuojama taip:

$$\mathcal{E}_{\rm i}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \qquad (2)$$

Visas vijas kertantis srautas kartais vadinamas pilnutiniu arba surištuoju srautu (žr. § 3.3). Tada (2) formulė išreiškiama šitaip:

$$\mathcal{E}_{\rm i}=-\frac{\Delta\Psi}{\Delta t}. \qquad (2a)$$

Minuso ženklas (1), (2) ir (2a) lygybėje rodo, kad indukcinės evj kryptis nustatoma pagal Lenco dėsnį.

2. Laidininko kontūru tekėdama srovė I sukuria šį kontūrą kertantį magnetinį srautą

$$\Phi = LI. \tag{3}$$

Dydis L vadinamas kontūro saviindukcijos koeficientu (kontūro induktyvumu).

Analogiškai apskaičiuojamas magnetinis srautas ritėje (solenoide, toroide):

$$\Psi = LI, \tag{3a}$$

tik šiuo atveju L yra kitoks negu vienos vijos (žr. (5)).

3. Jeigu kontūras nejuda, nesideformuoja ir jame nėra feromagnetinių šerdžių, saviindukcinė evj

$$\mathcal{E}_{si} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}; \tag{4}$$

čia $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ — laidininko kontūru tekančios srovės kitimo greitis.

4. Ilgo solenoido arba toroido saviindukcijos koeficientas (induktyvumas)

$$L = \mu_0 \mu n^2 V; \tag{5}$$

čia μ_0 — magnetinė konstanta, μ — kontūrą pripildančios medžiagos (magnetiko) magnetinė skvarba, n — vijų skaičius ilgio vienete, V — solenoido arba toroido tūris.

5. Srovės I sukurto magnetinio lauko energija

$$W_m = \frac{LI^2}{2}. \tag{6}$$

6. Solenoido arba toroido magnetinio lauko energijos tūrinis tankis (tūrio vieneto energija)

$$T_0 = \frac{HB}{2} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu}. \tag{7}$$

▲ Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Iš N vijų suvyniota ritė, kurios plotas S, yra vienalyčiame magnetiniame lauke, statmename ritės plokštumai. Magnetinio lauko indukcija lygi B. Ritė sujungta su balistiniu galvanometru, skirtu juo pratekėjusių krūvių matavimui. Pilnutinė grandinės varža lygi R. Per kiek padalų n nukryps galvanometro rodyklė, ištraukiant ritę iš magnetinio lauko? Galvanometro konstanta $C = \frac{Q}{n}$ yra žinoma.

Sprendimas. Taikome elektromagnetinės indukcijos dėsnį

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Psi}{\Delta t};$$

čia surištojo magnetinio srauto pokytis, ištraukiant ritę iš magnetinio lauko,

$$\Delta\Psi = \Psi_2 - \Psi_1 = N\Delta\Phi = -BNS.$$

Ritės ir galvanometro grandine teka srovė, kurios stiprumas $I=\frac{\mathcal{E}_i}{R}=\frac{BNS}{R\Delta t}$. Iš čia galvanometru pratekėjęs elektros krūvis

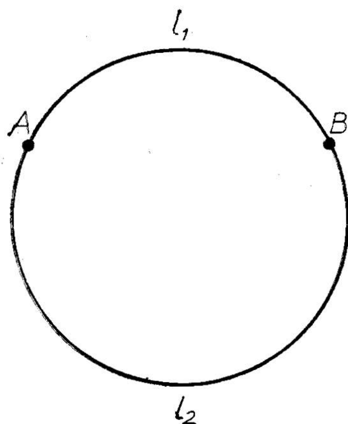
$$Q=I\Delta t=\frac{BNS}{R}. \qquad (1)$$

Galvanometru išmatuotas krūvis

$$Q=Cn. \qquad (2)$$

Iš (1) ir (2) lygties gauname:

$$n=\frac{BNS}{CR}.$$



121 pav.

2. Pro vienalytį žiedą magnetinis srautas, laikui bėgant, tolygiai didėja. Kokia srovė teka žiedu ir kam lygus bet kurių žiedo taškų potencialų skirtumas?

S p r e n d i m a s. Pasirenkame du žiedo taškus A ir B, kurie jį dalija į dvi dalis l_1 ir l_2 (121 pav.). Iš sąlygos išplaukia, kad magnetinis srautas $\Phi=kt$; čia $k=\text{const}$. Žiede sužadinta indukcinė evj

$$\mathcal{E}_i=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-\frac{k\Delta t}{\Delta t}=-k. \qquad (1)$$

Žiedu teka srovė

$$I=\frac{\mathcal{E}_i}{R}=\frac{-kS}{\varrho(l_1+l_2)}=\text{const}; \qquad (2)$$

čia ϱ — žiedo medžiagos specifinė varža, l_1+l_2 — viso žiedo ilgis. S — jo skerspjūvio plotas. Kadangi žiedas vienalytis, tai $\varrho=\text{const}$, $S=\text{const}$ ir $l_1+l_2=\text{const}$. Todėl žiedu teka nuolatinė srovė.

Bet kurių žiedo taškų A ir B potencialų skirtumą galima išreikšti taip:

$$\varphi_A-\varphi_B=\Delta\varphi_{AB}=\mathcal{E}_{i\,Al_1B}-Ir_1; \qquad (3)$$

čia $\mathcal{E}_{i\,Al_1B}$ — žiedo dalyje l_1 indukuota evj, r_1 — šaltinio vidinė varža, kuri yra kartu ir žiedo dalies Al_1B varža. Ji lygi

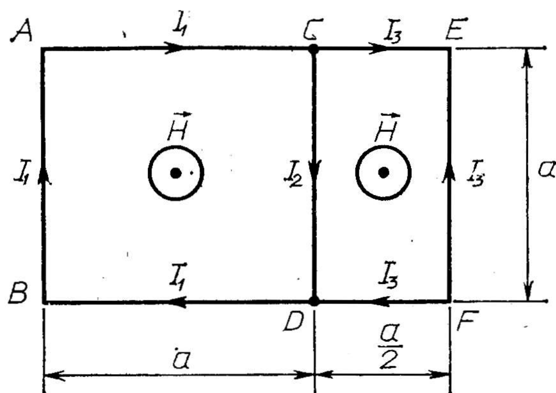
$$r_1=R_{Al_1B}=\varrho\frac{l_1}{S}. \qquad (4)$$

Bet kuriame žiedo ilgio vienete indukuojama vienoda evj $\frac{\mathcal{E}_i}{l_1+l_2}$, todėl

$$\mathcal{E}_{i\,Al_1B}=\frac{\mathcal{E}_i l_1}{l_1+l_2}=-\frac{kl_1}{l_1+l_2}. \qquad (5)$$

Atsižvelgę į (2), (4) ir (5), galime taip perrašyti (3) lygtį:

$$\Delta\varphi_{AB}=-\frac{kl_1}{l_1+l_2}-\left(-\frac{kl_1}{l_1+l_2}\right)=0.$$



122 pav.

Žiedu tekės nuolatinė srovė, o bet kurių taškų potencialų skirtumas bus lygus nuliui.

3. Raskite srovės stiprumą laidininkuose (122 pav.), kai vienalytis magnetinis laukas yra statmenas brėžinio plokštumai ir jo stiprumas kinta pagal dėsnį $H=kt$. Laidininkų ilgio vieneto varža r.

S p r e n d i m a s. Magnetinis srautas, kertantis kontūrą $ACDB$, yra

$$\Phi_1=\mu_0 a^2 kt, \qquad (1)$$

o srautas, kertantis $CEFD$, yra

$$\Phi_2=\frac{a^2 kt}{2}\mu_0. \qquad (2)$$

Todėl kontūre $ACDB$ indukuota evj

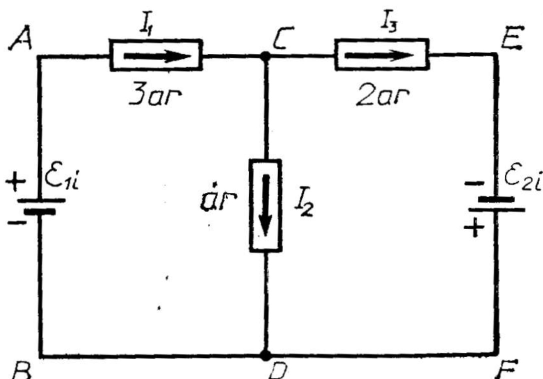
$$\mathscr{E}_{i1}=\mu_0 a^2 k, \qquad (3)$$

o kontūre $CEFD$

$$\mathscr{E}_{21}=\frac{1}{2}\mu_0 a^2 k. \qquad (4)$$

(3) ir (4) lygybėje minuso ženklą praleidžiame, nes, nurodydami srovių kryptis kontūre, atsižvelgiame į Lenco dėsnį. Jei magnetinis laukas nukreiptas statmenai aukštyn (į skaitytoją), kontūre indukuotų srovių kryptys atitinka 122 paveiksle nurodytas kryptis. Šią schemą galime pakeisti ekvivalentine schema, pavaizduota 123 paveiksle. Pritaikę kontūrams $ACDB$ ir $CEFD$ Kirchhofo dėsnius ir atsižvelgę į (3) bei (4) lygybę, gauname lygčių sistemą

$$\begin{cases} 3arI_1+arI_2=a^2k\mu_0, \\ 2arI_3-arI_2=\frac{1}{2}a^2k\mu_0, \\ I_1=I_2+I_3. \end{cases} \qquad (5)$$



123 pav.

Ją išsprendę, gauname:

$$I_1 = \frac{7}{22} \cdot \frac{\mu_0 ak}{r}, \qquad (6)$$

$$I_2 = \frac{1}{22} \cdot \frac{\mu_0 ak}{r}, \qquad (7)$$

$$I_3 = \frac{3}{11} \cdot \frac{\mu_0 ak}{r}. \qquad (8)$$

(6), (7) ir (8) yra uždavinio atsakymas.

4. Solenoidas, kurio ilgis $l=50$ cm ir skerspjūvio plotas $S=2$ cm^2, turi induktyvumą $L=2\cdot10^{-7}$ H. Kokio stiprumo srovei tekant jo rite, magnetinio lauko energijos tūrinis tankis solenoido viduje lygus $T_0=10^3$ J/m^3?

S p r e n d i m a s. Magnetinio lauko energija solenoido viduje

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2.$$

Iš čia

$$I = \sqrt{\frac{2W_m}{L}}.$$

Magnetinio lauko energiją gauname, tūrinį energijos tankį padauginę iš tūrio:

$$W_m = T_0 lS.$$

Atsižvelgę į šią lygybę, randame:

$$I = \sqrt{\frac{2T_0 lS}{L}}.$$

Įrašome skaitines vertes:

$$I = \sqrt{\frac{2\cdot10^{-3}\,\frac{\text{kg}}{\text{ms}^2}\cdot0{,}5\ \text{m}\cdot2\cdot10^{-4}\ \text{m}^2}{2\cdot10^{-7}\,\frac{\text{kgm}^2}{\text{A}^2\text{s}^2}}} = 1\ \text{A}.$$

● Uždaviniai

3.4.1. Lėktuvas skrenda horizontaliai $v=800$ km/h greičiu. Jo sparnų bendras ilgis $l=20$ m. Raskite tarp jo sparnų galų indukuotą evj, jei Žemės magnetinio lauko indukcijos vertikalioji dedamoji $B_v=5\cdot10^{-5}$ T, o horizontalioji $B_h=2\cdot10^{-5}$ T. Kokia didžiausia evj gali indukuotis tarp šiuo greičiu skrendančio lėktuvo sparnų galų?

3.4.2. 10 cm ilgio laidininkas slenka 0,1 T indukcijos magnetiniame lauke taip, kad jo ašis su lauko kryptimi sudaro 60° kampą. Kaip turi judėti laidininkas, kad jo galų potencialų skirtumas tolygiai didėtų 1 V/s greičiu?

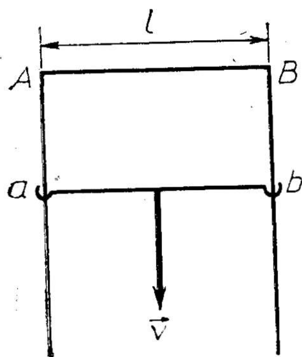
3.4.3. Vienalyčiame 1 T indukcijos magnetiniame lauke yra 10 cm ilgio ir 1 Ω varžos tiesus laidininkas, kuris sujungtas su 10 V evj ir 0,1 Ω vidinės varžos srovės šaltiniu. Raskite šiuo laidininku tekančios srovės stiprumą, kai laidininkas juda statmenai laukui 10 m/s greičiu. Koks šio laidininko galų potencialų skirtumas? Į jungiamųjų laidų varžą neatsižvelkite.

3.4.4. 124 paveiksle parodyti sulankstyti metaliniai rėmai, kuriais be trinties vertikaliai žemyn 1 m/s greičiu slysta 50 cm ilgio ir 1 g masės laidas. Raskite jo elektrinę varžą, jei kontūrui *ABba* statmeno vienalyčio magnetinio lauko indukcija $B=0{,}01$ T. Į rėmų elektrinę varžą neatsižvelkite.

3.4.5. 1,4 m ilgio tiesus laidas sukasi vienalyčiame $7{,}4\cdot10^{-2}$ T magnetiniame lauke statmenai jo jėgų linijoms 75 rad/s greičiu. Raskite laido galų potencialų skirtumą, kai sukimosi ašis eina per: 1) laido vidurį; 2) vieną jo galą; 3) $\frac{1}{4}$ ilgio nuo galo.

3.4.6. 10 cm skersmens ritė, suvyniota iš 500 vijų, yra vienalyčiame magnetiniame lauke. Kam lygi ritėje indukuota vidutinė evj, jei magnetinio lauko indukcija per 0,1 s padidėja nuo 0,5 T iki 2 T?

3.4.7. r spindulio plonas metalinis žiedas yra vienalyčiame žiedo plokštumai statmename magnetiniame lauke, kurio indukcija kinta pagal dėsnį $B=kt$. Raskite žiede indukuoto elektrinio lauko stiprumą.



124 pav.

3.4.8. 100 cm² ploto plokščios vielos rėmai perpjauti ir jų galai sujungti su 100 μF talpos kondensatoriumi. Rėmai yra kondensatoriaus plokštumai statmename vienalyčiame magnetiniame lauke, kurio indukcija kinta pastoviu $5\cdot10^{-3}$ T/s greičiu. Apskaičiuokite kondensatoriaus įgytą krūvį.

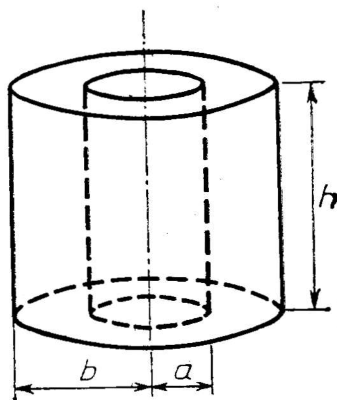
3.4.9. Ritinys (125 pav.) pagamintas iš medžiagos, kurios specifinė varža ϱ. Jis yra vienalyčiame magnetiniame lauke, kuris lygiagretus žiedo ašiai ir

stiprėja pagal dėsnį $H=kt$. Raskite ritinyje indukuotos srovės stiprumą.

3.4.10. Varinė penkių kapeikų moneta, krisdama vertikaliai žemyn, briauna patenka į vienalytį magnetinį jos plokštumai statmeną lauką. Kaip kis monetos kritimo pagreitis?

3.4.11. Kaip nustatyti ilgos ritės saviindukcijos koeficientą, leidžiant ja nuolatinę srovę?

3.4.12. 10^3 vijų solenoido rite teka 1 A stiprumo srovė. Solenoido ilgis 40 cm, skerspjūvio plotas 10 cm^2. Solenoidas turi geležinę šerdį, kurios $\mu=493$. Kokiu greičiu reikia ją ištraukti, kad saviindukcinė evj būtų lygi 1 V?



125 pav.

3.4.13. Superlaidus žiedas yra vienalyčiame magnetiniame lauke, statmename jo plokštumai. Magnetinio lauko indukcija kinta nuo 0 iki B. Raskite indukuotosios srovės stiprumą žiede, kai jo spindulys r ir saviindukcijos koeficientas L.

3.4.14. l ilgio ir r spindulio ($r \ll l$) solenoidas suvyniotas iš N vijų. Solenoido ritės varža R. Kokį potencialų skirtumą reikia suteikti ritės galams, kad solenoidu tekanti srovė kistų tiesiog proporcingai laikui, t. y. $I=kt$?

3.4.15. 0,03 H saviindukcijos koeficiento ritė prijungiama prie 15 V evj nuolatinės srovės šaltinio. Po kiek laiko ritėje nusistovės 50 A stiprumo srovė? Į ritės bei srovės šaltinio vidinę varžą neatsižvelkite.

3.4.16. Solenoidas suvyniotas iš N vijų, jo skerspjūvio plotas S ir ilgis l. Tarkite, kad $\sqrt{S} \ll l$. Kam lygi magnetinio lauko energija, kai solenoido rite teka srovė I?

---

4. SVYRAVIMAI IR BANGOS

4.1. MECHANINIAI SVYRAVIMAI

1. Harmoningai svyruojančio materialaus taško koordinatės priklausomybė nuo laiko (kinematikos lygtis) išreiškiama kosinuso arba sinuso trigonometrinėmis funkcijomis. Kai taškas svyruoja tiese ir koordinačių ašies pradžia yra pusiausvyros padėtyje, tai:

$$x = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \text{ arba } x = x_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0); \quad (1)$$

čia x — koordinatė laiko momentu t, x_m — koordinatės amplitudė, $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu_0$ — savasis kampinis dažnis, ν_0 — savasis dažnis, T_0 — svyravimo periodas, φ_0 — pradinė fazė. Pirmosios ir antrosios lygties taikymas priklauso nuo laiko atskaitos pradžios parinkimo. Pirmąją išraišką patogiausia naudoti, laiko atskaitos pradžią parenkant tuo momentu, kai svyruojantis kūnas yra labiausiai nukrypęs nuo pusiausvyros padėties, o antrąją,— kai kūnas pereina pusiausvyros padėtį. Jeigu laikas pradedamas matuoti tuo momentu, kai taškas yra tarp kraštinės ir pusiausvyros padėties, įvedama pradinė fazė, ir galima naudoti bet kurią lygtį. Kadangi kosinuso trigonometrinė funkcija pralenkia sinuso funkciją kampu $\frac{\pi}{2}$, tai, užrašant svyravimo lygtis, reikia taikyti tokią taisyklę.

Kosinusu išreikštą svyravimo lygtį pertvarkant į lygtį, kurioje yra sinusas, prie argumento pridedamas $\frac{\pi}{2}$ kampas, t. y.

$$x = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = x_m \sin\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right).$$

Sinusu išreikštą svyravimo lygtį pertvarkant į lygtį, kurioje yra kosinusas, iš argumento atimamas $\frac{\pi}{2}$ kampas, t. y.

$$x = x_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = x_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right).$$

2. Harmoningai svyruojantį materialųjį tašką veikia jėga, kurios didumas tiesiog proporcingas taško poslinkiui nuo pusiausvyros padėties. Ta jėga nukreipta į pusiausvyros padėtį. Į šią padėtį grąžinančios jėgos projekcijos išraiška

$$F_x = -kx \quad (2)$$

yra harmoningai svyruojančio materialaus taško judėjimo (dinamikos) lygtis. Čia k — grąžinančios jėgos koeficientas. Jo skaitinė vertė lygi jėgai, kuri pastumia kūną iš pusiausvyros padėties ilgio vienetu. Kai kūnas svyruoja ant spyruoklės, koeficientas k lygus spyruoklės standumui, o kai turime matematinę svyruoklę, $k = \frac{mg}{l}$. Kitais atvejais k išraiška gali būti ir kitokia, bet jo matavimo vienetas visada lygus 1 kg/s^2. Labai dažnai, sprendžiant uždavinį, svarbiausia yra rasti į pusiausvyros padėtį grąžinančios jėgos koeficientą (žr. 4.1.3—4.1.8 uždavinius).

Harmoninio judėjimo dinamikos lygtį (2) galima išreikšti pagreičio projekcija ir šitaip:

$$a_x = -\omega_0^2 x. \quad (3)$$

Ženklas „–" (2) ir (3) lygtyje rodo, kad jėga arba pagreitis nukreipti į pusiausvyros padėtį.

3. Harmoningai svyruojančio materialaus taško greitis ir pagreitis kinta taip pat harmoningai, bet koordinatės atžvilgiu yra pasistūmęs fazėmis $\frac{\pi}{2}$ ir π. Kai $x = x_m \cos \omega_0 t$, tai

$$v_x = -x_m \omega_0 \sin \omega_0 t = x_m \omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right), \quad a_x = -x_m \omega_0^2 \cos \omega_0 t = x_m \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \pi). \tag{4}$$

Didžiausio greičio ir pagreičio modulis lygus

$$v_m = x_m \omega_0, \quad a_m = x_m \omega_0^2.$$

Kai $t = 0$, iš lygties $x = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ randamas pradinės fazės kampas φ_0:

$$\cos \varphi_0 = \frac{x_0}{x_m}; \tag{5}$$

tą pačią lygtį diferencijuodami, gauname:

$$\sin \varphi_0 = -\frac{v_{0x}}{x_m \omega_0}. \tag{6}$$

Čia x_0 ir v_{0x} — pradinė koordinatė ir greičio projekcija. Pagal (5) ir (6) lygties ženklus nustatoma, kuriame ketvirtyje yra pradinės fazės kampas, o pastarasis priklauso nuo koordinačių ašies krypties.

Iš (5) ir (6) lygties galima apskaičiuoti svyravimo amplitudę:

$$x_m = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_{0x}}{\omega_0}\right)^2}. \tag{7}$$

4. Harmoningai svyruojančio m masės materialaus taško savasis dažnis ir periodas išreiškiami taip:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \tag{8}$$

5. Harmoningai svyruojančio materialaus taško energija

$$E = \frac{m v_x^2}{2} + \frac{k x^2}{2}, \tag{9}$$

kai nėra trinties, išlieka pastovi, bet periodiškai iš kinetinės virsta potencine.

6. Harmoningai svyruojančių mechaninių sistemų gali būti įvairių. Viena jų — matematinė svyruoklė, kuri mokyklinėje praktikoje ir olimpiadiniuose uždaviniuose dažnai sutinkama.

Matematinė svyruoklė svyruoja dėl rutuliuką veikiančios sunkio jėgos $\vec{G}$ ir siūlo tamprumo jėgos $\vec{T}$. Jeigu matematinė svyruoklė svyruoja nedideliais kampais (mažesniais kaip 5°), tokį

svyruoklės masės centro judėjimą galima laikyti harmoniniu svyravimu. Tada svyravimo periodas

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}; \quad (10)$$

čia g — laisvai krintančio kūno pagreitis, l — svyruoklės ilgis. Pastarąją lygybę galima parašyti ir šitaip:

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{lm}{G}}; \quad (11)$$

čia G — sunkio jėgos modulis. Šios formulės dažnai naudojamos, sprendžiant uždavinius panašumo metodu (žr. IV skyriaus 4 pavyzdį ir 4.1.13 bei 4.1.14 uždavinį).

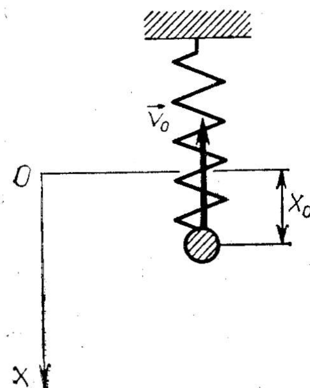
▲ Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Mažas rutuliukas svyruoja pagal dėsnį $x=2\sin\pi(t+0{,}5)$ cm. Nustatykite svyruojančio rutuliuko amplitudę, periodą, pradinę fazę, didžiausią greitį ir pagreitį. Po kiek laiko nuo judėjimo atskaitos pradžios rutuliukas pereis pusiausvyros padėtį?

S p r e n d i m a s. Palyginus nurodytąją kinematikos lygtį su harmoninio svyravimo lygtimi, lengva pastebėti, kad šiame pavyzdyje $x_m=2$ cm. Svyravimo fazė $\varphi=\pi(t+0{,}5)$. Iš čia kampinis dažnis $\omega_0=\pi$ s^{-1}. Periodas $T=\frac{2\pi}{\omega_0}$, arba $T=2$ s, o pradinė fazė lygi $0{,}5\pi$. Svyruojančio rutuliuko didžiausio greičio ir pagreičio moduliai bus:

$$v_m=x_m\omega_0;\ v_m=6{,}28\ \text{cm/s ir}\ a_m=x_m\omega_0^2;\ a_m=19{,}7\ \text{cm/s}^2.$$

Pereinančio pusiausvyros padėtį rutuliuko koordinatė $x=0$. Įrašę šią vertę į kinematikos lygtį, gausime $0=2\sin\pi(t+0{,}5)$. Iš čia $\pi(t+0{,}5)=k\pi$, $k=1, 2, 3, \ldots$, arba $t=(k-0{,}5)$ s. Pirmą kartą (kai $k=1$) rutuliukas bus pusiausvyros padėtyje, praėjus $t_1=0{,}5$ s nuo judėjimo atskaitos pradžios, antrą kartą — praėjus $t_2=1{,}5$ s ir t. t.



126 pav.

2. Rutuliukas, kurio masė $m=20$ g, svyruoja $T=2$ s periodu. Pradiniu laiko momentu jo koordinatė $x_0=25$ cm, greitis nukreiptas į pusiausvyros padėtį ir energija $E=0{,}01$ J. Parašykite rutuliuko harmoninio svyravimo lygtį ir nubraižykite grafiką.

S p r e n d i m a s. Pradinis momentas pavaizduotas 126 paveiksle. Savasis kampinis dažnis $\omega_0=\frac{2\pi}{T}$; $\omega_0=\pi$ s^{-1}. Kai nėra trinties, rutuliuko energija išlieka tokia pati visą svyravimo laiką,

tik iš kinetinės virsta potencine ir atvirkščiai. Pereinančio pusiausvyros padėtį rutuliuko visa energija yra kinetinė ir lygi:

$$E=\frac{mv_m^2}{2}=\frac{mx_m^2\omega_0^2}{2}.$$

Iš čia

$$x_m=\frac{1}{\omega_0}\sqrt{\frac{2E}{m}};\ x_m=0{,}32\ \text{m}.$$

Svyravimo pradinė fazė randama iš § 4.1 (5) ir (6) lygties, kai $t=0$.

Tada

$$x_0=x_m\cos\varphi_0;\ \cos\varphi_0=\frac{x_0}{x_m};$$

$$\cos\varphi_0\approx0{,}78;\ \varphi_0\approx38°\approx0{,}21\pi.$$

Iš sąlygos išplaukia, kad pradiniu momentu rutuliuko greičio projekcija $v_{0x}<0$, todėl $\sin\varphi_0=-\frac{(-v_{0x})}{x_m\omega_0}>0$. Pradinę fazę apibūdinantis kampas φ_0 yra pirmajame trigonometriniame ketvirtyje. Rutuliuko harmoninio svyravimo (kinematikos) lygtis bus: $x=0{,}32\cos\pi(t+0{,}21)$ m. Pagal ją apskaičiuojamos x vertės, atsižvelgiant į laiką, sudaroma lentelė ir braižomas grafikas.

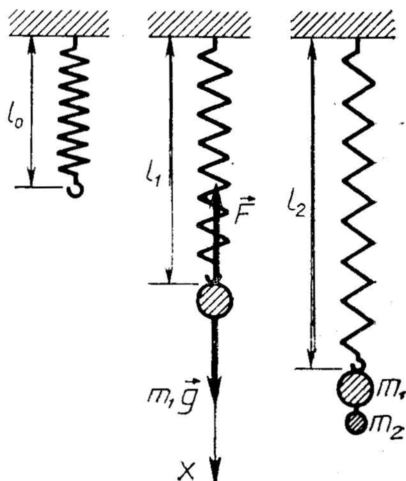
3. Prie spyruoklės galo prikabintas kūnas, kurio svyravimo periodas $T_1=0{,}5$ s. Padidinus to kūno masę papildomu pasvarėliu, periodas pasidarė lygus $T_2=0{,}6$ s. Kiek pailgėjo spyruoklė, prikabinus papildomą pasvarėlį?

S p r e n d i m a s. Sakysime, neištemptos spyruoklės pradinis ilgis yra l_0. Tada, prikabinus m_1 masės kūną, spyruoklės ilgis pasidaro lygus l_1, o ji pati pailgėja dydžiu $\Delta l_1=l_1-l_0$. Prikabinus m_2 masės papildomą pasvarėlį, spyruoklės ilgis lygus l_2 (127 pav.), o jos pailgėjimas $\Delta l_2=l_2-l_0$. Ieškomasis spyruoklės pailgėjimas apskaičiuojamas šitaip:

$$\Delta l=\Delta l_2-\Delta l_1. \qquad (1)$$

Kai rasime Δl_1 ir Δl_2, uždavinys bus išspręstas.

Dydžiu Δl_1 ištemptos spyruoklės tamprumo jėga $F_x=-k\Delta l_1$ (k — spyruoklės standumas). Ši tamprumo jėga veikia pakabintą kūną. Be jos, kūną veikia dar sunkio jėga m_1g. Kai kūnas pusiausviras, šių abiejų jėgų suma lygi nuliui: $m_1g+(-k\Delta l_1)=0$, arba $m_1g=$



127 pav.

$=k\Delta l_1$. Iš čia išplaukia, kad spyruoklės standumas, kuris kartu yra ir į pusiausvyros padėtį grąžinančios jėgos koeficientas $k=\frac{m_1 g}{\Delta l_1}$.

Jeigu kūną papildomai patempiame žemyn ir atleidžiame, jis pradeda svyruoti. Sakykime, kad trintis labai maža, ir ją atmeskime. Tada kūnas svyruoja harmoningai. Taikydami judėjimo (dinamikos) lygtį, galime parašyti: $a_x=-\omega_0^2 x$, arba $a_x=-\frac{k}{m_1}x$. Kadangi k vertė jau rasta, tai judėjimo lygtis yra:

$$a_x=-\frac{m_1 g}{\Delta l_1 m_1}x=-\frac{g}{\Delta l_1}x. \qquad (2)$$

Antra vertus, pagal sąlygos duomenis galime rasti $\omega_0=\frac{2\pi}{T_1}$ ir, įrašę šią vertę į judėjimo lygtį, gauname:

$$a_x=-\frac{4\pi^2}{T_1^2}x. \qquad (3)$$

Sulyginę (2) ir (3) lygtį, gauname: $-\frac{g}{\Delta l_1}x=-\frac{4\pi^2}{T_1^2}x$. Iš čia galime rasti ir Δl_1: $\Delta l_1=\frac{gT_1^2}{4\pi^2}$.

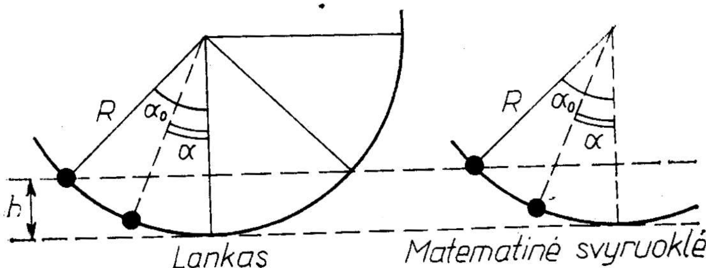
Taip pat samprotaudami, randame pailgėjimą Δl_2: $\Delta l_2=\frac{gT_2^2}{4\pi^2}$. Tada, remiantis (1) lygtimi,

$$\Delta l=\frac{gT_2^2-gT_1^2}{4\pi^2}=\frac{g(T_2^2-T_1^2)}{4\pi^2}=\frac{9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ (0{,}6^2-0{,}5^2)\,\text{s}^2}{4\pi^2}=0{,}027\ \text{m}.$$

4. Sunkus lankas su nesvariais stipinais yra vertikalioje plokštumoje ir gali suktis apie horizontalią ašį, einančią per lanko centrą. Lanke įtaisytas mažas rutuliukas, kurio masė lygi lanko masei. Koks bus lanko svyravimo periodas? Kaip jis pasikeistų: 1) lanką perkėlus į Mėnulį; 2) lanką panardinus į skystį, kuriame jis judėtų be trinties?

Sprendimas. Sprendžiant fizikos uždavinius, kartais taikomas panašumo metodas. Tuo atveju, išsiaiškinus, kaip keičiasi reiškinį apibūdinantys kurie nors dydžiai, galima padaryti išvadas apie analogiškus reiškinius nusakančius atitinkamus dydžius. Nagrinėjamo lanko judėjimas analogiškas matematinės svyruoklės svyravimui (128 pav.). Jeigu lanko ir matematinės svyruoklės didžiausias nuokrypio kampas lygus α_0, tai ir vienu, ir kitu atveju rutuliuko pakilimo virš pusiausvyros padėties aukštis išreiškiamas $h=R(1-\cos\alpha_0)$.

Nukrypusios kampu $\alpha<\alpha_0$ matematinės svyruoklės kinetinė energija pagal energijos tvermės dėsnį išreiškiama taip: $\frac{mv_1^2}{2}=$ $=mgR(\cos\alpha-\cos\alpha_0)$, o matematinės svyruoklės rutuliuko greitis $v_1=\sqrt{2gR(\cos\alpha-\cos\alpha_0)}$.



128 pav.

Analogiškai apskaičiuojama ir pasisukusio nuo pusiausvyros padėties tuo pačiu kampu α lanko kinetinė energija. Šiuo atveju paties lanko potencinė energija nekinta, o keičiasi tik pritvirtinto prie lanko rutuliuko potencinė energija. Todėl kinetinė energija išreiškiama taip: $\frac{2mv_2^2}{2}=mgR(\cos\alpha-\cos\alpha_0)$, o pritvirtinto rutuliuko greitis $v_2=\sqrt{gR(\cos\alpha-\cos\alpha_0)}$. Iš čia išplaukia, kad nagrinėjamo lanko greitis bet kuriame taške nuo pusiausvyros padėties yra $\sqrt{2}$ karto mažesnis negu matematinės svyruoklės. Todėl lanko svyravimo periodas turi būti $\sqrt{2}$ karto didesnis negu matematinės svyruoklės. Jo išraiška turėtų būti tokia: $T=2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$.

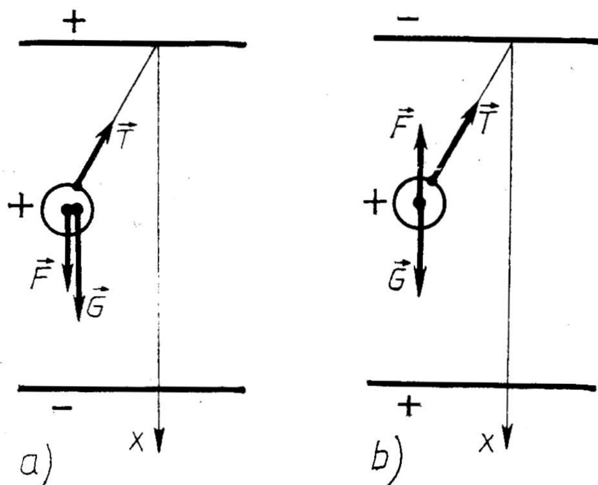
Perkelto į Mėnulį lanko svyravimo periodas pasikeistų taip pat, kaip ir matematinės svyruoklės periodas, t. y. padėtų $\sqrt{6}$ karto, nes $g_M=\frac{1}{6}g_Ž$.

Panardinto į skystį be trinties lanko, kaip ir matematinės svyruoklės, periodas padidėtų $\sqrt{1-\frac{\varrho}{\varrho_r}}$ karto (ϱ ir ϱ_r — skysčio ir rutuliuko tankis).

5. Tarp didelio plokščiojo kondensatoriaus plokščių ant l ilgio siūlo pakabintas metalinis rutuliukas, kurio masė m. Kaip pasikeis tokios svyruoklės svyravimo periodas, jei rutuliuką įelektrinsime krūviu $+q$, o viršutinę kondensatoriaus plokštę įelektrinsime: a) teigiamai; b) neigiamai?

Sprendimas. Svyruojantį įelektrintą rutuliuką, be sunkio ir siūlo tamprumo jėgų ($\vec{G}$ ir $\vec{T}$), veikia dar Kulono jėga $\vec{F}$ (129 pav.). Šiuo atveju Kulono ir sunkio jėgos yra vienoje tiesėje. Todėl formulėje $T_0=2\pi\sqrt{\frac{lm}{G}}$ vietoj sunkio jėgos $G=mg$, reikia imti dviejų jėgų atstojamąją: a) atveju $mg+F$, b) atveju $mg-F$.

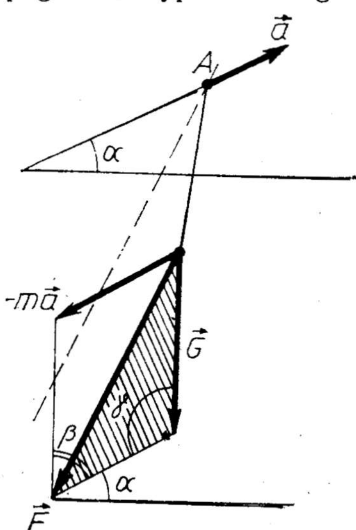
a) atveju svyravimo periodas sumažės, nes $T_1=2\pi\sqrt{\frac{lm}{mg+F}}$, o b) atveju periodas padidės, nes $T_2=2\pi\sqrt{\frac{lm}{mg-F}}$.



129 pav.

6. Matematinė svyruoklė, kurios ilgis l, pakabinta mašinoje, važiuojančioje į kalną pagreičiu $\vec{a}$. Koks svyruoklės svyravimo periodas, jei žinoma, kad kelias su horizontu sudaro kampą α?

S p r e n d i m a s. Jeigu siūlo pakabinimo taškas A juda pagreičiu $\vec{a}$ (130 pav.), tai siūlo tamprumo jėga $\vec{T}$ pasikeičia, nes, be sunkio jėgos $\vec{G}$, atsiranda jėga $-m\vec{a}$, kurios kryptis priešinga pagreičio krypčiai. Tuo galime įsitikinti iš elementarių pavyzdžių. Jeigu pakabinto rutuliuko siūlo įtvirtinimo taškas A juda vertikaliai į viršų pagreičiu $\vec{a}$, tai $|\vec{T}|=|\vec{G}+m\vec{a}|$ (prie $\vec{G}$ prisideda jėga $m\vec{a}$ tokios pat krypties, kaip sunkio jėga). Jeigu taškas A juda žemyn pagreičiu $\vec{a}$, tai $|\vec{T}|=|\vec{G}+(-m\vec{a})|$. Jeigu vektorių $\vec{G}$ ir $-m\vec{a}$ kryptys sudaro kokį nors kampą, tai reikia rasti šių jėgų atstojamąją $\vec{F}=\vec{G}+(-m\vec{a})$ ir į svyruoklės periodo formulę vietoj sunkio jėgos įrašyti jos modulį:



130 pav.

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{lm}{F}}=2\pi\sqrt{\frac{l}{|\vec{g}+(-\vec{a})|}}.$$

Pažymima $|\vec{g}+(-\vec{a})|=g'$. Kampas tarp vektorių $\vec{g}$ ir $-\vec{a}$ yra $\beta=90^\circ-\alpha$, o kampas $\gamma=90^\circ+\alpha$ (134 pav.). Dydis g' randamas, taikant subrūkšniuotam trikampiui kosinusų teoremą:

$$g'=\sqrt{g^2+a^2-2ag\cos\gamma}.$$

Todėl ieškomasis periodas

$$T_0=2\pi\sqrt[4]{\frac{l^2}{g^2+a^2+2ga\sin\alpha}}.$$

Tokios svyruoklės pusiausvyros padėtis lygiagreti jėgos $\vec{F}$ krypčiai (134 paveiksle ji pavaizduota punktyrine linija). Jeigu $\alpha=0^\circ$, tai $T_0=2\pi\sqrt[4]{\frac{l^2}{g^2+a^2}}$. Jeigu $\alpha=90^\circ$, tai $T_0=2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}$. Jeigu $\alpha=-90^\circ$ (sistema juda vertikaliai žemyn), tai $T_0=2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}}$. Jeigu pastaruoju atveju $a=g$, tai $T_0=\infty$.

Uždaviniai

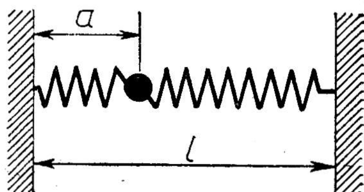
4.1.1. Materialusis taškas harmoningai svyruoja 120 kartų per minutę. Svyravimo amplitudė lygi 15 cm, o pradinė fazė $\varphi_0=30^\circ$. Parašykite visas galimas svyravimo lygtis ir nubraižykite grafikus. Toje pačioje koordinačių sistemoje nubraižykite grafiką antrojo svyravimo, atsiliekančio nuo pirmojo 90° faze, ir parašykite jo lygtį.

4.1.2. Prie standžios spyruoklės prikabintam 4 kg svarsčiui suteikiamas vertikaliai į viršų nukreiptas greitis $v_0=25$ cm/s. Parašykite svarsčio judėjimo kinematikos lygtį, nepaisydami aplinkos pasipriešinimo. Prie spyruoklės prikabintas svarstis gali ją ištempti 2 cm.

4.1.3. Prie spyruoklės, kurios standumas k, prikabintas m masės kūnas. Kaip pasikeis kūno svyravimo periodas, jei spyruoklę perpjausime pusiau ir kūną prikabinsime prie vienos spyruoklės pusės galo (trinties nepaisykite)?

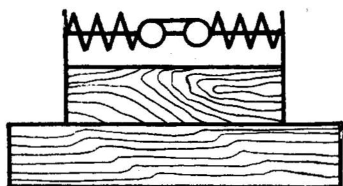
4.1.4. Spyruoklė, kurios ilgis l ir standumas k, įtvirtinta tarp dviejų atramų (131 pav.). Kaip priklauso prie spyruoklės pritvirtinto rutuliuko horizontalių svyravimų periodas T nuo atstumo a iki atramos? Į sunkio jėgą nekreipkite dėmesio.

4.1.5. Vagono lingių spyruoklės standumas $k=4{,}8\cdot10^5$ N/m. Vagono masė $m=6{,}4\cdot10^4$ kg. Vagonas remiasi į 4 linges. Kokiu greičiu v važiuodamas vagonas stipriausiai įsisiūbuos dėl smūgių į bėgių sandūras, jei vieno bėgio ilgis $l=12{,}8$ m?



131 pav.

4.1.6. Į ritinio formos susisiekiančiuosius indus įpilta gyvsidabrio. Kiekvieno indo skerspjūvio plotas



132 pav.

$S=0,3$ cm^2, o gyvsidabrio masė $m=$ $=484$ g. Raskite gyvsidabrio svyravimo periodą. (Į trintį nekreipkite dėmesio.)

4.1.7. Į Žemės orbitą išvesta rutulio formos cisterna yra pripildyta skysto kuro, kurio tankis ϱ_0. Kaip judės nuo cisternos vidinio krašto atplyšęs V tūrio metalo gabalėlis, jei metalo tankis ϱ?

4.1.8. Du rutuliukai, kurių masė m_1 ir m_2, pritvirtinti prie vienodo standumo k spyruoklių ir gali svyruoti išilgai strypo, įmontuoto M masės tašelyje (132 pav.). Tašelis padėtas ant horizontalios plokštumos. Pradiniu momentu rutuliukai pritraukti vienas prie kito ir surišti siūlu, kurį veikia tamprumo jėga T. Siūlas nudeginamas. Koks turi būti mažiausias trinties tarp tašelio ir plokštumos koeficientas, kad tašelis iš vietos nepajudėtų? (Rutuliukai svyruoja be slopinimo.)

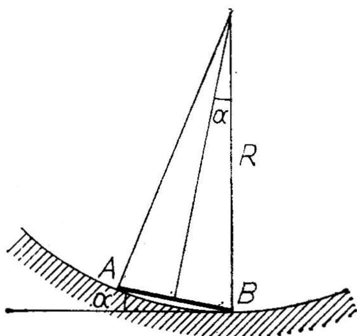
4.1.9. Ant idealiai lygaus horizontalaus stalo yra M masės rutuliukas, pritvirtintas prie spyruoklės, kurios standumas k. Į rutuliuką pataiko m masės kulka. Kulkos greitis v_0 nukreiptas išilgai spyruoklės ašies. Nustatykite rutuliuko svyravimo amplitudę ir periodą, jei kulkos smūgis į rutuliuką absoliučiai netamprus (plastinis). Į spyruoklės masę ir oro pasipriešinimą neatsižvelkite.

4.1.10. Kaip keisis svyruoklės — ritinio formos indelio, pakabinto ant ilgo siūlo,— svyravimo periodas, jeigu iš pilno vandens indelio vanduo pamažu ištekės pro dugne esančią skylę?

4.1.11. Laikrodis su sekundine svyruokle iš Žemės nugabentas į Mėnulį. Kaip reikia pakeisti svyruoklės ilgį, kad laikrodis ten eitų teisingai, jei kūnų sunkis Mėnulyje 6 kartus mažesnis negu Žemėje?

4.1.12. Nustatykite poliarizuotos molekulės svyravimo periodą T_0 vienalyčiame elektriniame lauke, kurio stiprumas $E=300$ V/m. Poliarizuotą molekulę galima įsivaizduoti kaip du įelektrintus rutuliukus, sujungtus nesvariu strypeliu. Kiekvieno rutuliuko masė $m=10^{-27}$ kg, o krūvis atitinkamai lygus $+q$ ir $-q=3,33\cdot10^{-20}$ C. Atstumas tarp rutuliukų $\lambda=10^{-10}$ m.

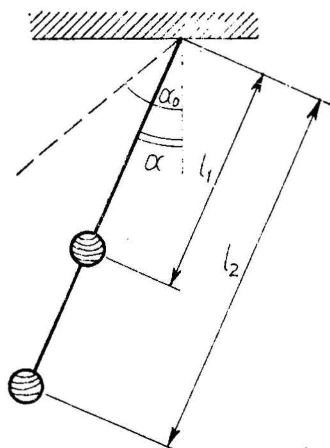
4.1.13. Kūnas yra tuščios sferos taške A (133 pav.). Kada kūnas greičiau pasieks sferos dugną — kai judės sferos paviršiumi ar išilgai tiesės AB, kuri yra daug trumpesnė už sferos spindulį? Abiem atvejais trintis labai maža, pradinis kūno greitis lygus nuliui.



133 pav.

4.1.14. Matematinės svyruoklės, kurios ilgis l, pakabinimo taškas pradeda staigiai judėti pastoviu greičiu v horizontalia kryptimi. Nuslinkęs atstumą a, pakabinimo taškas staigiai sustabdomas. Prieš pradėdama judėti, svyruoklė nesvyravo. Kokiu greičiu turi judėti svyruoklės pakabinimo taškas, kad svyruoklės svyravimai, atsiradę judesio pradžioje, tuoj pat nutrūktų, sustojus pakabinimo taškui?

4.1.15. Matematinė svyruoklė, įtaisyta vežimėlyje, riedančiame be trinties nuožulniąja plokštuma (kampas su horizontu lygus α). Nejudančio vežimėlio svyruoklės periodas T_0. Koks bus riedančio vežimėlio svyruoklės periodas?



134 pav.

4.1.16. Traukinys važiuoja iš Vilniaus į Kauną ir atgal, stodamas visose stotyse. Jo vagone ant sienos pakabintas svyruoklinis laikrodis. Išvažiavimo iš Vilniaus momentu vagono ir stoties laikrodžiai rodė tą patį laiką. Kaip pasikeis laikrodžių parodymai, kai traukinys grįš į Vilnių?

4.1.17. Svyruoklė sudaryta iš dviejų ant nesvaraus strypo užmautų rutuliukų, kurių masė m_1 ir m_2 (134 pav.). Raskite svyruoklės svyravimo periodą.

4.2. ELEKTROMAGNETINIAI VIRPESIAI

1. Iš ritės ir kondensatoriaus sudaryto virpesių kontūro, kurio varža $R=0$, savųjų virpesių periodas išreiškiamas Tomsono formule

$$T_0=2\pi\sqrt{LC};$$

čia L — ritės induktyvumas, C — kondensatoriaus talpa.

Kontūro savųjų virpesių kampinis dažnis

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}\text{; dažnis } \nu_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Jeigu kontūro varža $R>0$, tai savųjų virpesių periodas apskaičiuojamas taip:

$$T_0=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC}-\left(\frac{R}{2L}\right)^2}}.$$

Atitinkamai pasikeičia abiejų dažnių išraiškos, nes

$$\omega_0=\frac{2\pi}{T}\text{, o } \nu_0=\frac{1}{T}.$$

Virpesių kontūro energija, kai $R=0$, yra pastovus dydis ir išreiškiama kondensatoriaus ir ritės energijų suma:

$$E=\frac{Cu^2}{2}+\frac{Li^2}{2};$$

čia u — kondensatoriaus įtampa, i — srovės stiprumas ritėje. Ši išraiška analogiška mechaninių svyravimų energijai (§ 4.1).

2. Kai rėmeliai, kurių skerspjūvio plotas S ir vijų skaičius N, sukasi kampiniu greičiu ω vienalyčiame magnetiniame lauke, kurio indukcija B, tai rėmeliuose indukuojasi evj

$$e=\mathcal{E}_m \sin \omega t;$$

čia $\mathcal{E}_m=BS\omega N$ yra evj amplitudė.

3. Kintamoji elektros srovė yra priverstiniai elektromagnetiniai virpesiai, vykstantys elektrinėse grandinėse. Srovės stiprumas grandinėje dažniausiai kinta pagal harmoninio svyravimo dėsnį: $i=I_m \sin(\omega t+\varphi)$; čia I_m — srovės amplitudė (didžiausias srovės stiprumas), φ — srovės ir evj virpesių fazių skirtumas.

Kai grandinėje nuosekliai sujungta aktyvioji varža R, induktyvioji varža $X_L=\omega L$ ir talpinė varža $X_C=\frac{1}{\omega C}$, kampas φ apskaičiuojamas taip:

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{X_L-X_C}{R}.$$

4. Kintamosios srovės didumas, sukeliąs tokį pat šiluminį efektą, kaip ir atitinkamo dydžio nuolatinė srovė, vadinamas efektine verte.

Kai elektrinėje grandinėje srovės stiprumas kinta harmoningai, amplitudinės ir efektinės srovės vertės sąryšis toks:

$$I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

Įtampos ir evj virpesių momentinė bei efektinė vertė išreiškiama analogiškai, kaip ir srovės.

5. Omo dėsnis kintamosios srovės grandinei toks:

$$I=\frac{U}{\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}};$$

čia varžos R, X_L ir X_C yra sujungtos nuosekliai.

6. Kintamosios srovės aktyvioji galia grandinės dalyje apskaičiuojama pagal tokias formules:

$$P=UI\cos\varphi \text{ ir } P=I^2R;$$

čia φ — fazių skirtumas tarp įtampos ir srovės virpesių, $\cos\varphi$ — galios koeficientas. Kai grandinę sudaro nuosekliai sujungtos varžos R, X_L ir X_C tai, remiantis § 4.2.3 pavyzdžiu, galima išreikšti:

$$\cos\varphi=\frac{R}{\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}}.$$

▲ Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Ritė prijungta prie plokščiojo kondensatoriaus, kurio plokštės plotas $S=60$ cm^2. Medžiagos, esančios tarp kondensatoriaus plokščių, dielektrinė skvarba $\varepsilon=10$. Ritės induktyvumas $L=5\cdot10^{-5}$ H. Kontūras rezonuoja dažniu $\nu_0=5\cdot10^5$ Hz. Raskite atstumą l tarp kondensatoriaus plokščių.

Sprendimas. Plokščiojo kondensatoriaus talpa

$$C=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{l}; \qquad (1)$$

čia elektrinė konstanta $\varepsilon_0=8{,}85\cdot10^{-12}$ F/m. Virpesių kontūro savasis dažnis

$$\nu_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \qquad (2)$$

Iš (2) lygties išreiškę C ir įrašę į (1), gauname:

$$l=4\pi^2\varepsilon\varepsilon_0\nu_0^2 SL=4\pi^2\cdot10\cdot8{,}85\cdot10^{-12}\ \text{H/m}\cdot25\cdot10^{10}\ \text{s}^{-2}\times$$
$$\times60\cdot10^{-4}\ \text{m}^2\cdot5\cdot10^{-5}\ \text{H}=2{,}6\cdot10^{-4}\ \text{m}=0{,}26\ \text{mm}.$$

2. 50 Hz dažnio kintamosios srovės grandinės efektinė įtampa $U=120$ V. Kiek laiko švies vieno pusperiodžio metu įjungta neono lempa, jei ji užsidega ir gęsta, kai momentinė įtampa $u=85$ V?

Sprendimas. Įtampos amplitudė $U_m=\sqrt{2}U$.

Elektros tinklo įtampos virpesiai kinta pagal dėsnį

$$u=U_m\sin\omega t. \qquad (1)$$

Neono lempa švies, kai momentinė įtampa bus didesnė už 85 V. Taip bus laiko tarpą $\Delta t=t_2-t_1$. Laiką t_1 ir t_2 galima rasti iš (1) lygties: $u=\sqrt{2}U\sin\frac{2\pi}{T}t$; $t_1=\frac{1}{12}T$, $t_2=\frac{5}{12}T$. Elektros tinklo dažnis standartinis — 50 Hz, todėl $T=\frac{1}{50}$ s ir $\Delta t=\frac{1}{150}$ s.

3. Elektrinė grandinė sudaryta iš nuosekliai sujungtų aktyviosios varžos $R=1$ kΩ, $L=0{,}5$ H induktyvumo ritės ir $C=1$ μF talpos kondensatoriaus. Nustatykite šioje grandinėje fazių skirtumą tarp įtampos $u=U_m\sin(\omega t+\varphi)$ ir srovės $i=I_m\sin\omega t$. Kokia galia išsiskirs grandinėje, jei įtampos amplitudė $U_m=100$ V, o srovės dažnis $\nu=50$ Hz?

Sprendimas. Fazių skirtumas apskaičiuojamas šitaip:

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{L\omega-\frac{1}{C\omega}}{R}=\frac{2\pi\nu L-\frac{1}{2\pi\nu C}}{R}=-3{,}02.$$

Iš lentelių randamas $\varphi=-72°40'$. Ženklas „—" parodo, kad srovė grandinėje yra talpinio pobūdžio, t. y. įtampos virpesiai atsilieka faze nuo srovės virpesių.

Grandinėje išsiskyrusi galia

$$P = UI\cos\varphi = \frac{U_m I_m}{2}\cos\varphi. \quad (1)$$

Srovės amplitudę I_m galima rasti pagal Omo dėsnį kintamosios srovės grandinei:

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U_m}{Z}; \quad (2)$$

čia Z — pilnutinė grandinės varža.

Grandinės galios koeficientą $\cos\varphi$ galima rasti iš lentelių, kai žinomas kampas, arba išreikšti taip:

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\varphi}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{R}{Z}. \quad (3)$$

Į (1) įrašę (2) ir (3), gauname:

$$P = \frac{U_m^2 R}{2Z^2} = \frac{U_m^2 R}{2\left[R^2 + \left(2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2\right]} = 0{,}5 \text{ W}.$$

● Uždaviniai

4.2.1. Ritė, kurios induktyvumas $L = 3 \cdot 10^{-5}$ H, prijungta prie plokščiojo kondensatoriaus. Kondensatoriaus plokštės plotas $S = 100$ cm^2, atstumas tarp plokščių $l = 0{,}1$ mm. Kokia yra medžiagos, esančios tarp plokščių, dielektrinė skvarba, jei kontūras rezonuoja $4 \cdot 10^5$ Hz dažniu?

4.2.2. Kontūras sudarytas iš plokščiojo kondensatoriaus ($S = 50$ cm^2, $l = 0{,}2$ mm, $\varepsilon = 1$) ir induktyvumo ritės ($L = 4 \cdot 10^{-3}$ H). Jeigu į šią grandinę įjungiamas papildomas kondensatorius, tai kontūras rezonuoja $\nu = 3{,}75 \cdot 10^5$ Hz dažniu. Raskite papildomo kondensatoriaus talpą.

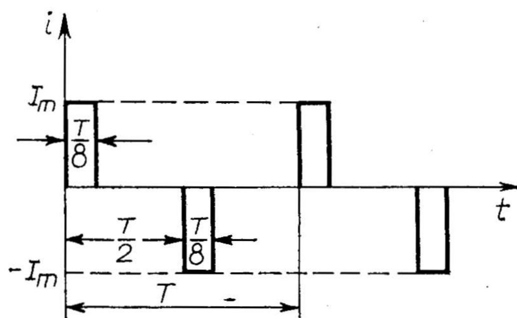
4.2.3. Radijo imtuvo virpesių kontūras suderintas su radijo stotimi, kurios dažnis $\nu_1 = 9$ MHz. Kiek reikia pakeisti imtuvo virpesių grandinės kintamojo kondensatoriaus talpą, kad grandinė būtų suderinta su $\nu_2 = 6 \cdot 10^6$ Hz dažniu?

4.2.4. Kontūras sudarytas iš solenoido, kurio ilgis $l_1 = 3$ cm, skerspjūvio plotas $S_1 = 1$ cm^2, vijų skaičius $N = 1000$, ir plokščiojo kondensatoriaus, kurio plokštės plotas $S_2 = 30$ cm^2, atstumas tarp plokščių $l_2 = 0{,}1$ cm. Raskite tokio kontūro savųjų elektromagnetinių virpesių kampinį dažnį.

4.2.5. Įkrautas kondensatorius prijungtas prie induktyvumo ritės. Po kurios virpesių periodo dalies energija ritėje ir kondensatoriuje bus vienoda (į aktyviąją varžą nekreipkite dėmesio)?

4.2.6. Nustatykite kintamosios srovės, kuri pavaizduota 135 paveiksle, efektinę vertę.

4.2.7. Nuolatinės srovės ampermetras ir šiluminis ampermetras įjungti į grandinę nuosekliai. Kai grandine teka nuolatinė



135 pav.

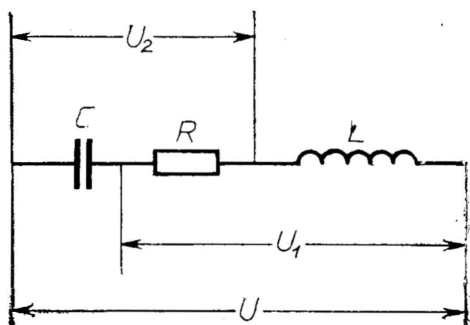
srovė, nuolatinės srovės ampermetras rodo $I_1=6$ A. Kai grandine teka sinusinė srovė, šiluminis ampermetras rodo $I_2=8$ A. Ką rodys kiekvienas ampermetras, kai grandine nuolatinė ir kintamoji srovė tekės kartu?

4.2.8. Stačiakampių rėmelių vijų skaičius $N=250$ ir skerspjūvio plotas $S=500$ cm^2. Rėmeliai sukasi vienalyčiame magnetiniame lauke $n=12$ aps/s dažniu. Sukimosi ašis statmena magnetinės indukcijos linijų krypčiai ir sutampa su vienu rėmelių šonu. Prijungtas prie rėmelių gnybtų voltmetras rodo 106 V. Kokia yra magnetinio lauko indukcija?

4.2.9. Nustatykite stačiakampių rėmelių sukimosi kampinį greitį vienalyčiame magnetiniame lauke (indukcija $B=0{,}5$ T). Rėmeliai turi $N=20$ vijų, rėmelių skerspjūvio plotas $S=200$ cm^2, o indukcinės evj amplitudė $\mathcal{E}_m=10$ V.

4.2.10. Kvadratiniai rėmeliai, kurių plotas $S=625$ cm^2, sukasi $n=1200$ aps/min dažniu vienalyčiame magnetiniame lauke. Lauko indukcija $B=10^{-2}$ T. Rėmelių sukimosi ašis statmena magnetinės indukcijos linijų krypčiai. Rėmelių laidai variniai. Nustatykite, kaip pasikeis vijų temperatūra per laiką $t=1$ min (šilumos atidavimo aplinkai nepaisykite).

4.2.11. Kintamosios srovės grandinėje nuosekliai sujungti kondensatorius, kurio talpa $C=100$ μF, ir $d_1=10$ cm skersmens ritė, turinti $N=1000$ vijų. Ritės laidai variniai, jų skerspjūvio plotas $S_2=1$ mm^2, ritės vijos liečia viena kitą. Kiek šilumos išsiskiria ritėje per vieną virpesių periodą, kai įtampos amplitudė $U_m=120$ V, o tinklo dažnis 50 Hz?



136 pav.

4.2.12. Kokia turi būti į grandinę įjungto konden-

satoriaus talpa, kad įtampų U_1 ir U_2 santykis būtų lygus 1 : 2 (136 pav.)? Kokio stiprumo srovė tekėtų tuo atveju grandine? Dažnis $\nu=50$ Hz, $R=50\ \Omega$, $L=0{,}1$ H, $U=300$ V.

4.2.13. Prie $U=380$ V įtampos reikia prijungti lemputę, tinkančią $U=120$ V įtampai ir $I=0{,}5$ A srovei. Kokios talpos kondensatorių reikia nuosekliai prijungti prie lemputės, kad ji šviestų normaliai? Koks tada susidarys fazių skirtumas tarp srovės ir įtampos?

4.2.14. Kokia turi būti į grandinę įjungto kondensatoriaus talpa, kad grandinės elektrinė galia būtų didžiausia (136 pav.)? Kam lygi ši galia?

4.2.15. Ritė sujungta nuosekliai su $R=20\ \Omega$ aktyviosios varžos rezistoriumi. Ši grandinė prijungta prie $U=120$ V įtampos ($\nu=50$ Hz). Tada rezistoriaus R įtampa $U_1=44$ V, o ritės įtampa $U_2=91$ V. Kokia rezistoriaus ir ritės galia P_1 ir P_2?

4.3. ELEKTROS ENERGIJOS GAMYBA, PERDAVIMAS IR PANAUDOJIMAS

1. Elektromechaniniuose indukciniuose generatoriuose mechaninė energija paverčiama elektros energija. Todėl pirminio variklio mechaninė galia N sunaudojama elektrinei galiai P_1 ir trinties nuostoliams p_n:

$$N=P_1+p_n. \qquad (1)$$

Gauta elektrinė galia P_1 iš dalies virsta šiluma $p_š$ paties generatoriaus varžoje, o kita dalis P perduodama vartotojui:

$$P_1=P+p_š. \qquad (2)$$

Analogiškai susijusi pagaminta evj $\mathcal{E}$ ir generatoriaus įtampa U:

$$\mathcal{E}=U+U_n; \qquad (3)$$

čia U_n — įtampos kritimas generatoriaus varžoje. Kintamosios srovės generatorių dydžių $\mathcal{E}$, U, U_n fazės nesutampa, ir (3) lygtyje šie dydžiai išreiškiami vektoriais. Nuolatinės srovės generatorių minėti dydžiai nagrinėjami kaip skaliarai (šiuo atveju $U_n=Ir$).

2. Elektromechaninės indukcinės mašinos yra apgręžiamos, t. y. jos gali dirbti kaip generatoriai ir kaip varikliai.

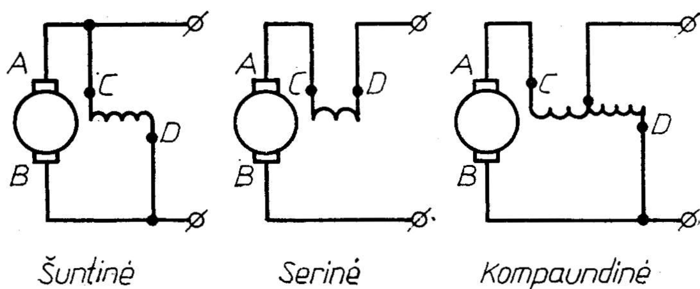
Variklių iš tinklo vartojama elektrinė galia

$$P=N+p_š; \qquad (4)$$

čia N — gauta mechaninė galia, o $p_š$ — elektrinės galios dalis, virtusi šiluma pačioje mašinoje.

Tinklo įtampa U susijusi su variklyje indukuota evj:

$$U=\mathcal{E}+U_n; \qquad (5)$$



137 pav.

čia U_n — įtampos kritimas variklio varžoje. Kintamosios srovės variklyje šis sąryšis yra vektorinis, o nuolatinės srovės variklyje — skaliarinis ($U = \mathcal{E} + Ir$).

3. Elektromechaninėse indukcinėse mašinose indukuotos evj didumas nustatomas analogiškai, kaip magnetiniame lauke besisukančiuose rėmeliuose (žr. § 4.2). Ši evj tiesiog proporcinga sukimosi greičiui ir magnetiniam srautui.

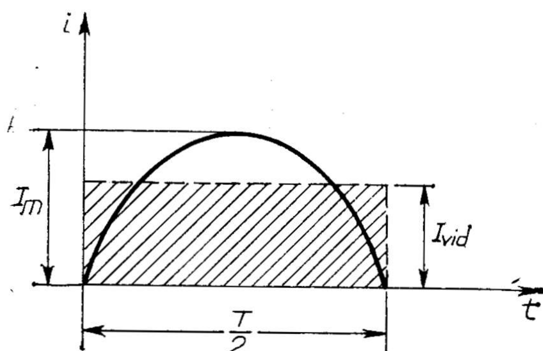
Generatoriuje indukuotos evj dažnis ν priklauso nuo sukimosi dažnio $n\left(\frac{\text{aps}}{\text{min}}\right)$ ir nuo polių porų skaičiaus p. Šie dydžiai susieti tokiu sąryšiu:

$$\nu = \frac{np}{60}. \qquad (6)$$

4. Nuolatinės srovės mašinose vietoj nuolatinių magnetų naudojami elektromagnetai (induktorius). Šių elektromagnetų apvijos vadinamos žadinimo apvijomis. Pagal žadinimo apvijos prijungimą prie inkaro nuolatinės srovės mašinos klasifikuojamos šitaip: lygiagrečiojo žadinimo (šuntinė), nuosekliojo žadinimo (serinė) ir mišriojo žadinimo (kompaundinė). 137 paveiksle žadinimo apvijos (induktorius) pažymėtos *CD*, o inkaras *AB*.

5. Nagrinėjant nuolatinės srovės gavimą lygintuvais, tenka susidurti su kintamosios srovės vidutinės vertės sąvoka. Kintamosios srovės vidutine verte vadinama tokia nuolatinė srovė, kuri per pusę periodo perneša laidininku tokį pat elektros krūvį, kaip ir kintamoji srovė. Ją galima rasti, kintamosios srovės kreivės vieno pusperiodžio apimtą plotą pavertus lygiapločiu stačiakampiu. Stačiakampio aukštinė tuomet reikš srovės **vidutinę** vertę (138 pav.). Jeigu kintamosios srovės virpesiai išreiškiami dėsniu $i = I_m \sin \omega t$, tai vienpusio lyginimo atveju (139 pav., *a*) vidutinė srovė ir įtampa apkrovoje apskaičiuojama (neatsižvelgiant į įtampos kritimą ventiliuose) taip:

$$I_{\text{vid}} = \frac{1}{\pi} I_m; \quad U_{\text{vid}} = \frac{1}{\pi} U_m. \qquad (7)$$



138 pav.

Dvipusio lyginimo atveju (139 pav., *b*) formulės yra tokios:

$$I_{\text{vid}} = \frac{2}{\pi} I_{\text{m}}; \quad U_{\text{vid}} = \frac{2}{\pi} U_{\text{m}}. \tag{8}$$

Vienpusiu lygintuvu gautos pulsuojančiosios srovės bei įtampos efektinės vertės bus:

$$I = \frac{I_{\text{m}}}{2}; \quad U = \frac{U_{\text{m}}}{2}, \tag{9}$$

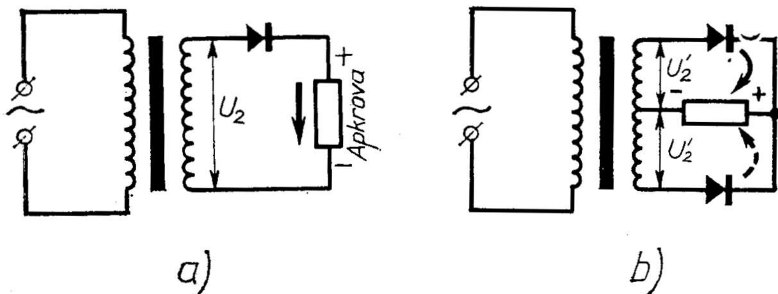
o dvipusiu lygintuvu:

$$I = \frac{I_{\text{m}}}{\sqrt{2}}; \quad U = \frac{U_{\text{m}}}{\sqrt{2}}. \tag{10}$$

6. Transformatoriaus transformacijos koeficientas

$$k = \frac{U_1}{U_2} = \frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} = \frac{n_1}{n_2}; \tag{11}$$

čia n_1 ir n_2 — atitinkamos apvijos vijų skaičius. Pagal standartą transformacijos koeficientas suprantamas kaip aukštosios įtampos U_1 bei žemosios U_2 santykis ir nepriklauso nuo to, ar transformatorius yra aukštinimo, ar žeminimo (visada $k>1$). Vidurinės mokyklos vadovėlyje nesilaikoma standartų ir transformaci-



139 pav.

jos koeficientas apibūdinamas kaip pirminės ir antrinės įtampos santykis. Todėl pagal transformatoriaus panaudojimo būdą gali būti $k>1$ ir $k<1$.

Pirmine ir antrine apvija tekančių srovių santykis atvirkščias įtampų santykiui:

$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{I_2}{I_1}. \qquad (12)$$

7. Perduodant elektros energiją dideliais atstumais, dalis elektros energijos laiduose virsta šiluma. Laiduose išsiskyręs šilumos kiekis

$$Q=I^2Rt; \qquad (13)$$

čia R — linijos varža, t — laikas, I — srovės stiprumas.

▲ Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Lygiagrečiojo žadinimo nuolatinės srovės variklis prijungtas prie šaltinio, kurio įtampa $U=120$ V. Kai variklio sukimosi dažnis $n_1=1000$ aps/min, inkaru teka $I_1=10$ A srovė; kai $n_2=$ $=900$ aps/min, tai $I_2=15$ A. Koks variklio sukimosi dažnis, kai nėra apkrovos (inkaru teka $I=0$ srovė)?

Sprendimas. Variklio $U=\mathcal{E}+Ir$. Iš čia $I=\frac{U-\mathcal{E}}{r}$. Mašinoje indukuota evj $\mathcal{E}$ priklauso nuo sukimosi greičio: $\mathcal{E}=kn$ (kai srautas pastovus). Todėl

$$I_1=\frac{U-kn_1}{r}, \qquad (1)$$

$$I_2=\frac{U-kn_2}{r}. \qquad (2)$$

(1) ir (2) lygtyje yra po 2 nežinomuosius k ir r. Išsprendę abi lygtis, randame:

$$r=\frac{U(n_1-n_2)}{I_2n_1-I_1n_2}=2\ \Omega;\quad k=\frac{U(I_2-I_1)}{I_2n_1-I_1n_2}=0{,}1\ \text{Vmin}.$$

Tuščiosios eigos metu (kai variklis neapkrautas), turi galioti (1) lygčiai analogiška lygtis. Todėl $\frac{U-kn}{r}=0$. Iš čia $n=\frac{U}{k}=$ $=1200$ aps/min.

2. Radijo mėgėjas nori pasigaminti lygintuvą 12 V radijo aparatūrai maitinti iš 220 V elektros tinklo. Jis turi du puslaidininkinius diodus Д302 ir transformatorių, kurio antrinė apvija perdegusi, o pirminė, skirta 220 V, turi $n_1=1320$ vijų. Nubraižykite galimas lygintuvo schemas ir apskaičiuokite, kiek reikės pervynioti vijų, remontuojant antrinę transformatoriaus apviją? Paaiškinkite, kokie bus lygintuvų trūkumai.

Sprendimas. Galimos dvi schemos (139 pav.): a) vienpusio lyginimo ir b) dvipusio lyginimo. Šių schemų trūkumas tas, kad išlyginta įtampa yra pulsuojanti. Dvipusio lyginimo sche-

moje pulsacija mažesnė negu vienpusio. Norint sumažinti įtampos pulsaciją, reikia prijungti prie lygintuvo specialius lyginimo filtrus.

Ieškomąjį vijų skaičių n_2 galima rasti iš transformatoriaus įtampų efektinių verčių santykio:

$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{n_1}{n_2} \Rightarrow n_2=\frac{U_2}{U_1}n_1. \qquad (1)$$

Iš sąlygos išplaukia, kad išlygintosios įtampos vidutinė vertė $U_{vid}=12$ V (kai neatsižvelgiama į įtampos kritimą ventilyje). Tada vienpusio lyginimo atveju

$$U_{vid}=\frac{1}{\pi}U_m=\frac{\sqrt{2}}{\pi}U_2=0{,}45\ U_2. \qquad (2)$$

Iš (1) ir (2) randamas ieškomasis dydis

$$n_2=\frac{U_{vid}n_1}{0{,}45U_1};\ n_2=160\ \text{vijų}.$$

Dvipusio lyginimo atveju reikia prijungti transformatoriaus antrinės apvijos viduryje laidą, dalijantį ją pusiau, nes $U_{vid}=0{,}9\ U_2'$.

● Uždaviniai

4.3.1. Generatoriaus rotoriaus sukimosi dažnis $n=250$ aps/min, o gaminamos evj dažnis $\nu=50$ Hz. Nustatykite kintamosios srovės generatoriaus sukimosi periodą T ir polių skaičių.

4.3.2. Kintamosios srovės generatoriaus apkrovos aktyvioji varža padidėjo. Kaip tai paveiks generatoriaus evj? Kaip atstatyti pradinę būseną?

4.3.3. Nuolatinės srovės nuosekliojo žadinimo (serinė) mašina naudojama kaip variklis. Mašinos vidinė varža $r=20\ \Omega$. Ar gali tokio variklio, prijungto prie $U=120$ V įtampos, mechaninė galia būti $N=200$ W?

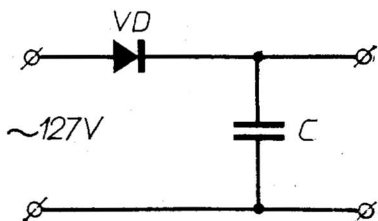
4.3.4. Ant dinamo mašinos inkaro veleno užvyniota virvutė, kurios gale pakabintas pasvaras. Leisdamasis žemyn, pasvaras suka inkarą. Kada inkaras pakankamai įsisuka, prie dinamo mašinos gnybtų prijungiama apkrovos varža. Nubraižykite grafinę inkaro sukimosi kampinio greičio priklausomybę nuo laiko, kai pasvaras pradeda judėti.

4.3.5. Vilniaus miesto elektros tinkle įjungtas lygintuvas lygina vieną kintamosios srovės pusperiodį. Išlyginta (pulsuojančioji) srovė iš $CuSO_4$ tirpalo per laiką $t=10$ min išskiria $m=300$ mg vario (vario elektrocheminis ekvivalentas $k=0{,}329\times10^{-6}$ kg/C). Apskaičiuokite didžiausią ir efektinę srovės vertę.

4.3.6. Kokiai pramušimo įtampai turi būti apskaičiuotas lygintuvo ventilis (diodas) VD ir kondensatorius C, jei lygintuvas gali dirbti su apkrova ir be jos (140 pav.)?

4.3.7. Transformatorius, skirtas įtampai paaukštinti nuo $U_1=220$ V iki $U_2=3300$ V, turi žiedo formos šerdį. Pro žiedą per-

kištas laidas, kurio galai prijungti prie voltmetro. Voltmetras rodo $U_3=0{,}5$ V įtampą. Kiek vijų yra kiekvienoje transformatoriaus apvijoje?



140 pav.

4.3.8. Įtampos žeminimo transformatorius įjungtas į tinklą, kurio įtampa $U_1=220$ V. Transformacijos koeficientas $k=10{,}8$. Kas ir kaip pasikeis pirminėje grandinėje, prie antrinės grandinės gnybtų prijungus $n=24$ lemputes, kurių kiekvienos galia $P_k=$ $=5$ W?

4.3.9. Elektrinio suvirinimo darbams naudojama $U_2=4$ V įtampa, gaunama transformatoriumi iš miesto tinklo, kurio įtampa $U_1=220$ V. Ar galima šiuo atveju vietoj transformatoriaus panaudoti slankvaržę?

4.3.10. Iš vienos vietos į kitą perduodama elektros energija. Aukštinimo transformatoriaus antrinės ritės galuose įtampa $U=$ $=10\,500$ V. Koks turi būti žeminimo transformatoriaus transformacijos koeficientas, kad vartotojas gautų $U_v=250$ V įtampą, kai naudojama galia $P=500$ kW ir linijos varža $R=10$ Ω?

4.4. MECHANINĖS BANGOS

Svyravimų sklidimas aplinka vadinamas banga. Mechaninės bangos gali sklisti tik medžiaginėje aplinkoje.

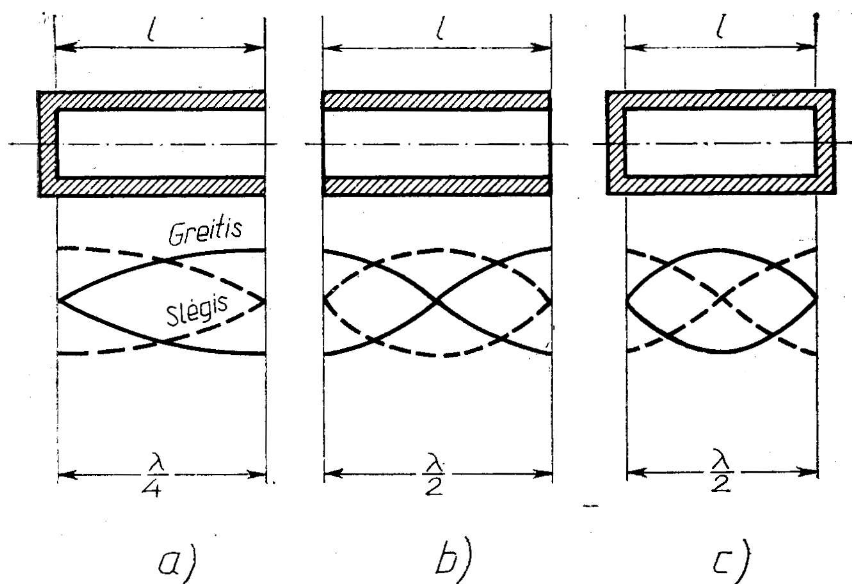
1. Bangos ilgis yra atstumas, kurį nusklinda svyravimai per vieną periodą, arba atstumas tarp dviejų vienoda faze svyruojančių taškų. Bangos ilgio λ ir bangos sklidimo greičio v sąryšis yra toks: $\lambda=vT$, $\lambda=\frac{v}{\nu}$; čia ν — svyravimų dažnis, o T — periodas.

2. Plokščiosios sklindančios bangos lygtis

$$x=x_m \cos \omega\left(t-\frac{y}{v}\right) \text{ arba } x=x_m \sin \omega\left(t-\frac{y}{v}\right)$$

išreiškia bet kurio aplinkos taško, esančio bangų sklidimo kryptyje y atstumu nuo šaltinio, poslinkį (koordinatę) nuo pusiausvyros padėties tam tikru laiko momentu.

3. Atstumas tarp dviejų stovinčiosios bangos mazgų arba pūpsnių lygus $\frac{\lambda}{4}$. Kai stovinčiosios bangos susidaro l ilgio vamzdžiuose su abiem atvirais galais, tai žemiausio tono garso bangos ilgis $\lambda=2l$, o stovinčiosios bangos mazgas (svyravimo greitis lygus 0) yra vamzdžio viduryje. Kai vamzdžio galai uždari, tai $\lambda=2l$, tik mazgai yra ties vamzdžio galais. Kai vamzdžio vienas galas atviras, tai $\lambda=4l$. Slėgis kinta atvirkščiai negu svyravimo greitis (141 paveiksle punktyrinė kreivė).



141 pav.

4. Kai iš dviejų koherentinių šaltinių į aplinkos tašką ateinančių bangų eigos skirtumas d lygus lyginiam pusbangių skaičiui, tai nagrinėjamo taško svyravimai stiprinami. Jeigu d lygus nelyginiam pusbangių skaičiui, tai svyravimai slopinami.

▲ Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Vienu galu uždaros dūdos pagrindinis tonas $\nu=130{,}5$ Hz. Kokį toną ν' skleis dūda, atidengus antrąjį jos galą? Koks yra dūdos ilgis? Garso greitį ore laikykite 340 m/s.

S p r e n d i m a s. Dūdoje susidaro stovinčioji banga, atitinkanti pagrindinį toną. Ties atviru dūdos galu yra bangos pūpsnis, o ties uždaru — mazgas (141 paveiksle, *a*, ištisinė kreivė). Dūdos ilgyje l išsiteks ketvirtis pagrindinio tono bangos ilgio λ:

$$l=\frac{\lambda}{4}. \qquad (1)$$

Kai atidengsime antrąjį dūdos galą, ties juo taip pat susidarys stovinčiosios bangos pūpsnis, o dūdos viduryje — mazgas (141 pav., *b*). Mazge oro dalelės nejuda. Tada dūdos ilgyje išsiteks pusė pagrindinio tono bangos ilgio:

$$l=\frac{\lambda'}{2}. \qquad (2)$$

Kadangi $\lambda=\frac{v}{\nu}$, tai (1) lygtį galima perrašyti taip: $l=\frac{v}{4\nu}$; $l=$ $=0{,}65$ m. Antruoju atveju $\lambda'=\frac{v}{\nu'}$ ir (2) lygtis tampa tokia: $l=\frac{v}{2\nu'}$. Iš čia $\nu'=2\nu$; $\nu'=261$ Hz.

2. Du delfinai plaukia vienas prieš kitą. Vienas jų skleidžia ν dažnio garsą. Kokio dažnio garsą girdi kitas delfinas, jeigu delfinų greičiai vandens atžvilgiu yra u_1 ir u_2? Garso greitis vandenyje v.

Sprendimas. Spręsdami remiamės Doplerio efektu. Plaukiantis pirmasis delfinas yra garso šaltinis. Sakysime, antrasis delfinas stovi vietoje a atstumu nuo pirmojo. Tada signalas iš pirmojo delfino ateis pas antrąjį, praėjus laikui $t_1=\frac{a}{v}$. Antrasis tokios pat fazės signalas ateis pas antrąjį delfiną laiko momentu $t_2=T+\frac{a-u_1\cdot T}{v}$; čia T — pirmojo delfino skleidžiamų svyravimų periodas. Antrasis delfinas priima garsą per laikotarpį tarp vienodos fazės signalų, t. y. periodą $T_1=t_2-t_1=T\left(1-\frac{u_1}{v}\right)$. Priimamų bangų dažnis

$$\nu_1=\frac{\nu}{1-\frac{u_1}{v}}=\frac{\nu v}{v-u_1}. \quad (1)$$

Plaukdamas link garso šaltinio greičiu u_2, antrasis delfinas priima garso bangas, sklindančias greičiu $v+u_2$. Todėl priimamų bangų dažnis

$$\nu_2=\frac{v+u_2}{\lambda_1}=\frac{v+u_2}{v}\nu_1. \quad (2)$$

(2) lygtį galima pertvarkyti, atsižvelgiant į (1), taip:

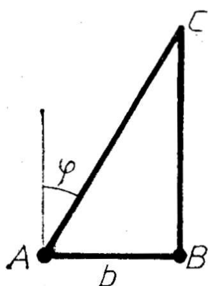
$$\nu_2=\nu\frac{v+u_2}{v-u_1}. \quad (3)$$

Pastaba. (3) lygtis dažnai taikoma, sprendžiant uždavinius įvairiais variantais. Šioje lygtyje greitis $u_2>0$, kai garso imtuvas artėja prie šaltinio. Jeigu garso šaltinis artėja prie garso imtuvo, tai $u_1>0$.

Uždaviniai

4.4.1. Garsas, kurio dažnis 435 Hz, buvo įrašytas į patefono plokštelę. Nustatykite atstumą tarp dviejų gretimų garso vagos dantelių: 1) įrašo pradžioje 12 cm nuo centro; 2) įrašo gale 4 cm nuo centro. Plokštelės sukimosi dažnis $n=78$ aps/min.

4.4.2. Ant horizontalios telefono membranos užberta smulkaus smėlio. Membranos centrinė dalis pradeda vertikaliai svyruoti pagal dėsnį $x=x_m\cos 2\pi\nu t$ $\nu=300$ Hz dažniu. Membranos storis $h=0{,}2$ mm, tankis $\rho=8{,}7\cdot10^3$ kg/m^3. Kokia turi būti membranos



142 pav.

centrinės dalies atskirų taškų kinetinė energija, kad smėlio grūdeliai pradėtų „šokinėti"? Membranos atskiru tašku laikykite jos $S=1$ mm² paviršiaus plotą.

4.4.3. Jeigu garso šaltinis ir žmogus yra maždaug tame pačiame aukštyje, tai pavėjui sklindantis garsas girdimas geriau negu prieš vėją. Kaip paaiškinti šį reiškinį?

4.4.4. Koks yra lėktuvo variklio ir jo propelerio sukeliamų garsų dažnis? Keturtaktis lėktuvo variklis turi $c=12$ cilindrų, sukimosi dažnis $n=2100$ aps/min, o propeleris yra trimentis.

4.4.5. Stygos svyravimo dažnis priklauso nuo jos ilgio, įtempimo ir ilgio vieneto masės (linijinio tankio). Nustatykite šių dydžių tarpusavio priklausomybę.

4.4.6. Kodėl vėliava plevėsuoja, pučiant vėjui?

4.4.7. Garsiakalbis, kurio galia $P=5$ W, skleidžia garso bangas kryptingu kūgiu į erdvę. Kūgio viršūnės kampas $\alpha=\frac{\pi}{6}$ sr. Raskite atstumą R, kuriuo žmogaus ausis dar girdi garsiakalbį, tardami, kad ausis priima mažiausią garso stiprumą $I=10^{-11}$ W/m². Ar gautas rezultatas realus?

4.4.8. Taškas yra 4 cm atstumu nuo bangų šaltinio ir momentu $\frac{T}{6}$ pasislinkęs nuo pusiausvyros padėties per pusę amplitudės. Koks yra sklindančios bangos ilgis?

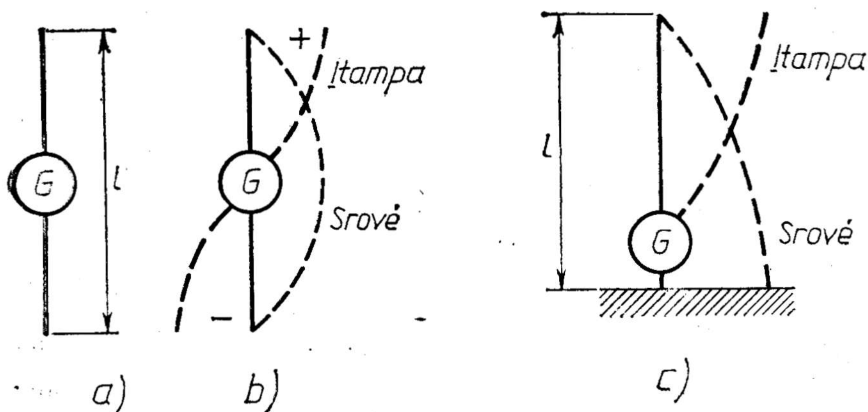
4.4.9. Taškas C nutolęs nuo koherentinių bangų šaltinių A ir B atstumu $AC \gg AB$ (142 pav.). Kaip bangų eigos skirtumas d taške C priklauso nuo atstumo $AB=b$ ir kampo φ? Kokios būtų šiuo atveju svyravimų maksimumo ir minimumo sąlygos?

4.4.10. Sferinių bangų šaltinis juda vandens paviršiumi greičiu u. Nubraižykite bangų vaizdus vandens paviršiuje, kai bangų greitis v yra didesnis ir mažesnis už u.

4.4.11. Garvežys, važiuodamas $u=72$ km/h greičiu, švilpė 2 s, artėdamas prie stebėtojo, ir tiek pat laiko $t=2$ s švilpė, toldamas nuo jo. Kiek laiko girdėjo garvežio švilpuką nejudantis stebėtojas abiem atvejais? Garso greitį ore laikykite $v=340$ m/s.

4.5. ELEKTROMAGNETINĖS BANGOS

1. Elektromagnetinės bangos gaunamos atviraisiais virpesių kontūrais (antenomis). Paprasčiausia antena yra laidas su viduryje įtaisytu aukšto dažnio virpesių generatoriumi (143 pav., *a*). Elektromagnetinės bangos bus spinduliuojamos į erdvę, kai antenoje susidarys stovinčioji banga. Antena veikia panašiai, kaip styga įtvirtintais galais arba oro stulpas vamzdyje su abiem uždarais galais (§ 4.4). Antenoje susidarys stovinčioji banga, kai



143 pav.

laido ilgyje l tilps generatoriaus virpesių pusbangių sveikasis skaičius (rezonanso sąlyga). Pagrindinio (mažiausio) dažnio atveju, t. y. esant pirmajai harmonikai, $l=\frac{\lambda}{2}$. Tokia antena vadinama pusbange arba pusbangiu vibratoriumi. Elektros krūvio virpesiai laide vieną pusperiodį sukelia įtampos ir srovės pasiskirstymą, pavaizduotą 143 pav., *b*. Kitą pusperiodį vaizdas bus pasuktas 180°.

Susidarant stovinčiosioms bangoms, kai yra aukštesnės harmonikos, t. y. kai dažniai kartotiniai pagrindiniam generatoriaus dažniui, galioja tokia sąlyga. Pusbangio vibratoriaus viduryje visada yra srovės pūpsnis, kurį sukelia generatorius. Todėl antenoje gali įvykti rezonansas, tik esant nelyginėms harmonikoms. Tada pusbangio vibratoriaus savųjų elektromagnetinių bangų ilgis

$$\lambda=\frac{2l}{n}; \qquad (1)$$

čia n — harmonikos eilė; $n=1, 3, 5, \ldots, (2k-1)$.

Kito tipo antenos yra įžemintos (143 pav., *c*), jos vadinamos įžemintais vibratoriais. Tokių antenų mechaninis analogas yra oro stulpas vamzdyje su vienu atviru galu (§ 4.4). Šiuo atveju stovinčiosios bangos susidarys, kai antenos laido ilgyje l tilps nelyginis generatoriaus virpesių bangų ilgių ketvirtadalis. Įžeminto vibratoriaus savųjų elektromagnetinių bangų ilgį galima apskaičiuoti taip:

$$\lambda=\frac{4l}{n}; \qquad (2)$$

čia n — harmonikos eilė; $n=1, 3, 5, \ldots, (2k-1)$.

2. Elektromagnetinės bangos ilgis $\lambda=cT=\frac{c}{\nu}$; čia elektromagnetinių bangų sklidimo greitis vakuume lygus šviesos skli-

dimo greičiui vakuume $c=3\cdot10^8$ m/s. Galima laikyti, kad atmosferoje elektromagnetinės bangos sklinda tokiu pat greičiu, kaip vakuume.

Elektromagnetinių bangų sklidimo greitis aplinkoje priklauso nuo aplinkos elektrinių ir magnetinių savybių: $v=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$; čia ε — dielektrinė skvarba, μ — magnetinė skvarba. Elektromagnetinės bangos gerai sklinda dielektrikuose, blogai — laidininkuose. Dielektrikų $\mu\approx1$. Pereinant elektromagnetinei bangai iš vienos aplinkos į kitą, keičiasi bangos sklidimo greitis, o kartu ir bangos ilgis. Bet virpesių dažnis (arba periodas $T=\frac{1}{\nu}$) lieka pastovus.

3. Elektromagnetinės bangos sklidimo kryptyje kiekvienamė erdvės taške periodiškai kinta elektrinio ($\vec{E}$) ir magnetinio* ($\vec{H}$) lauko stiprumas. Todėl elektromagnetinės bangos, kaip ir mechaninės (§ 4.4), lygtis išreiškiama:

$$E_z=E_m\cos\omega\left(t-\frac{x}{v}\right) \text{ arba } E_z=E_m\sin\omega\left(t-\frac{x}{v}\right),$$

$$H_y=H_m\cos\omega\left(t-\frac{x}{v}\right) \text{ arba } H_y=H_m\sin\omega\left(t-\frac{x}{v}\right);$$

čia x — atstumas nuo koordinačių pradžios taško (bangų šaltinio).

4. Sklindančios elektromagnetinės bangos, sutikusios laidininką (anteną), indukuoja jame evj. Virpesių kontūras rezonanso dėka atrenka iš įvairių dažnių vieną. Detektorius aukštojo dažnio moduliuotus virpesius paverčia žemojo dažnio virpesiais (garsinio dažnio signalu). Elektroniniai ir puslaidininkiniai prietaisai sustiprina šį signalą.

5. Panaudojant elektromagnetines bangas radiolokatoriuose, atstumas iki objekto nustatomas pagal formulę: $R=\frac{ct}{2}$; čia t — laikas, per kurį elektromagnetinė banga nueina iki objekto ir grįžta atgal.

▲ Uždavinio sprendimo pavyzdys

Pusbangio vibratoriaus ilgis $l=0{,}5$ m. Jis panardintas žibale. Nustatykite vibratoriaus skleidžiamos elektromagnetinės bangos ilgį žibale. Banga, plisdama žibale, pereina į orą. Koks bus šios bangos ilgis ore? Žibalo dielektrinė skvarba $\varepsilon=2{,}1$.

S p r e n d i m a s. Pusbangio vibratoriaus $\lambda=2l$. Būdamas tuštumoje, toks vibratorius sukeltų virpesius, kurių dažnis

$$\nu=\frac{c}{\lambda}=\frac{c}{2l}=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (1)$$

* Žr. § 3.3 (srovės magnetinis laukas).

Žibale vibratoriaus talpa padidėja ε kartų ir skleidžiamų virpesių dažnis

$$\nu' = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\varepsilon C}}. \qquad (2)$$

(2) ir (1) santykis bus toks: $\frac{\nu'}{\nu} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}$. Iš čia $\nu' = \frac{\nu}{\sqrt{\varepsilon}} = \frac{c}{2l\sqrt{\varepsilon}}$.

Bangos ilgis žibale $\lambda = 2l = 1$ m. Bangos ilgis ore $\lambda' = \frac{c}{\nu'} = 2l\sqrt{\varepsilon}$; $\lambda' = 1{,}45$ m. Spręsdami uždavinį, laikome, kad žibalo dielektrinė skvarba ε nepriklauso nuo virpesių dažnio.

Uždaviniai

4.5.1. Pusbangės antenos ilgis $l = 9$ m. Koks turi būti aukštojo dažnio generatoriaus virpesių dažnis, kad sukeltų antenoje trečios harmonikos rezonansą?

4.5.2. Vakuume sklindančios elektromagnetinės bangos virpesių dažnis $\nu = 4{,}5 \cdot 10^{11}$ Hz. Koks bus šios bangos ilgis benzole? Benzolo dielektrinė skvarba $\varepsilon = 2{,}28$.

4.5.3. Nustatykite, kokioje dielektrinėje aplinkoje sklinda elektromagnetinė banga, kurios lygtis

$E_z = 200 \cos(6{,}28 \cdot 10^8\, t - 3{,}1x)$.

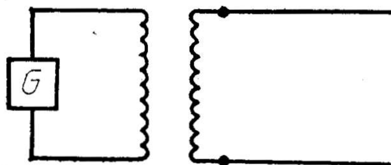
4.5.4. Du lygiagretūs laidai yra dielektrinėje aplinkoje. Laidai induktyviai sujungti su aukštojo dažnio ($\nu = 420$ MHz) generatoriumi (144 pav.). Laiduose susidaro stovinčioji banga. Atstumas tarp bangos pūpsnių $l = 7$ cm. Raskite aplinkos dielektrinę skvarbą.

4.5.5. Kaip paaiškinti tokį H. Herco stebėjimų užrašą: „Stebėdamas kibirkštis antrame laidininke, nutolusiame nuo pirmojo dideliu atstumu, kur kibirkštys turi būti labai silpnos, aš pastebėjau, kad kai kuriose kontūro padėtyse, pavyzdžiui, artėjant prie sienos, kibirkštys vėl darosi ryškios, bet prie pat sienos vėl išnyksta“?

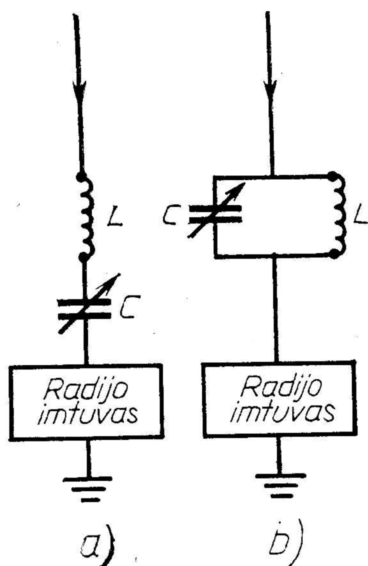
4.5.6. Kai kada televizoriaus ultratrumpųjų bangų antenose už pagrindinės antenos lygiagrečiai įrengiamas antras laidas, izoliuotas nuo pagrindinės antenos. Kokia yra šio laido reikšmė? Koks turi būti atstumas tarp laido ir pagrindinės antenos, jei priimamų bangų ilgis λ?

4.5.7. Demonstruojant Herco bandymą apie elektromagnetinių bangų lūžimą, imama didelė parafino prizmė. Koks yra parafino lūžio rodiklis, jei jo dielektrinė skvarba $\varepsilon = 2$, o magnetinė skvarba $\mu = 1$?

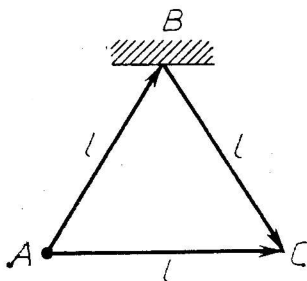
4.5.8. Radijo mėgėjas nori sustiprinti priimamos radijo



144 pav.



145 pav.



146 pav.

stoties signalą. Tam tikslui jis nutarė tarp antenos ir radijo imtuvo prijungti virpesių kontūrą, suderintą su norimos stoties dažniu. Kurią 145 paveiksle pavaizduotų schemų jis turi pasirinkti?

4.5.9. Kodėl radijo imtuvuose naudojamos telefono ausinės sujungiamos nuosekliai? Kodėl jų varža yra didelė (keletas tūkstančių omų)?

4.5.10. Kodėl dinaminis garsiakalbis prie išėjimo lempos jungiamas per transformatorių?

4.5.11. Radiolokatoriaus spinduliuojamos bangos $\lambda = 20$ cm. Per sekundę pasiunčiama $n = 5000$ impulsų, kurių kiekvieno trukmė $t_1 = 0{,}02$ µs. Kiek virpesių yra viename impulse ir kokiu atstumu lokatorius gali pastebėti objektą?

4.5.12. Radiolokatorius per sekundę pasiunčia $n = 1700$ impulsų, kurių kiekvieno trukmė $t_1 = 0{,}8$ µs. Raskite mažiausią ir didžiausią atstumą iki objekto, kurį lokatorius gali aptikti.

4.5.13. Telecentro antena pakelta virš jūros lygio į $H = 150$ m aukštį. Televizoriaus priėmimo antena gali būti iškelta virš jūros lygio į $h = 40$ m aukštį. Kokiu didžiausiu atstumu nuo telecentro galima priimti laidas be kliūčių dėl Žemės kreivumo? Tarp telecentro ir televizoriaus antenų nėra kalvų, trukdančių bangoms sklisti.

4.5.14. Televizoriaus antena (C) priima dvi bangas: sklindančią tiesiai iš perdavimo stoties (A) ir atsispindėjusią nuo pastato skardinio stogo (B) (146 pav.). Kiek bus pastumti vaizdai vienas kito atžvilgiu televizoriaus ekrane, jei antena, skardinis stogas ir perdavimo stotis yra $l = 3$ km atstumu vienas nuo kito? Televizoriaus ekrano plotis $b = 50$ cm. Televizoriuje vaizdą sudaro $n = 625$ eilutės ir per sekundę perduodami $m = 25$ kadrai.

5. OPTIKA

5.1. ŠVIESOS ATSPINDYS IR LŪŽIMAS. SFERINIAI VEIDRODŽIAI

Šviesos spindulys arba atsispindi nuo tos aplinkos, į kurią krinta, arba pereina į tą aplinką.

1. Galioja toks atspindžio dėsnis: krintantysis spindulys, atsispindėjęs spindulys ir dviejų aplinkų ribai iškeltas statmuo yra vienoje plokštumoje; atspindžio kampas lygus kritimo kampui.

2. Pereinančio iš vienos aplinkos į kitą spindulio kryptis pakinta. Spindulys lūžta, nes šviesos greitis atskirose aplinkose yra nevienodas. Spindulio lūžimą apibūdina lūžio rodiklis n. i-tosios medžiagos absoliutinis lūžio rodiklis $n_i = \frac{c}{v_i}$; čia c — šviesos greitis tuštumoje (apytiksliai ore), v_i — šviesos greitis i-tojoje medžiagoje.

Santykinis lūžio rodiklis

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}; \qquad (1)$$

čia n_2 — antrosios medžiagos lūžio rodiklis pirmosios atžvilgiu. Pirmoji yra medžiaga, iš kurios šviesa sklinda, o antroji — ta, į kurią šviesa patenka. Sprendžiant uždavinius, patogu taikyti formulę

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2. \qquad (2)$$

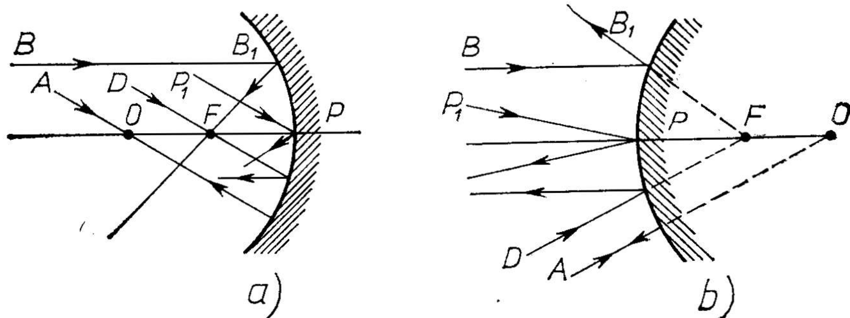
3. Sferinius veidrodžius apibūdina kreivumo spindulys R ir židinio nuotolis $F = \frac{R}{2}$. Pagal tai, kuris paviršius yra veidrodinis, sferiniai veidrodžiai skirstomi į įgaubtuosius ir iškiluosius.

Daikto atstumas d nuo veidrodžio, atvaizdo atstumas f ir židinio nuotolis F susieti lygybe

$$\pm \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f} = \pm \frac{1}{F}. \qquad (3)$$

Visi dydžiai joje laikomi teigiamais (sprendžiant uždavinius, imamos absoliutinės d, f ir F vertės). Ženklai parenkami pagal tokią taisyklę: jei daiktas (šviesos šaltinis), atvaizdas ir židinys yra tikrasis, rašomas „+“ ženklas, o jei menamasis — „−“ ženklas. Pagal šią taisyklę parašius ženklus, uždavinio atsakymas visada bus teigiamas, nes jis išreiškia tik skaitinę vertę.

Dažnai iš anksto nežinoma, ar (3) formulės dydžiai yra tikrieji, ar menamieji. Tada prieš formulės atitinkamą narį galima rašyti bet kokį ženklą (patogiau „+“), t. y. tarti, kad atitinkamas



147 pav.

dydis yra tikrasis arba menamasis. Jeigu gaunamas teigiamas uždavinio atsakymas, vadinasi, prielaida yra teisinga.

4. Sferiniais veidrodžiais gaunami padidinti arba sumažinti daiktų atvaizdai. Didinimas

$$k=\frac{h}{h_0}=\frac{f}{d};\qquad (4)$$

čia h — atvaizdo aukštis, h_0 — daikto aukštis.

5. Atvaizdo sferiniame veidrodyje padėtį galima rasti dviem būdais: a) sprendžiant uždavinį pagal formules; b) grafiškai. Pirmasis būdas universalesnis, o antrasis — vaizdesnis.

Pasirinkę grafinį būdą, pirmiausia nubraižome veidrodį, jo pagrindinę optinę ašį, pažymime centrą ir židinį, po to, remdamiesi uždavinio sąlyga, braižome daiktą. Svarbu teisingai pažymėti daikto padėtį centro ir židinio atžvilgiu, nes nuo to priklauso atvaizdo padėtis ir didumas. Toliau taikome tokias taisykles:

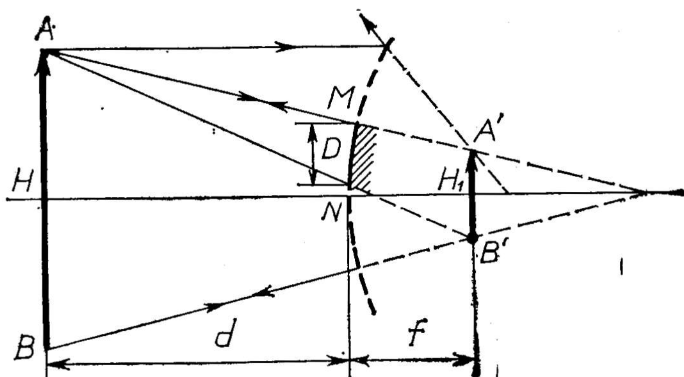
1) per veidrodžio centrą O einantis spindulys AO (147 pav.), atsispindėjęs nuo veidrodžio, nekeičia savo krypties;

2) lygiagrečiai pagrindinei optinei ašiai į veidrodį krintantis spindulys BB_1 atsispindėjęs sklinda per veidrodžio židinį F;

3) per židinį einantis spindulys DF atsispindėjęs sklinda lygiagrečiai pagrindinei optinei ašiai.

Patogu naudoti dar vieną spindulį: spindulys P_1P, krintantis į veidrodžio polių P, atsispindi simetriškai pagrindinei optinei ašiai.

Kai daiktas statmenas pagrindinei optinei ašiai, užtenka gauti tik kraštinių daikto taškų atvaizdus. Daikto atvaizdas bus statmenas pagrindinei optinei ašiai. Pagrindinėje optinėje ašyje esančio taško atvaizdas randamas taip. Lygiagrečiai krintančiam spinduliui brėžiama šalutinė optinė ašis, joje randamas židinys (susikirtimo su židinio plokštuma taškas), po to taikomos nurodytos taisyklės. Kai daiktas sudaro tam tikrą kampą su optine ašimi, randami atskirų daikto taškų atvaizdai, o, juos sujungus, gaunamas daikto atvaizdas.



148 pav.

▲ Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Iškilojo sferinio veidrodžio skersmuo D. Jo kreivumo spindulys R. Iš kokio mažiausio nuotolio žmogus gali matyti veidrodyje save visu ūgiu? Žmogaus ūgis lygus H.

Sprendimas. Net ir labai mažame veidrodyje galima gauti didelio daikto atvaizdą. Bet ne visada šis atvaizdas bus matomas.

Norint veidrodyje matyti daikto AB atvaizdą, turi į akį patekti spinduliai, einantys nuo daikto kraštų ir atsispindėję veidrodyje. Tai galima tik tuo atveju, kai veidrodžio kraštas yra tiesėje, jungiančioje atvaizdo kraštinius taškus su akimi. Kai iškilasis veidrodis bus nustatyto dydžio ir akies lygyje, tai visą daikto atvaizdą matysime tik iš tam tikro mažiausio nuotolio (148 pav.). Kai žmogus ($AB=H$) bus prieš iškiląjį veidrodį tokiu nuotoliu d, kad iš taško A matys save visu ūgiu, tada menamasis žmogaus atvaizdas ($A'B'=H_1$) bus nuo veidrodžio nuotoliu f, taškai A, M, A' ir A, N, B' bus tiesėse.

Atkreipkite dėmesį į tai, kaip gautas atvaizdas. Iš taško B išvestas tik vienas spindulys, nes žinoma, kad atvaizdas $A'B'$ yra statmenas pagrindinei optinei ašiai. Lygiagretų šiai ašiai spindulį gausime, kai bet kuris spindulys, išeinantis iš taško A, atsispindėjęs veidrodyje, savo tąsa eis per tašką A'.

Paskui, grafiškai gavę atvaizdą, skaičiuojame. Rašome lygybes:

$$-\frac{1}{F}=\frac{1}{d}-\frac{1}{f} \text{ ir } \frac{H_1}{H}=\frac{f}{d}. \qquad (1)$$

Papildomą sąlygą sudarome, žinodami, kad trikampiai $AA'B'$ ir AMN yra panašūs (MN dėl mažo kreivumo laikome tiese). Iš trikampių panašumo turime:

$$\frac{D}{H_1}=\frac{d}{d+f}. \qquad (2)$$

Spręsdami (1) ir (2) lygtį, kartu randame

$$d=F\frac{H-2D}{D}.$$

2. Dvi plokštelės, kurių lūžio rodiklis n_2 ir n_3, sudėtos kartu. Jos yra skystyje, kurio lūžio rodiklis n_1. Spindulys kampu α_1 krinta į pirmąją plokštelę ir praeina pro abi plokšteles. Kam lygus kampas tarp krintančiojo ir lūžusiojo spindulio? Kiek nuo pirmykščio kelio pasislinks išėjęs iš plokštelių spindulys, jei plokštelių storis d_2 ir d_3 $(n_1<n_2<n_3)$?

Sprendimas. Kadangi $n_3>n_2>n_1$, tai spindulys, pereidamas iš vienos aplinkos į kitą, artės prie statmens, o išeidamas atitols. Pažymėję kritimo ir lūžio kampus α_1, α_2, α_3 ir α_4, spindulio poslinkį x, galėsime rašyti:

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2}=\frac{n_2}{n_1},\quad \frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_3}=\frac{n_3}{n_2},\quad \frac{\sin\alpha_3}{\sin\alpha_4}=\frac{n_1}{n_3}.$$

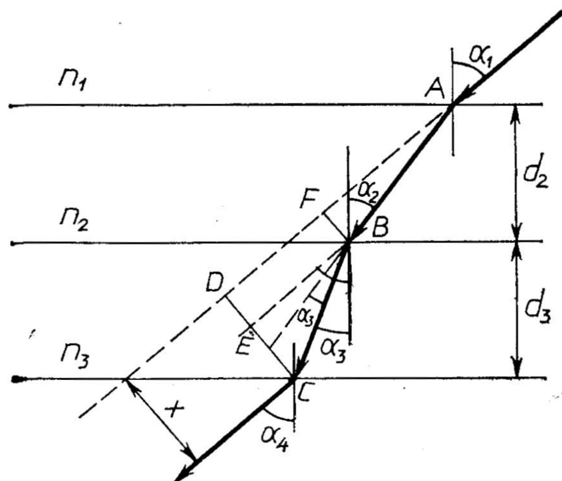
Sudauginę šių lygybių kairiąsias ir dešiniąsias puses, gausime $\alpha_4=\alpha_1$, t. y. išėjęs iš plokštelių spindulys bus lygiagretus krintančiajam spinduliui.

Iš 149 paveikslo matyti, kad $x=BF+EC$. $BF=AB\sin(\alpha_1-\alpha_2)$, bet $AB=\frac{d_2}{\cos\alpha_2}$. Taigi $BF=d_2\frac{\sin(\alpha_1-\alpha_2)}{\cos\alpha_2}$. Analogiškai randame $EC=d_3\frac{\sin(\alpha_1-\alpha_3)}{\cos\alpha_3}$. Pertvarkę gauname:

$$x=(d_2-d_3)\sin\alpha_1-\cos\alpha_1(d_2\operatorname{tg}\alpha_2-d_3\operatorname{tg}\alpha_3).$$

Eliminavę kampus α_2 ir α_3, gauname:

$$x=(d_2-d_3)\sin\alpha_1-n_1\sin\alpha_1\cos\alpha_1\left(\frac{d_2}{\sqrt{n_2^2-n_1^2\sin^2\alpha_1}}-\frac{d_3}{\sqrt{n_3^2-n_1^2\sin^2\alpha_1}}\right).$$



149 pav.

Kada $n_2=n_3$ ir $d_2-d_3=d$, gauname atsakymą

$$x=d\sin\alpha_1-\frac{n_1 d\sin\alpha_1\cos\alpha_1}{\sqrt{n_3^2-n_1^2\sin^2\alpha_1}}.$$

Uždaviniai

5.1.1. Žmogaus atvaizdas plokščiajame veidrodyje pasuktas iš dešinės į kairę, t. y. dešiniosios rankos atvaizdas bus „žmogaus" veidrodyje kairioji ranka. Kodėl veidrodis neapverčia daikto kojomis į viršų? Ką iš tikrųjų pasuka veidrodis? (XXII respublikinė olimpiada, 1974.)

5.1.2. Sakykime, duotas $2l_1$ pločio veidrodis. Šalia jo, kaip parodyta 150 paveiksle, stovi žmogus *A*. Kitas žmogus *B* eina išilgai statmens veidrodžio centrui *C*. Koks turi būti didžiausias *B* atstumas iki veidrodžio, kad *A* ir *B* pamatytų veidrodyje vienas kitą? Atstumai $l_1=CD$, $l_2=DE$ ir $l_3=EA$ žinomi.

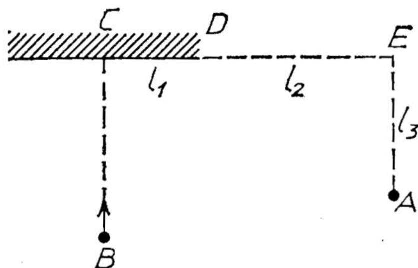
5.1.3. 1662 m. prancūzų matematikas Pjeras Ferma (1601—1665) suformulavo tokį dėsnį: iš visų galimų kelių tarp dviejų taškų šviesa sklinda tuo, kuriam reikalingas trumpiausias laikas (ir kelias). Išnagrinėkite atvejį, kai šviesos spindulys išeina iš taško *A* (151 pav.), atsispindi nuo veidrodžio ir patenka į tašką *B*. Įrodykite, kad kelias *ACB*, nusakomas šviesos atspindžio dėsniu, yra trumpiausias iš visų galimų kelių.

5.1.4. Saulės spinduliai, atsispindėję nuo horizontalaus plokščiojo veidrodžio, krinta į vertikalų plokščiąjį ekraną. Ant veidrodžio padėtas plonas neskaidrus daiktas. Koks bus šešėlio aukštis ekrane?

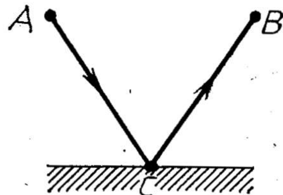
5.1.5. Daiktas yra tarp dviejų 90° kampu pastatytų veidrodžių. Kiek bus atvaizdų? Gaukite juos. Išspręskite uždavinį bendruoju atveju, kai kampas tarp veidrodžių α ir $\frac{360^\circ}{\alpha}$ yra sveikasis skaičius.

5.1.6. Ar galima kišeniniu žibintuvėliu apšviesti daikto atvaizdą veidrodyje, kai jokio realaus daikto už veidrodžio nėra?

5.1.7. Naras stovi ežero dugne 15 m gylyje. Kokiu atstumu nuo naro yra dugno dalis, kurią jis mato, spinduliams atsispindėjus nuo vandens paviršiaus?



150 pav.



151 pav.

5.1.8. Kaip reikia pastatyti du plokščiuosius veidrodžius, kad žmogus, būdamas bet kurioje kambario vietoje, matytų savo atvaizdą?

5.1.9. Nedidelis daiktas yra tarp dviejų veidrodžių, pastatytų 30° kampu, $r=10$ cm atstumu nuo veidrodžių susikirtimo linijos, arčiau vieno veidrodžio. 1) Kokiu atstumu x vienas nuo kito bus daikto atvaizdai veidrodžiuose? 2) Išspręskite uždavinį, kai kampas tarp veidrodžių α yra bet koks.

5.1.10. Lygiagrečių spindulių pluoštas, kurį sudaro dvi spektro spalvos, sklinda skystyje. Kaip skaidria gretasiene plokštele gauti atskirai kiekvienos spalvos spindulius, jeigu plokštelės lūžio rodiklis mažesnis už skysčio lūžio rodiklį?

5.1.11. Indas, kurio aukštis $h=10$ cm, pripiltas vandens. Jo dugne yra taškinis šviesos šaltinis A. Vandens paviršiuje plūduriuoja apskrita neskaidri plokštelė BC, kurios centras yra virš šviesos šaltinio. Koks turi būti mažiausias plokštelės spindulys, kad nė vienas spindulys nepraeitų pro vandens paviršių?

5.1.12. Žmogus žiūri į savo atvaizdą veidrodyje, padėtame ant indo, kuriame yra vandens, dugno. Kokiu atstumu nuo akies gaunamas menamasis jos atvaizdas vandenyje, kai akis yra $h_1=5$ cm aukštyje virš vandens paviršiaus, o veidrodis — $h_2=8$ cm gylyje po vandeniu?

5.1.13. Iš stiklo, kurio lūžio rodiklis $\sqrt{2}$, pagamintas puscilindris. Į plokščią šio puscilindrio paviršių 45° kampu krinta spinduliai. Jie yra puscilindrio išilginei ašiai statmenoje plokštumoje. Iš kurios puscilindrio paviršiaus dalies išeis šviesos spinduliai?

5.1.14. Sistemoje vanduo—oras visiškojo vidaus atspindžio ribinis kampas yra 49°, o sistemoje stiklas—oras jis lygus 42°. Raskite visiškojo vidaus atspindžio ribinį kampą sistemoje stiklas—vanduo.

5.1.15. Kokiame gylyje h yra naras, jeigu jis mato atvaizdą tos dugno dalies, kuri yra nuo jo $s=15$ m atstumu ir toliau. Naro ūgis $l=1{,}7$ m.

5.1.16. Iš bokšto, kurio aukštis $H=76{,}5$ m, aerostatas matomas $\alpha=56°$ kampu virš horizonto, o jo atvaizdas ežere — $\beta=58°$ kampu žemiau horizonto. Kokiame aukštyje h yra aerostatas?

5.1.17. Ant vandens užpiltas alyvos sluoksnis, kurio storis $a=2$ cm. Spindulys krinta iš oro į alyvą 40° kampu. Toliau spindulys praeina pro vandens sluoksnį, kurio storis $b=3$ cm. Ar išeis spindulys iš vandens? Kokio ilgio kelią nueis spindulys alyvoje ir vandenyje?

5.1.18. Prizmės laužiamasis kampas $A=50°$, o lūžio rodiklis $n=1{,}74$. Spindulys krinta į kairiąją prizmės sienelę 60° kampu. Nubraižykite spindulio eigą pro prizmę.

5.1.19. Plona 6 cm ilgio lazdelė guli išilgai iškilojo veidrodžio pagrindinės optinės ašies. Arčiau veidrodžio esančio lazdelės galo atvaizdas yra $f_1=20$ cm atstumu nuo veidrodžio, o antrojo laz-

delės galo atvaizdas — $f_2=24$ cm atstumu nuo veidrodžio. Apskaičiuokite veidrodžio židinio nuotolį F.

5.1.20. Atvaizdas, gaunamas įgaubtame veidrodyje, yra keturis kartus mažesnis už daiktą. Perkelto $b=5$ cm arčiau veidrodžio daikto atvaizdas tik du kartus mažesnis už daiktą. Raskite veidrodžio židinio nuotolį.

5.1.21. Gretasienės plokštelės, kurios storis $d=5$ cm, apačia pasidabruota. Spindulys krinta į viršutinį paviršių $\alpha=30°$ kampu. Dalis spindulio atsispindi, dalis pereina į plokštelę ir atsispindi nuo veidrodinio sluoksnio. Lūžęs spindulys išeina iš plokštelės lygiagrečiai pirmajam atsispindėjusiam spinduliui. Apskaičiuokite stiklo lūžio rodiklį n, kai atstumas tarp abiejų lygiagrečių spindulių $l=2{,}5$ cm.

5.1.22. Iškilojo ir įgaubtojo veidrodžio kreivumo spindulys R vienodas, atstumas tarp veidrodžių lygus $2R$. Kur bendroje optinėje ašyje reikia pastatyti šviesos šaltinį A, kad spinduliai, iš pradžių atsispindėję nuo iškilojo, po to nuo įgaubtojo veidrodžio, vėl susirinktų taške A? Kur susirinks spinduliai, iš pradžių atsispindėję nuo įgaubtojo veidrodžio?

5.1.23. Sueitiniai spinduliai krinta į iškiląjį veidrodį, kurio židinio nuotolis $F=-30$ cm. Pratęsti jie susitiktų veidrodžio pagrindinėje optinėje ašyje $d=15$ cm atstumu nuo veidrodžio. Kokiu atstumu f nuo veidrodžio susitiks nuo jo atsispindėję spinduliai?

5.1.24. Kaip atvaizdo didumas priklauso nuo daikto atstumo iki sferinio veidrodžio? Nubraižykite grafiką.

5.2. LĘŠIAI

1. Plonieji lęšiai — abipus iškilas (sferinių paviršių kreivumo spinduliai $+R_1$ ir $+R_2$), plokščiai iškilas ($R_1=\infty$ ir $+R_2$) ir iškilai įgaubtas ($+R_1$ ir $-R_2$, kai $|R_1|<|R_2|$), — pasižymi tokiomis savybėmis:

a) Lygiagrečių spindulių pluoštas, praėjęs pro lęšį, susikerta viename taške — židinyje. Židinio nuotoliui atvirkščias dydis $D=\frac{1}{F}$ vadinamas **lęšio laužiamąja geba.** Židinys, esąs krintančių į lęšį spindulių pusėje, vadinamas **priekiniu židiniu,** o lūžusių spindulių srityje — **užpakaliniu židiniu.** Lęšio taškas, pro kurį sklisdami spinduliai nelūžta, vadinamas **optiniu centru.** Linijos, einančios per optinį centrą, vadinamos **optinėmis ašimis.** Ta optinė ašis, kuri eina per lęšį sudarančių sferų centrus, vadinasi **pagrindinė optinė ašis.**

b) Spinduliai, lygiagretūs bet kuriai optinei ašiai, praėję pro lęšį, susikirs toje ašyje esančiame židinyje.

c) Lęšiams galioja formulė

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}; \qquad (1)$$

čia d — daikto atstumas nuo lęšio, f — jo atvaizdo atstumas nuo lęšio, F — lęšio židinio nuotolis.

Lęšiui galima taikyti sferinio veidrodžio formulę, atsižvelgiant į nurodytas ženklų taisykles.

Jei F — lęšio židinio nuotolis, n_1 — lūžio rodiklis medžiagos, iš kurios padarytas lęšis, n_2 — lūžio rodiklis medžiagos, kurioje yra lęšis, R_1 ir R_2 — lęšio paviršių kreivumo spinduliai, tai

$$\pm\frac{1}{F}=\left(\frac{n_1}{n_2}-1\right)\left(\pm\frac{1}{R_1}\pm\frac{1}{R_2}\right). \qquad (2)$$

Pagal šią formulę randama tik absoliutinė F vertė. Ženklai parenkami pagal tokią taisyklę: kai židinys tikrasis, rašomas pliusas, kai menamasis — minusas; R_1 ir R_2 ženklai laikomi teigiamais, jeigu atstumai atidedami į dešinę nuo lęšio, ir neigiamais, kai į kairę nuo lęšio.

d) Tiesinis lęšio didinimas

$$k=\frac{f}{d}. \qquad (3)$$

Ploto didinimas

$$k_S=\frac{S}{S_0}=\frac{f^2}{d^2}=k^2. \qquad (4)$$

2. Plonieji lęšiai — abipus įgaubtas, plokščiai įgaubtas ir iškilai įgaubtas — pasižymi tokiomis savybėmis.

Pro lęšį praėję spinduliai išsklaidomi. Pratęsti šviesos spinduliai susikerta menamajame židinyje. Taikome (1) formulę, tik daikto menamojo atvaizdo nuotolį rašome su minuso ženklu.

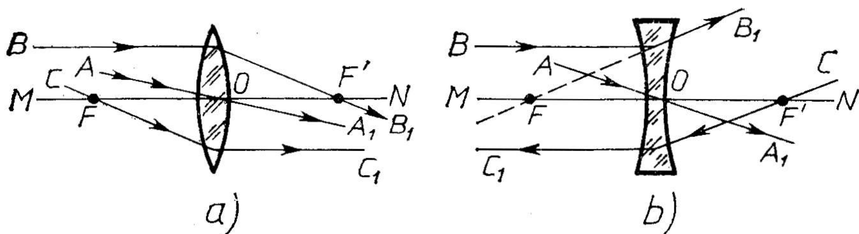
Uždaviniai su lęšiais sprendžiami panašiai, kaip ir su veidrodžiais. Pirmiausia konstruojamas atvaizdas. Po to sudaromos ir sprendžiamos lygtys. Konstruojant atvaizdus, lęšius galima žymėti schemiškai: iškilą — ↕, abipus įgaubtą — ⌶ .

Braižant plonaisiais lęšiais gaunamus atvaizdus, paprastai imami trys būdingi spinduliai (152 pav.):

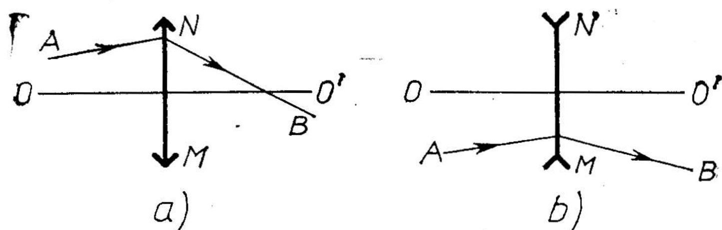
1) spindulys AA_1, sklindantis per lęšio optinį centrą O (sutampantis su šalutine optine ašimi), nelūžta;

2) spindulys BB_1, krintantis į lęšį lygiagrečiai pagrindinei optinei ašiai MN, lūžęs eina per lęšio užpakalinį židinį F' (kai lęšis sklaidomasis, per F' sklinda ne pats spindulys, bet jo tęsinys);

3) spindulys CC_1, eidamas per priekinį lęšio židinį F, už lęšio sklinda lygiagrečiai pagrindinei optinei ašiai.



152 pav.



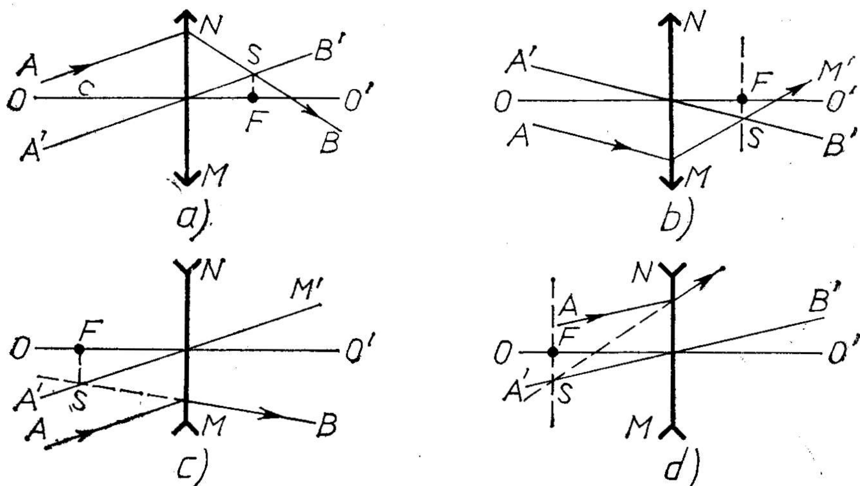
153 pav.

▲ Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

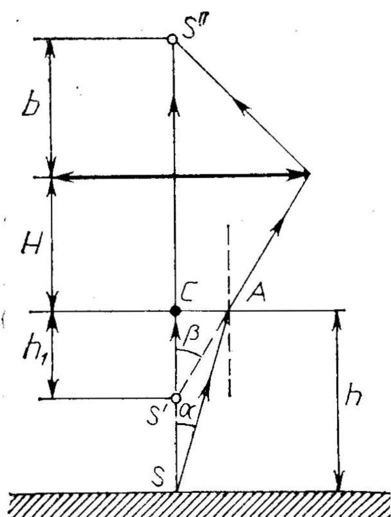
1. Žinoma, kaip sklinda spindulys *AB*, perėjęs pro lęšį *MN* (153 pav.). *OO′* — lęšio pagrindinė optinė ašis. Nustatykite bet kurio kito spindulio kelią.

S p r e n d i m a s. Ieškome lęšio židinio. $A'B' \parallel AN$ ($A'B'$ — šalutinė optinė ašis). *NB* susikirtimo su *A′B′* taškas *S* yra židinio plokštumoje. Iš šio taško nuleidę statmenį į pagrindinę optinę ašį, randame židinį *F* (154 pav., *a*). Kai židinys jau žinomas, bet kurio laisvai pasirinkto spindulio *AM* eigą randame taip. Išvedame $A'B' \parallel AM$. Per tiesės *A′B′* susikirtimo su židinio plokštuma tašką *S* nubrėžiame tiesę *MM′*, kuri ir yra spindulio *AM* tolesnis kelias (154 pav., *b*).

Kai lęšis sklaidomasis, gauname analogiškai. Nubrėžiame $A'M' \parallel AM$. *A′M′* susikerta su spindulio *MB* tęsiniu židinio plokštumos taške *S* (154 pav., *c*, *d*). Laisvai pasirinkto spindulio *AN* kelią randame, nubrėžę tiesę *A′B′*. Iš jos susikirtimo su židinio plokštuma taško *S* per tašką *N* išvestas spindulys sutaps su perėjusio pro lęšį spindulio *AN* keliu.



154 pav.



155 pav.

2. Baseino dugne padėtas daiktas. $H=20$ cm atstumu virš vandens paviršiaus yra glaudžiamasis lęšis. Jo židinio nuotolis F lygus 10 cm. Daikto atvaizdas S'' susidaro $b=12{,}5$ cm atstumu nuo lęšio. Raskite baseino gylį h. (Kritimo bei lūžio kampai yra maži.)

Sprendimas. Konstruojame spindulių, sklindančių nuo daikto, kelią (155 pav.). Riboje vanduo—oras spinduliai lūžta. Pratęsiame lūžusį spindulį iki susikirtimo su vertikaliu spinduliu. Susikirtimo taškas S' bus lygyje h_1. Iš trikampių ASC ir $AS'C$, atsižvelgę į tai, kad kampai α ir β maži, gauname:

$$\frac{h_1}{h}=\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta}=\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{1}{n};\quad h_1=\frac{h}{n}.$$

Taškas S' yra lęšio objektas, o S'' — jo atvaizdas. Naudodamiesi lęšio formule

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F},$$

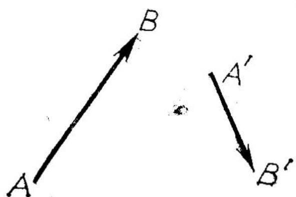
kai $d=H+h_1=H+\frac{h}{n}$, randame

$$h=n\left(\frac{Fb}{b-F}-H\right)=40 \text{ cm}.$$

Uždaviniai

5.2.1. Raskite kvarco lęšio židinio nuotolį gyvsidabrio spektrinei linijai ($\lambda=2540$ Å), kai nuotolis natrio linijai ($\lambda=5890$ Å) lygus 16 cm. Kvarco lūžio rodiklis atitinkamoms bangoms yra 1,504 ir 1,458.

5.2.2. 156 paveiksle pavaizduota tiesės atkarpa AB ir jos atvaizdas $A'B'$, gautas plonu abipus iškilu lęšiu. Nustatykite lęšio pagrindinės optinės ašies ir židinių padėtį.



156 pav.

5.2.3. Ore esančio lęšio židinio nuotolis lygus 10 cm. To paties lęšio skystyje židinio nuotolis 55 cm. Kam lygus skysčio lūžio rodiklis, jei lęšio medžiagos lūžio rodiklis 1,6?

5.2.4. Kvadratinė plokštelė pastatyta ant glaudžiamojo lęšio pagrindinės optinės ašies. Plokštelės kraštinės vidurys yra lęšio židinyje. Nubraižykite lęšiu gautą plokštelės atvaizdą.

5.2.5. Į glaudžiamąjį lęšį tam tikru kampu į pagrindinę optinę ašį krinta šviesos spindulys. Pratęstas už lęšio, jis kerta pagrindinę optinę ašį taške A, nutolusiame nuo optinio centro atstumu l. Kiek nutolęs nuo optinio centro taškas A_1, kuriame spindulys, praėjęs pro lęšį, kerta pagrindinę optinę ašį? Lęšio židinio nuotolis F.

5.2.6. Lęšis padarytas iš stiklo, kurio lūžio rodiklis $n=1{,}5$. Raskite į vandenį panardinto lęšio laužiamąją gebą, jei ore jo židinio nuotolis $F=10$ cm.

5.2.7. 60 cm atstumu prieš glaudžiamąjį lęšį pagrindinėje optinėje ašyje yra šviesos taškas. Iš kitos lęšio pusės židinio plokštumoje pastatytas ekranas. Jame gaunamas $r=4{,}3$ cm spindulio šviesus skritulys. Centrinis kampas, kurį sudaro spinduliai, einantys į lęšio kraštus, lygus 60°. Lęšio kreivumo spindulys 25 cm. Raskite stiklo lūžio rodiklį.

5.2.8. Tas pats daiktas fotografuojamas vieną kartą 90 cm atstumu, kitą kartą — 165 cm atstumu. Daikto atvaizdo aukštis atitinkamai yra 4 cm ir 2 cm. Koks fotoaparato objektyvo židinio nuotolis?

5.2.9. Abipus iškilo lęšio židinio nuotolis $F=5$ cm. Taškinis šviesos šaltinis yra $d=6$ cm atstumu nuo lęšio. Lęšis perpjaunamas pusiau. Abi dalys pastatomos $S=1$ cm atstumu viena nuo kitos. Raskite nuotolį tarp atvaizdų.

5.2.10. Nubrėžkite daikto atvaizdo padėties f priklausomybę nuo atstumo d tarp daikto ir lęšio. Išnagrinėkite ir atvejį, kai atvaizdas yra menamasis.

5.2.11. Paaiškinkite tokį reiškinį. Šviesaus taško L atvaizdas gaunamas taške L_1. Prieš lęšį pastatomas neskaidrus ekranas su dviem skylėmis a ir b. Dėl to tik susilpnėja atvaizdo ryškumas. Ekraną AB pastūmus arčiau lęšio ar nutolinus nuo jo, gaunami du taško L atvaizdai. Uždengus skylę a arba b, vienas jų išnyksta.

5.2.12. Glaudžiamojo lęšio židinio nuotolį galima rasti, išmatavus nuotolį nuo lęšio iki toli esančios lempos atvaizdo. Kaip toli turi būti lempa, kad surasto židinio nuotolis skirtųsi nuo tikrojo ne daugiau kaip 1%?

5.2.13. Kokiomis sąlygomis lygiagretūs spinduliai, praėję pro lęšį, kurio $n>1$, liks lygiagretūs?

5.2.14. Koks mažiausias nuotolis yra tarp daikto ir jo atvaizdo, gauto glaudžiamuoju lęšiu?

5.3. OPTINĖS SISTEMOS

Optinės sistemos gali būti sudarytos iš plokščiųjų bei sferinių veidrodžių ir iš lęšių. Taip pat yra mišrių optinių sistemų, sudarytų iš veidrodžių ir lęšių.

Kai optinė sistema sudėtinga, daiktų atvaizdai randami nuosekliais etapais. Pirmiausia gaunamas daikto atvaizdas vienu lęšiu ar veidrodžiu. Po to šis daikto atvaizdas laikomas antrojo

lęšio ar veidrodžio objektu ir t. t. Jei pirmuoju sistemos prietaisu gaunamas menamasis atvaizdas, tai į antrąjį sistemos prietaisą krinta skleistinis spindulių pluoštas, todėl šio prietaiso objektas bus tikrasis. Jei pirmuoju lęšiu ar veidrodžiu gaunamas tikrasis atvaizdas, tai į antrąjį lęšį ar veidrodį gali kristi sueitinis arba skleistinis spindulių pluoštas, priklausomai nuo lęšio arba veidrodžio padėties. Pirmuoju atveju antrojo lęšio arba veidrodžio objektas bus menamasis, antruoju atveju — tikrasis. Skaidome etapais tol, kol spinduliai išeina iš optinės sistemos.

Optinės sistemos didinimas lygus atskirų sistemos elementų didinimų sandaugai:

$$k = k_1 \cdot k_2 \cdot \ldots \cdot k_n. \quad (1)$$

Prie optinių sistemų galima priskirti ir lupą. Čia sistemą sudaro akis ir lupa. Lupos didinimas

$$k = \frac{D}{F}; \text{ čia } D \text{ — geriausio matymo nuotolis.}$$

Didžiausias lupos didinimas

$$k_{max} = \frac{D}{F} + 1.$$

Optinės sistemos laužiamoji geba lygi atskirų lęšių laužiamųjų gebų sumai:

$$D = \sum_i D_i. \quad (2)$$

▲ Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Daiktas yra atstumu a nuo lęšio, kurio kreivumo spindulys R ir židinio nuotolis F. Lęšis prispaustas prie veidrodžio, kurio kreivumo spindulys taip pat lygus R. Raskite atvaizdo atstumą nuo lęšio.

Sprendimas. Paprastai, sprendžiant tokio tipo uždavinius, nurodomas konkretus lęšis: iškilasis, įgaubtasis, plokščiai iškilas, plokščiai įgaubtas ar įgaubtai iškilas. Bet čia tinka ir bendras sprendimas.

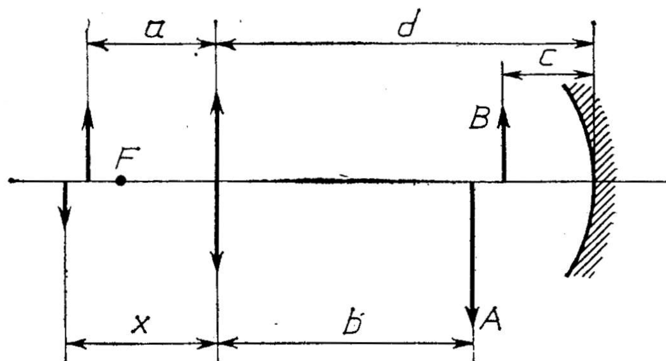
Sakykime, lęšis yra atstumu d nuo veidrodžio (157 pav.).

Iš pradžių randame daikto atvaizdą A lęšyje, paskui šio atvaizdo atvaizdą B veidrodyje, po to — atvaizdo B atvaizdą X lęšyje. Toliau sudarome lygtis:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}; \quad (1)$$

$$\frac{1}{c} + \frac{1}{d-b} = \frac{2}{R}; \quad (2)$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{d-c} = \frac{1}{F}. \quad (3)$$



157 pav.

Kadangi sąlygoje nurodyta, kad lęšis prispaustas prie veidrodžio, tai $d=0$ ir iš (2) bei (3) lygties gauname:

$$\frac{1}{c}-\frac{1}{b}=\frac{2}{R}; \tag{4}$$

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{c}=\frac{1}{F}. \tag{5}$$

Iš (1) lygties randame

$$b=\frac{Fa}{a-F}$$

ir įrašome į (4):

$$c=\frac{RaF}{2Fa+Ra-RF}.$$

Toliau iš (5) formulės randame

$$x=\frac{aRF}{2aR+2aF-RF}.$$

Tą patį rezultatą galima gauti, taikant optinės sistemos laužiamosios gebos formulę: $D=D_1+D_2$; $D_1=\frac{2}{R}$; $D_2=\frac{2}{F}$. Parašę $D=\frac{1}{x}+\frac{1}{a}$ ir sulyginę abiejų lygybių dešiniąsias puses, gauname: $\frac{1}{x}+\frac{1}{a}=\frac{2}{R}+\frac{2}{F}$. Iš čia randame x.

2. Optinė sistema sudaryta iš dviejų lęšių (iškilojo ir įgaubtojo), turinčių vienodą židinio nuotolį $F=4$ cm. Atstumas tarp lęšių 2 cm. Objektas yra 20 cm atstumu nuo iškilojo lęšio. Kurioje vietoje ir kiek kartų padidintas ar sumažintas bus objekto atvaizdas?

Sprendimas. Naudojamės iškilojo ir įgaubtojo lęšio formulėmis:

$$\frac{1}{f_1}+\frac{1}{d_1}=\frac{1}{F_1}; \tag{1}$$

$$\frac{1}{f_2}-\frac{1}{d_2}=-\frac{1}{F_2}. \tag{2}$$

Į (1) formulę įrašę $d_1=20$ cm ir $F_1=4$ cm, randame $f_1=5$ cm. Taigi daikto atvaizdas yra 3 cm atstumu už įgaubtojo lęšio.

Į (2) formulę įrašę $d_2=3$ cm ir $F_2=4$ cm, randame $f_2=12$ cm. Kadangi $f_2>0$, tai atvaizdas yra tikrasis.

Sistemos didinimas $k=\frac{f_1}{d_1}\cdot\frac{f_2}{d_2}$; $k=1$.

Uždaviniai

5.3.1. Taškinis šviesos šaltinis S yra įgaubtojo veidrodžio pagrindinėje optinėje ašyje 60 cm atstumu nuo veidrodžio. Įgaubtojo veidrodžio kreivumo spindulys lygus 80 cm. Kokiu atstumu nuo įgaubtojo veidrodžio reikia pastatyti plokščiąjį veidrodį, kad atsispindėję spinduliai vėl susikirstų taške S?

5.3.2. Plonas plokščiai įgaubtas lęšis, kurio sferinis paviršius uždengiamas plona, tokio pat stiklo, kaip ir lęšis, gretasiene plokštele, panardinamas į vandenį. Apskaičiuokite tokios sistemos židinio nuotolį, jei sferinio paviršiaus kreivumo spindulys $R=0{,}375$ m, stiklo lūžio rodiklis $n_s=1{,}5$, vandens $n_v=1{,}333$. (XXVI respublikinė olimpiada, 1978.)

5.3.3. Įgaubtojo sferinio veidrodžio kreivumo spindulys $R=40$ cm. Veidrodžio pagrindinėje optinėje ašyje $d=30$ cm atstumu nuo veidrodžio yra taškinis šviesos šaltinis. Kokiu atstumu nuo veidrodžio reikia pastatyti plokščiąjį veidrodį, kad spinduliai, atsispindėję iš pradžių nuo įgaubtojo, po to nuo plokščiojo veidrodžio, grįžtų į tašką, iš kurio išėjo?

5.3.4. Apskaičiuokite sistemos, sudarytos iš abipus iškilo lęšio (židinio nuotolis F) ir įgaubto veidrodžio (židinio nuotolis $3F$), tiesinį didinimą ir nubrėžkite spindulių eigą joje. Daiktas yra $\frac{1}{3}F$ atstumu nuo lęšio. Nuotolis tarp lęšio ir veidrodžio lygus $\frac{4}{3}F$. Lęšis yra tarp daikto ir veidrodžio.

5.3.5. $d=10$ cm atstumu nuo glaudžiamojo lęšio, kurio židinio nuotolis $F=12$ cm, ant optinės ašies yra šviečiantis taškas. Spindulys, praėjęs pro lęšį, krinta į iškiląjį veidrodį, pastatytą už lęšio $l=3$ cm atstumu. Atsispindėjęs nuo veidrodžio, spindulys vėl eina pro lęšį lygiagrečiai optinei ašiai. Raskite veidrodžio židinio nuotolį.

5.3.6. Glaudžiamasis lęšis ($F_1=12$ cm) ir sklaidomasis lęšis ($F_2=10$ cm) įtaisyti $d=14$ cm atstumu vienas nuo kito. Kur reikia pastatyti šviesos šaltinį, kad šia lęšių sistema gautute lygiagretų spindulių pluoštą?

5.3.7. Optinė sistema sudaryta iš dviejų lęšių, nutolusių vienas nuo kito 10 cm. Priekinis židinys yra už 20 cm nuo pirmojo lęšio, užpakalinis — už 12 cm nuo antrojo lęšio. 3 kartus padidintas daikto atvaizdas nutolęs nuo užpakalinio židinio 45 cm. Apskaičiuokite sistemos židinio nuotolį ir pagrindinių plokštumų padėtį sistemą sudarančių lęšių atžvilgiu.

5.3.8. Daiktas yra 18 cm atstumu nuo fotoaparato objektyvo, kurio židinio nuotolis 15 cm. Raskite židinio nuotolį lęšio, kurį reikia pridėti prie objektyvo, norint gauti ryškų atvaizdą fotoplokštelėje, nutolusioje nuo objektyvo 30 cm.

5.3.9. Objektas stebimas pro ilgo židinio nuotolio mikroskopą, kurio objektyvas turi būti ne arčiau kaip $d=5$ cm nuo objekto. Kokio židinio nuotolio F objektyvą reikia paimti, kad didinimas k_1 būtų lygus 180? Turimo okuliaro didinimas $k_2=20$.

5.3.10. Du lęšiai, kurių laužiamoji geba $D_1=50$ D ir $D_2=30$ D, yra $l=10$ cm atstumu vienas nuo kito. Kokiu atstumu nuo užpakalinio lęšio bus atvaizdas be galo nutolusio šviesos šaltinio, kai šviesa nuo šaltinio pirmiausia krinta į lęšį, kurio laužiamoji geba D_1, o paskui — D_2?

5.3.11. 25 cm atstumu nuo glaudžiamojo lęšio, kurio židinio nuotolis 20 cm, yra 2 cm aukščio daiktas. Kitas glaudžiamasis lęšis, kurio židinio nuotolis 40 cm, yra 1,5 m atstumu nuo pirmojo. Pagrindinės abiejų lęšių optinės ašys sutampa. Kokiu atstumu nuo antrojo lęšio bus daikto atvaizdas, praėjus spinduliams pro abu lęšius? Koks atvaizdo aukštis? Parodykite spindulių eigą.

5.4. FOTOMETRIJA

Fotometrija — optikos skyrius, nagrinėjantis šviesos energijos pasiskirstymo ir matavimo dėsnius.

Jei į kurį nors plotą per laiką t krinta šviesa, kurios energija lygi L, tai dydis $\frac{L}{t}$ vadinamas šviesos srautu Φ:

$$\Phi=\frac{L}{t}. \quad (1)$$

Šviesos srauto Φ ir erdvinio kampo Ω, kuriame sklinda šis srautas, santykis vadinamas šviesos stiprumu:

$$I=\frac{\Phi}{\Omega}. \quad (2)$$

Pilnutinis taškinio šviesos šaltinio, kurio stiprumas I, srautas

$$\Phi_0=4\pi I. \quad (3)$$

Šviesos srauto Φ, krintančio į kurį nors paviršių, ir to paviršiaus ploto S santykis vadinamas apšviestumu:

$$E=\frac{\Phi}{S}. \quad (4)$$

Šviesos šaltinius, turinčius didelį šviečiantį paviršių, apibūdina ryškumo sąvoka. Ryškumas B yra dydis, charakterizuojantis šviečiančio paviršiaus spinduliavimą tam tikra kryptimi:

$$B=\frac{I}{S}; \quad (5)$$

čia S — spinduliuojančio paviršiaus plotas.

Šviesos stiprumo vienetas yra kandela (cd), srauto — liumenas (lm), apšviestumo — liuksas (lx), ryškumo — nitas (nt).

Jei spinduliai krinta statmenai paviršiui, tai nedidelio plotelio apšviestumas

$$E=\frac{I}{R^2};\qquad (6)$$

čia R — paviršiaus nuotolis nuo šaltinio. Jei spinduliai į paviršių krinta kampu α, tai paviršiaus apšviestumas

$$E=\frac{I}{R^2}\cos\alpha.\qquad (7)$$

Fotometrijos uždaviniai yra dvejopi. Vienuose reikia rasti vieno ar kelių šviesos šaltinių sukeliamą apšviestumą, arba, žinant apšviestumą, rasti šviesos šaltinio stiprumą bei šaltinio nuotolį nuo paviršiaus. Kituose uždaviniuose fotometrijos dėsniai taikomi kartu su atspindžio bei lūžimo dėsniais.

Pirmojo tipo uždaviniai sprendžiami, taikant (6) ir (7) formulę. Pirmiausia nubraižomas brėžinys ir pagal jį skaičiuojami reikiami nuotoliai. Kelių šviesos šaltinių sukeliamas pilnutinis apšviestumas lygus atskirų šaltinių sukeliamų apšviestumų sumai:

$$E=E_1+E_2+\ldots+E_n=\sum_i E_i.$$

Sprendžiant antrojo tipo uždavinius, paprastai tenka ieškoti apšviestumo pokyčio kuriame nors taške ar plote, kuris gaunamas, panaudojant veidrodžius ar lęšius, tai nukreipiančius šviesos srautą tam tikra kryptimi, tai jį koncentruojančius ar sklaidančius. Čia pirmiausia reikia rasti šviesos šaltinio atvaizdą veidrodyje ar lęšyje ir nustatyti jo stiprumą. Šis atvaizdas yra šviesos šaltinis, sukeliantis papildomą paviršiaus apšviestumą.

Jei veidrodis neabsorbuoja šviesos, tai, pažymėję šaltinio stiprumą I_0, jo atvaizdo stiprumą I, gauname:

$$I=I_0\left(\frac{f}{d}\right)^2.\qquad (8)$$

Kai veidrodis plokščias, $f=d$ ir $I=I_0$.

Spręsdami taikome srauto tvermės dėsnį:

$$\Phi=ES=\text{const},\qquad (9)$$

arba

$$E_1S_1=E_2S_2.\qquad (10)$$

Jei šviesos spinduliai koncentruojami lęšiu, tai pradiniu šviesos srautu imamas srautas, krintąs į lęšio paviršių.

▲ Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Kiek kartų mažesnis apšviestumas Mėnulio pilnaties metu, lyginant su apšviestumu dienos metu? Mėnulio ir Saulės aukštis virš horizonto vienodas. Mėnulio skersmuo $2r=4000$ km, o atstumas nuo Mėnulio iki Žemės $l=400\,000$ km.

S p r e n d i m a s. Kadangi atstumas nuo Saulės iki Žemės ir Mėnulio yra didelis, palyginti su Saulės skersmeniu, tai skaičiuojant Saulę galima laikyti taškiniu šaltiniu. Jos šviesos stiprumas, t. y. energija, skleidžiama į erdvinio kampo vienetą per 1 s, lygi I. Tada Žemės apšviestumas giedrą dieną bus $E_S = \frac{I}{L^2}$; čia L — atstumas nuo Saulės iki Žemės.

Mėnulis apšviečia Žemę atsispindėjusia šviesa. Kadangi atstumą nuo Saulės iki Mėnulio galima laikyti lygiu atstumui nuo Saulės iki Žemės, tai Mėnulio paviršiaus apšviestumas pilnaties metu bus $\frac{I}{L^2}$. Į visą Mėnulio paviršių kris energija $W = \frac{I}{L^2}\pi r^2$. Kadangi ši energija išskirstoma visomis kryptimis pussferėje vienodai, tai į erdvinio kampo vienetą bus spinduliuojama energija $I_M = \frac{I\pi r^2}{L^2 2\pi}$ (visas erdvinis kampas yra 4π). Laikydami Mėnulį taškiniu šaltiniu, kurio stiprumas I_M, gauname $E_M = \frac{Ir^2}{2L^2 l^2}$.

$$\frac{E_M}{E_S} = \frac{1}{2}\left(\frac{r}{l}\right)^2 = \frac{1}{80\,000}.$$

2. Diskas, kurio skersmuo $d = 80$ cm, yra $L = 80$ m atstumu nuo taškinio šviesos šaltinio. Disko plokštuma statmena linijai, jungiančiai taškinį šviesos šaltinį su disko centru. Kiek kartų pasikeis į diską krintantis šviesos srautas, už šaltinio pastačius įgaubtąjį veidrodį taip, kad šviesos šaltinis būtų jo židinyje? Veidrodžio skersmuo $d = 80$ cm. Šaltinio atstumas nuo veidrodžio kraštų $R = 204$ cm.

S p r e n d i m a s. Iš (2) formulės turime $\Phi = I\Omega$. Pirmuoju atveju

$$\Phi_1 = I\Omega_1 = I\frac{\frac{d^2\pi}{4}}{L^2} \text{ (kadangi } d \ll L).$$

Antruoju atveju prisijungia nuo veidrodžio atsispindėjęs šviesos srautas Φ_3, t. y. $\Phi_2 = \Phi_1 + \Phi_3$. Kadangi šaltinis yra veidrodžio židinyje, tai atsispindėję spinduliai bus lygiagretūs, t. y. visas atsispindėjęs srautas Φ_3 kris į diską (158 pav.). Disko ir veidrodžio skersmuo vienodas.

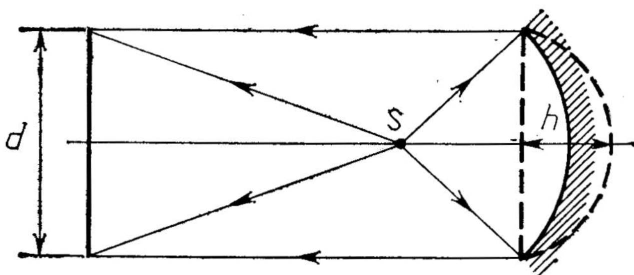
$$\Phi_3 = I\Omega_3 = I\frac{2\pi Rh}{R^2}.$$

$2\pi Rh$ — nuopjovos šoninis paviršius, h — nuopjovos aukštis, R — rutulio spindulys.

$$h = R - \sqrt{R^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} \approx 4 \text{ cm}.$$

Apšviestumų santykis

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{\Phi_1 + \Phi_3}{\Phi_1} = 1 + \frac{8hL^2}{Rd^2} \approx 1600.$$



158 pav.

3. Didelis paveikslas iš pradžių fotografuojamas visas, po to — natūralaus didumo detalės. Pirmuoju atveju ekspozicijos trukmė $t=5$ s. Kokia turi būti ekspozicijos trukmė, fotografuojant detales?

S p r e n d i m a s. Abiem atvejais į fotoplokštelę turi kristi vienodas energijos kiekis. Pažymėsime kokios nors detalės apšviestumą E_1, fotografuojant visą paveikslą, o E_2 — fotografuojant atskiras detales masteliu 1 : 1. Tada $E_1 t_1 = E_2 t_2$, t. y. ekspozicijos trukmė yra atvirkščiai proporcinga apšviestumui.

Į lęšį nuo fotografuojamo paveikslo ploto ΔS_1 krinta šviesos srautas. Jo didinimas proporcingas erdviniam kampui, kuriuo matomas lęšis iš paviršiaus elemento, ir šio elemento plotui:

$$\Phi \sim \Omega \Delta S_1 \sim \frac{S}{d^2} \Delta S_1;$$

čia S — lęšio plotas, d — nuotolis nuo objekto iki lęšio.

Praėjęs pro lęšį, šis srautas krinta į plotą ΔS_2. To ploto apšviestumas E yra proporcingas šviesos srautui ir atvirkščiai proporcingas atvaizdo plotui:

$$E \sim \frac{\Phi}{\Delta S_2} \sim \frac{S}{d^2} \cdot \frac{\Delta S_1}{\Delta S_2}.$$

Objekto ir jo atvaizdo plotų santykis lygus nuotolių nuo objekto iki lęšio ir nuo lęšio iki atvaizdo kvadratų santykiui:

$$\frac{\Delta S_1}{\Delta S_2} = \frac{d^2}{f^2}. \text{ Taigi } E \sim \frac{S}{f^2}.$$

Viso fotografuojamo paveikslo atvaizdas susidaro židinio plokštumoje, o detalių — dvigubu židinio nuotoliu. Todėl

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\left(\frac{1}{F}\right)^2}{\left(\frac{1}{2F}\right)^2} = 4,$$

o ekspozicijos trukmė, fotografuojant detales:

$$t_2 = \frac{E_1}{E_2} t_1 = 4t_1; \quad t_2 = 20 \text{ s}.$$

● Uždaviniai

5.4.1. Koks yra nedidelės plokštelės *S* apšviestumas, jei virš jos $l=2$ m aukštyje yra taškinis šviesos šaltinis, o iš šono 1 m atstumu nuo šviesos šaltinio ir plokštelės vertikaliai pastatytas veidrodis? Šaltinio šviesos stiprumas $I=60$ cd.

5.4.2. Elektros lempa, kurios šviesos stiprumas $I=100$ cd, pakabinta aukštyje *h*. Su kokia *h* verte apšviestumas Žemės paviršiaus taške, esančiame 2 m atstumu nuo vertikalios lempos ašies, bus didžiausias? Spręsdami uždavinį, naudokitės grafiku.

5.4.3. Fotografuojant objektą, apšviestą 100 W lempa, esančia $r_1=1$ m atstumu, ekspozicija turi trukti 5 s. Kokia ekspozicija reikalinga, apšviečiant šį objektą dviem 100 W lempomis, esančiomis $r_2=2$ m ir $r_3=4$ m atstumu, jeigu visas šviesos energijos kiekis, patenkantis ant fotografinės plokštelės, turi likti toks pat?

5.4.4. Trys lempos ir nedidelis ekranas padėti ant rombo viršūnių. Viena rombo įstrižainė lygi jo kraštinei. Ekranas statmenas antrajai įstrižainei. Koks yra vidurinės lempos šviesos stiprumas, jei, ją išjungus, ekrano apšviestumas sumažėja $n=2$ kartus? Kitų dviejų lempų šviesos stiprumas vienodas ir lygus $I_0=$ $=10$ cd.

5.4.5. *H* aukštyje virš grindų pakabintas šviesos šaltinis, kurio stiprumas *I*. Mažas plieninis rutuliukas pradiniu momentu yra $2H$ aukštyje virš grindų ir $\sqrt{2}H$ atstumu nuo šviesos šaltinio. Raskite labiausiai apšviesto rutuliuko taško apšviestumo priklausomybę nuo laiko, rutuliukui laisvai krintant be pradinio greičio. Pavaizduokite gautą priklausomybę grafiškai, laikydami smūgį į grindis absoliučiai tampriu. (XXX respublikinė olimpiada, 1982.)

5.4.6. Daiktas fotografuojamas vieną kartą iš didelio nuotolio, kitą kartą — iš mažo. Kuo skirsis fotojuostelės apšviestumas abiem atvejais? Kuriuo atveju teks pasirinkti ilgesnę ekspozicijos trukmę?

5.4.7. Virš apskrito stalo, kurio spindulys $r=1{,}0$ m, centro pakabintas plokščio horizontalaus disko pavidalo šviestuvas. Jo plotas $S=100$ cm^2. Šviestuvo ryškumas $B=1{,}6\cdot10^4$ nt nepriklauso nuo krypties. Kokiame aukštyje nuo stalo reikia pakabinti šviestuvą, kad stalo apšviestumas pakraščiuose būtų didžiausias?

5.4.8. Saulės spinduliai sudaro 10° kampą su horizontu. Kiek kartų vertikalios plokštelės apšviestumas bus didesnis negu horizontalios, jeigu plokštelė yra: a) vandenyje; b) ore?

5.4.9. Raskite vidutinį Mėnulio paviršiaus atspindžio koeficientą, jei pilnaties metu Mėnulio ryškumas yra $2{,}5\cdot10^3$ nt, o jo apšviestumas lygus $1{,}4\cdot10^5$ lx.

5.4.10. Šviesos šaltinis yra 8 mm skersmens disko pavidalo. Būdamas 1 m atstumu nuo ekrano, jis sukelia 200 lx apšviestumą. Lęšiu, kurio židinys 20 cm ir skersmuo 3 cm, ekrane gaunamas šaltinio atvaizdas. Koks bus atvaizdo apšviestumas?

5.4.11. Laikas, reikalingas fotonuotraukai atspausdinti, kai elektros lempos stiprumas I_1 ir jos nuotolis nuo fotopopieriaus l_1, lygus t_1. Kokia turi būti ekspozicijos trukmė, kai lempos stiprumas I_2 ir jos nuotolis nuo fotopopieriaus l_2?

5.4.12. Iš kokio nuotolio žvalgas gali pamatyti degančią cigaretę, jei jos šviesos stiprumas siekia $I=\frac{1}{400}$ cd, mažiausias šviesos srautas, į kurį reaguoja akis, yra $\Phi=10^{-13}$ lm, o akies vyzdžio plotas tamsoje $S=0{,}4$ cm²?

5.4.13. Taškinis šviesos šaltinis S apšviečia horizontalią plokštumą. Kaip pasikeis apšviestumas taške O, į kurį spinduliai krinta statmenai, jei tokiame pat aukštyje h iš šono atstumu $l=2h$ nuo šaltinio bus pastatytas veidrodis, atspindintis šviesą į tašką O?

5.4.14. Taškinis šviesos šaltinis, kurio stiprumas $I_0=100$ cd, yra $s=20$ cm atstumu nuo įgaubtojo veidrodžio viršūnės. Židinio nuotolis $f=25{,}0$ cm. Raskite atsispindėjusio pluošto šviesos stiprumą, jei veidrodžio atspindžio koeficientas $\varrho=0{,}80$.

5.4.15. $d=10$ cm atstumu nuo ekrano yra taškinis šviesos šaltinis. Kiek kartų k pasikeis apšviestumas ekrano centre, šaltinį atitraukus nuo ekrano $2d$ atstumu, o už šaltinio d atstumu pastačius įgaubtąjį veidrodį, kurio kreivumo spindulys $R=20$ cm? Veidrodžio atspindžio koeficientas lygus 1. Šaltinis, ekrano centras ir veidrodžio centras yra vienoje linijoje.

5.4.16. Apšvietus taškiniu šviesos šaltiniu ekraną, esantį 1 m atstumu, apšviestumas yra 25 lx. Koks bus ekrano apšviestumas, jei tarp šaltinio ir ekrano 20 cm atstumu nuo šaltinio pastatysime lęšį, kurio laužiamoji geba 5 D?

5.4.17. Fotografuojama mergina balta suknele. Merginos apšviestumas 1000 lx. Baltos medžiagos atspindžio koeficientas lygus 0,8. Fotoaparato objektyvo santykinė anga lygi $\frac{1}{4{,}5}$. Šviesos nuostoliai objektyve 10%. Koks bus fotoplokštelės apšviestumas toje vietoje, kur gaunamas merginos atvaizdas?

5.4.18. Projekcijos aparato objektyvo židinio nuotolis $F=20$ cm. Skaidrė 3×4 cm yra $a=26{,}6$ cm atstumu nuo objektyvo. Ji praleidžia $\Phi=12$ lm šviesos srautą. Raskite skaidrės atvaizdo apšviestumą ir šviesį, kai ekrano atspindžio koeficientas $\varrho=0{,}75$.

5.5. ŠVIESOS BANGŲ SAVYBĖS

Šviesos bangų savybės pasireiškia šviesos interferencija, difrakcija, dispersija ir poliarizacija.

Šviesos bangos gali viena kitą stiprinti arba silpninti. Kai dvi koherentinės šviesos bangos užkloja viena kitą, sudarydamos virpesių maksimumus ir minimumus, gaunamas **interferencinis vaizdas.** Interferencinis vaizdas stebimas plonose plėvelėse, Niutono žieduose ir kitur.

Plonose plėvelėse interferencijos praėjusioje šviesoje maksimumo (šviesos sustiprėjimo) sąlyga

$$2hn\cos\beta=2k\frac{\lambda}{2}\quad(k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots),\qquad(1)$$

minimumo (šviesos susilpnėjimo) sąlyga

$$2hn\cos\beta=(2k+1)\frac{\lambda}{2}\quad(k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots);\qquad(2)$$

čia h — plokštelės storis, n — jos lūžio rodiklis, β — lūžio kampas, λ — koherentinės šviesos bangos ilgis.

Atspindžio šviesoje maksimumo sąlyga išreiškiama (2) formule, o minimumo sąlyga — (1) formule.

Praėjusioje šviesoje šviesių Niutono žiedų spinduliai yra

$$r_k=\sqrt{kR\lambda}\quad(k=1,\ 2,\ \ldots).\qquad(3)$$

Tamsių žiedų

$$r_k=\sqrt{(2k+1)R\frac{\lambda}{2}}\quad(k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots).\qquad(4)$$

Stebint Niutono žiedus atspindžio šviesoje, šviesių žiedų spinduliai nustatomi iš (4) formulės, tamsių — iš (3). R — lęšio kreivumo spindulys.

Su interferencija glaudžiai susijusi ir šviesos difrakcija. Praeidamos pro siaurus plyšius ar mažas skylutes, šviesos bangos užlinksta ir tarpusavyje interferuoja.

Difrakcijos pro plyšį minimumo sąlyga yra tokia:

$$a\sin\varphi=\pm k\lambda\quad(k=1,\ 2,\ \ldots);\qquad(5)$$

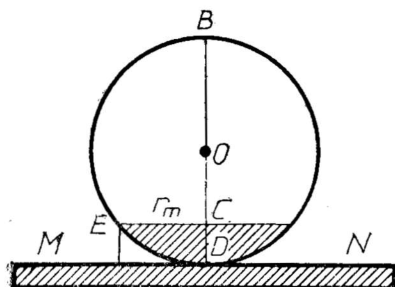
čia a — plyšio plotis, φ — kampas, kuriuo stebimas maksimumas, λ — krintančios šviesos bangos ilgis. Turėdami difrakcinę gardelę, vietoj a imame jos konstantą d. (5) yra pagrindinių maksimumų sąlyga.

Šviesos dispersijos reiškinys susijęs su nevienodu įvairaus ilgio šviesos bangų lūžimu, šviesai pereinant iš tuštumos į optiškai tankesnę medžiagą. Šį reiškinį panaudojame, skaičiuodami šviesos greitį medžiagoje ir t. t.

Čia dažniausiai tenka spręsti trijų tipų uždavinius. Pirmojo tipo uždaviniai susiję su interferencija plėvelėse ir Niutono žieduose, kai (1)—(4) formulės panaudojamos įvairiems į jas įrašomiems dydžiams rasti.

Antrojo tipo uždaviniai susiję su difrakcija. Difrakcine gardele galima rasti nemaža spektrų, atsižvelgiant į dydį k, esantį (5) formulėje. Stebėjimo kampas φ negali būti didesnis už 90°, todėl k, nusakantis difrakcinio vaizdo vietą eilėje, negali būti didelis. To tipo uždaviniuose dažnai tenka nustatyti skaičių k, taip pat ir kitus (5) formulėje esančius dydžius.

Trečiojo tipo uždaviniai susiję su perėjusios iš vienos medžiagos į kitą šviesos bangos ilgio pokyčio skaičiavimu. Šviesos greitis įvairiose medžiagose yra nevienodas, bet jos energija, o kartu ir dažnis, nekinta.



159 pav.

▲ Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Raskite spindulius šviesių ir tamsių Niutono žiedų, gautų atspindžio šviesoje, kai žinomas krintančios šviesos bangos ilgis λ ir plokščiai iškilo lęšio kreivumo spindulys R.

S p r e n d i m a s. Sakysime, taške D (159 pav.) plokščiai iškilas lęšis, kurio kreivumo spindulys $OD=R$, yra arčiausia plokštelės MN. Bet ir čia yra plonas sluoksnis tarp lęšio ir plokštelės. Krintant spinduliams kryptimi BD, dalis jų atsispindi nuo dviejų aplinkų ribos (stiklas — oras), o kita dalis praeina pro oro sluoksnį ir atsispindi nuo plokštelės. Pirmas atspindys vyksta be pusės bangos nuostolio, antras — su pusės bangos nuostoliu. Todėl tarp spindulių susidaro kelio skirtumas, lygus $\frac{\lambda}{2}$. Jie interferuoja, ir interferencinio vaizdo centre matome juodą dėmę.

Tašką M pasirinksime plokštelėje taip, kad $EM=\frac{1}{4}\lambda$. Tada dalis krintančios bangos atsispindės nuo apatinio paviršiaus be pusės bangos nuostolio, kita dalis bangos nueis papildomą kelią $EM+ME=\frac{1}{4}\lambda+\frac{1}{4}\lambda=\frac{1}{2}\lambda$. Be to, susidarys pusės bangos nuostolis dėl atspindžio nuo plokštelės taške M. Todėl optinio kelio sluoksnis bus lygus $\Delta=\frac{1}{2}\lambda+\frac{1}{2}\lambda=\lambda$. Šiuo atveju gauname šviesos sustiprėjimą, t. y. interferencinio vaizdo maksimumą. Kai $EM=\frac{1}{4}\lambda$, gauname pirmąjį šviesų žiedą. Analogiškai samprotaudami, sužinome, kad, esant $EM=\frac{3}{4}\lambda$, $\Delta=2\,\frac{3}{4}\lambda+\frac{1}{2}\lambda=2\lambda$, o tai atitinka antrąjį šviesų žiedą ir t. t. Kai $EM=(2m-1)\frac{\lambda}{4}$ (čia $m=1, 2, 3, \ldots$), gauname:

$$\Delta=2(2m-1)\frac{\lambda}{4}+\frac{1}{2}\lambda=2m\frac{1}{2}\lambda-\frac{1}{2}\lambda+\frac{1}{2}\lambda=m\lambda=2m\,\frac{\lambda}{2}.$$

Tai atitinka m-tąjį šviesų žiedą.

Iš paveikslo matyti, kad $r_m^2=CD\cdot CB=EM(2R-EM)$. $EM\ll 2R$, todėl $r_m=\sqrt{2R\cdot EM}$. Gavus m-tąjį šviesų žiedą, $EM=(2m-1)\frac{\lambda}{4}$. Tada

$$r_m=\sqrt{\frac{(2m-1)\lambda R}{2}}.$$

Tamsaus m-tojo žiedo

$$r_m=\sqrt{m\lambda R}=\sqrt{2mR\frac{\lambda}{2}}.$$

Abi formules galime sujungti:

$$r_k=\sqrt{\frac{k\lambda R}{2}}; \qquad (1)$$

$k=2m$ yra lyginis skaičius, kai gaunami tamsūs žiedai, $k=(2m-1)$ — nelyginis, kai šviesūs žiedai.

Žinant (1) formulę, atsakymą galima gauti iš karto.

2. Monochromatinis natrio šviesos spindulys, kurio virpesių dažnis $\nu=5\cdot10^{14}$ s^{-1}, pereina iš tuštumos į stiklą. Pastarojo lūžio rodiklis $n=1{,}5$. Raskite natrio lempos šviesos bangos ilgį ir perėjusios iš tuštumos į stiklą šviesos bangos ilgio pokytį.

Sprendimas. Bangos ilgis vakuume susijęs su dažniu pagal šią formulę:

$$\lambda=\frac{c}{\nu}; \qquad (1)$$

čia c — šviesos greitis vakuume.

Stikle

$$\lambda_1=\frac{v}{\nu}; \qquad (2)$$

čia v — šviesos greitis stikle.

$$v=\frac{c}{n}. \qquad (3)$$

Iš (1), (2), (3) randame

$$\lambda_1-\lambda=\frac{c}{\nu n}-\frac{c}{\nu}=\frac{c}{\nu}\left(\frac{1}{n}-1\right).$$

Iš (1) lygybės randame $\lambda=600$ nm, $\Delta\lambda=\lambda_1-\lambda=200$ nm.

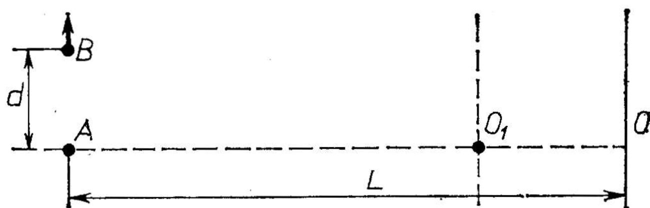
Perėjusi iš tuštumos į stiklą, šviesos banga sutrumpės 200 nm.

● Uždaviniai

5.5.1. Aprašykite, kaip atrodys baltas, raudonas, geltonas, žalias ir mėlynas popierius, apšviestas geltona natrio lempos šviesa. Paaiškinkite šį reiškinį.

5.5.2. Muilo plėvelė, būdama vertikalioje padėtyje, nutekėjus skysčiui, sudaro kylį. Stebėdami žalioje gyvsidabrio lempos atspindžio šviesoje ($\lambda=5461$ Å) interferencinį vaizdą, sužinome, kad atstumas tarp penkių juostų $l=2$ cm. Šviesa krinta statmenai plėvelei. Muilino vandens lūžio rodiklis $n=1{,}33$. Raskite kylio kampą.

5.5.3. Įrenginys Niutono žiedams gauti apšviečiamas balta šviesa, krintančia statmenai. Raskite: 1) ketvirto mėlyno žiedo ($\lambda_1=4\cdot10^{-5}$ cm) spindulį; 2) trečio raudono žiedo ($\lambda_2=6{,}3\cdot10^{-5}$ cm) spindulį. Lęšio kreivumo spindulys 5 m.



160 pav.

5.5.4. Mažiausias Rentgeno spindulių bangos ilgis gaunamas Rentgeno vamzdžiu ir, kai įtampa lygi U, apskaičiuojamas pagal formulę $\lambda_0=\frac{A}{U}$; čia A — pastovus dydis, priklausąs nuo vienetų parinkimo. Raskite A, matuodami λ angstremais, o U kilovoltais.

5.5.5. Nuo monochromatinio šviesos šaltinio A tolinamas monochromatinis šviesos šaltinis B (abu šaltiniai koherentiniai ir sinfaziniai), kol taške O, kuriame stebima interfefencija, gaunamas patamsėjimas (160 pav.). Atstumas tarp A ir B šiuo atveju yra $d=2$ mm. Atstumas tarp šviesos šaltinio ir ekrano $L=9$ m. Kiek reikia priartinti prie šaltinio A ekraną, kad patamsėjimas gautųsi taške O_1?

5.5.6. Kaip paaiškinti spalvotą atspindį nuo patefono plokštelės?

5.5.7. Difrakcinės gardelės 1 cm yra 4000 rėžių. Kiek nepersiklojančių spektrų galima gauti šia gardele, jei krintančios bangos ilgis yra tarp 4000 Å ir 7000 Å?

5.5.8. Kaip pakis difrakcinis spektras, jei difrakcinę gardelę, kurios konstanta 0,02 cm, pakeisime gardele, kurios konstanta 0,01 mm?

5.5.9. Raudonųjų spindulių bangos ilgis vandenyje lygus žaliųjų spindulių ilgiui ore. Vanduo nušviestas raudona šviesa. Kokią spalvą matys žmogus, pasinėręs į vandenį?

5.5.10. Vanduo apšviečiamas monochromatine žalia šviesa, kurios bangos ilgis $5\cdot10^{-5}$ cm. Koks bus bangos ilgis vandenyje? Kokios spalvos šviesą matys žmogus, atmerkęs akis vandenyje?

5.5.11. Tarybinis mokslininkas Čerenkovas nustatė, kad elektronas, judėdamas kokioje nors aplinkoje greičiu, didesniu kaip šviesos greitis toje aplinkoje, spinduliuoja šviesą (Čerenkovo efektas). Kokiu mažiausiu greičiu judėdamas elektronas pradės spinduliuoti aplinkoje, kurios lūžio rodiklis $n=1{,}5$?

5.5.12. Įrenginyje Niutono žiedams stebėti tarpas tarp lęšio ir plokštelės užpildomas skysčiu. Stebima praėjusioje šviesoje. Lęšio kreivumo spindulys 10 m. Šviesos bangos ilgis $5{,}89\cdot10^{-3}$ cm. Raskite skysčio lūžio rodiklį, jei trečio šviesaus žiedo spindulys lygus 3,64 mm.

5.6. ŠVIESOS KVANTŲ SAVYBĖS

Šviesos spinduliavimas yra susijęs su elektronų šuoliais iš vienos orbitos į kitą. Iš vienos orbitos į kitą peršokančio elektrono energija kinta.

Pagal kvantų teoriją šviesa spinduliuojama apibrėžto dydžio porcijomis — fotonais (šviesos kvantais). Fotono energija priklauso nuo šviesos dažnio ν:

$$\varepsilon = h\nu; \qquad (1)$$

čia h — vadinamoji Planko konstanta: $h=6{,}62\cdot10^{-34}$ Js.

Kvantų savybėmis paaiškinamas fotoefektas. A. Einšteinas įrodė, kad, šviesai krintant į metalų paviršių, iš metalo išmušami elektronai. Krintančiai šviesai tenka išlaisvinti elektroną iš metalo ir suteikti jam tam tikrą greitį. Fotono energija $h\nu$ eikvojama elektrono išlaisvinimo darbui A ir išlaisvinto elektrono kinetinei energijai:

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2}; \qquad (2)$$

čia m — elektrono masė, v — jo greitis. Jei fotono energija $h\nu = A$, tai elektronas išsilaisvins, bet kinetinės energijos neturės. Dažnis, atitinkąs šią fotono energiją, vadinamas **raudonąja riba**. Dažniausiai ji išreiškiama bangos ilgiu. Apšviečiant metalą šviesa, kurios bangos ilgis didesnis už raudonosios ribos ilgį, fotoefekto nebus.

Su kvantinėmis bangos savybėmis susijusios ir radiometrinės jėgos. Šviesa, krisdama į paviršių, jį slegia. Šviesos slėgis išreiškiamas lygybe

$$p = \frac{E}{c}(1+r); \qquad (3)$$

čia E — energijos kiekis, kuris per 1 s krinta į paviršiaus ploto vienetą, c — šviesos greitis, r — atspindžio koeficientas.

Fotonui būdinga tam tikra masė:

$$m = \frac{h\nu}{c^2}. \qquad (4)$$

Ši formulė gaunama iš Einšteino formulės, susiejančios kūno energiją ir jo masę:

$$E = mc^2. \qquad (5)$$

Šiame skyriuje sprendžiami uždaviniai, susiję su fotoefektu. Dažniausiai tenka nustatyti įvairius dydžius, esančius (2) formulėje.

Kita dalis uždavinių skirta (5) formulės panaudojimui. Šiam uždavinių tipui priklauso ir uždaviniai, kuriuose tenka rasti spinduliuojamų fotonų skaičių, jų energiją, impulsą.

▲ Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Sidabro plokštelė apšviečiama šviesa, kurios bangos ilgis 1500 Å. Kam lygus išmušto elektrono greitis, jei sidabro raudonoji riba 2600 Å?

Sprendimas. Taikome (2) formulę. $A=h\nu_0$ — elektrono išlaisvinimo darbas. Kadangi $\nu=\frac{c}{\lambda}$ ir $\nu_0=\frac{c}{\lambda_0}$, tai

$$h\frac{c}{\lambda}=h\frac{c}{\lambda_0}+\frac{mv^2}{2}.$$ Iš čia

$$v=\sqrt{\frac{2hc}{m}\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_0}\right)},$$

$$v=\sqrt{\frac{2\cdot 6{,}62\cdot 10^{-34}\ \text{Js}\cdot 3\cdot 10^8\ \text{m/s}}{9{,}1\cdot 10^{-31}\ \text{kg}}\cdot\left(\frac{1}{15\cdot 10^{-8}\ \text{m}}-\frac{1}{26\cdot 10^{-8}\ \text{m}}\right)},$$

$$v=1{,}11\cdot 10^6\ \text{m/s}.$$

2. Rusų mokslininkas P. Lebedevas nustatė, kad šviesa, krisdama į paviršių, jį slegia. Kokia jėga Saulės šviesa slėgtų Žemę, jei Žemė absorbuotų visą į ją krintančią šviesą? Saulės spinduliai kas minutę į 1 m² Žemės paviršiaus atneša $8{,}1\cdot 10^4$ J energijos.

Sprendimas. Į Žemę patenka visas šviesos energijos srautas, einąs nuo Saulės erdviniu kampu, besiremiančiu į diską, lygų Žemės rutulio skerspjūviui.

$$E_0=\pi R^2\cdot\frac{8{,}1\cdot 10^4}{60}\ \frac{\text{J}}{\text{m}^2\text{s}}.$$

Pritaikę (3) formulę, turime:

$$F=Sp=\frac{E_0}{c}S=\frac{\pi R^2\cdot 8{,}1\cdot 10^4\ \text{J}}{c\ 60\ \text{sm}^2}=\frac{\pi(6300\cdot 10^3\ \text{m})^2}{3\cdot 10^8\ \text{m/s}}\cdot\frac{8{,}1\cdot 10^4\ \text{J}}{60\ \text{m}^2\text{s}}.$$

$$F=5{,}6\cdot 10^8\ \text{N}.$$

● Uždaviniai

5.6.1. Fotonas praskriejo iš taško A į tašką B vertikaliai žemyn pastoviame gravitacijos lauke, kuriame laisvojo kritimo pagreitis g. Atstumas tarp A ir B lygus H. Fotono dažnis taške A buvo ν. Raskite jo dažnį ν' taške B. (XXIX respublikinė olimpiada, 1981.)

5.6.2. Raudonųjų spindulių bangos ilgis 700 nm, gama spindulių bangos ilgis 10^{-3} nm. Raskite fotonų energiją, masę ir judesio kiekį. Kiek kartų gama spindulių fotono energija didesnė už raudonųjų spindulių energiją?

5.6.3. Metalo paviršius apšviečiamas šviesa, kurios bangos ilgis $\lambda=2790$ Å. Esant tam tikrai stabdymo įtampai, fotosrovė pasidaro lygi nuliui. Pakeitus šviesos bangos ilgį 340 Å, stabdymo įtampą tenka padidinti 0,6 V. Raskite elektrono krūvį. (XXVIII respublikinė olimpiada, 1980.)

5.6.4. Šviesos bangos ilgis $\lambda=5200$ Å. Kokiu greičiu turi judėti elektronas, kad jo kinetinė energija būtų lygi šviesos fotono energijai?

5.6.5. Šviesos greitis stikle v, ore $c>v$. Ar padidės perėjusio iš stiklo į orą fotono energija?

5.6.6. Raskite žvaigždės medžiagos tankį, jei jos skersmuo lygus Saulės skersmeniui ($2R=1\,400\,000$ km) ir jei spindulys, išėjęs iš taško A lygiagrečiai žvaigždės paviršiui, apskries ją ir vėl grįš į tašką A. Lūžio rodiklį žvaigždės aplinkoje laikykite lygiu 1.

5.6.7. Stoletovo bandyme įelektrinta cinko plokštelė buvo apšviečiama elektros lanko šviesa. Iki kokio potencialo reikia įelektrinti cinko plokštelę, apšviečiamą 324 nm bangos ilgio šviesa? Elektrono išlaisvinimo iš cinko darbas 3,74 eV.

5.6.8. Raskite absoliutinį lūžio rodiklį n aplinkos, kurioje šviesos bangos ilgis $\lambda=3\cdot10^{-5}$ cm, o fotono energija $\varepsilon=4,4\cdot10^{-19}$ J.

5.6.9. Kalno viršūnėje yra 500 W elektros lemputė. Visą energiją lemputė išspinduliuoja į visas puses banga, kurios vidutinis ilgis 900 nm. Apskaičiuokite skaičių fotonų, kas sekundę patenkančių į kiekvieną kvadratinį centimetrą paviršiaus, esančio už 20 km nuo lemputės.

5.6.10. Elektronui išmušti iš cezio paviršiaus reikia 1,97 eV energijos. Kokiu greičiu judės iš cezio išlaisvintas elektronas ir kokia bus jo kinetinė energija, jei metalas apšviečiamas geltona 580 nm bangos ilgio šviesa?

5.7. RELIATYVUMO TEORIJOS ELEMENTAI

Pagrindinis reliatyvumo teorijos teiginys rodo, kad kūnų matmenys, jų masė ir net laikas judančioje sistemoje priklauso nuo sistemos judėjimo greičio.

Greičiu v judančio kūno ilgis

$$l'=l_0\sqrt{1-\beta^2}; \qquad (1)$$

čia $\beta=\frac{v}{c}$, c — šviesos greitis, l_0 — kūno ilgis nejudančioje sistemoje.

Laiko tarpas $\Delta t'$ greičiu v judančioje sistemoje susijęs su laiko tarpu Δt_0 sistemoje, kuri stebėtojo atžvilgiu nejuda, šia lygtimi:

$$\Delta t'=\frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (2)$$

Masės priklausomybė nuo greičio išreiškiama lygybe

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}; \qquad (3)$$

čia m_0 — kūno rimties masė.

Kūno kinetinė energija reliatyvumo teorijoje išreiškiama lygybe

$$E_k = m_0 c^2 \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (4)$$

Su sistemos masės pakitimu yra susijęs energijos pakitimas:

$$\Delta E = c^2 \Delta m. \quad (5)$$

Ši formulė tapati formulei $E = mc^2$.

Kadangi $\Delta m = m - m_0 = m_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right)$, tai iš (5) formulės turime:

$$\Delta E = c^2 m_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right).$$

Uždaviniai yra nesudėtingi. Dažniausiai jie sprendžiami, taikant (1)—(5) formulę.

▲ Uždavinio sprendimo pavyzdys

Reliatyvusis masės padidėjimas turi būti ne didesnis kaip 5%. Iki kokios energijos galima pagreitinti dalelę ciklotrone? Uždavinį išspręskite, imdami: 1) elektroną; 2) protoną.

Sprendimas. Turime

$$E_k = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) = c^2 \left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0 \right) = c^2 (m - m_0).$$

Iš čia

$$\frac{E_k}{m_0} = \frac{c^2 (m - m_0)}{m_0}.$$

Pažymėję $\frac{m - m_0}{m_0} = k$, gausime $E_k = m_0 c^2 k$. Iš sąlygos $k = 0{,}05$. Tada elektrono $E_k = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg $\cdot (3 \cdot 10^8$ m/s$)^2 \cdot 0{,}05 = 4{,}1 \times 10^{-15}$ J $= 2{,}56 \cdot 10^{-2}$ MeV.

Protono $E_k = 1{,}672 \cdot 10^{-27}$ kg $\cdot (3 \cdot 10^8$ m/s$)^2 \cdot 0{,}05 = 7{,}52 \times 10^{-12}$ J $= 4{,}7$ MeV.

● Uždaviniai

5.7.1. Iš žvaigždės, kurios masė $M = 2 \cdot 10^{32}$ kg ir spindulys $R = 5 \cdot 10^8$ m, paviršiaus išspinduliuojama $\lambda_0 = 5000$ Å ilgio šviesos banga. Raskite šios šviesos bangos ilgį, kai ji pasiekia Žemę.

5.7.2. Kokį greitį atitinka reliatyvusis kūno sutrumpėjimas, lygus 25%?

5.7.3. Kosminis laivas skrieja į artimiausią žvaigždę $v = 1000$ km/s greičiu. Pasiekęs žvaigždę, laivas pasuka atgal. Kiek bus atsilikęs laivo laikrodis nuo Žemėje esančių laikrodžių, kai laivas sugrįš į Žemę, jei atstumas nuo Žemės iki artimiausios žvaigždės $s = 4{,}3$ šviesmečio?

5.7.4. Judančio kūno matmenys nekinta. Kokį greitį reikia suteikti kūnui, kad jo tankis padidėtų 10%?

5.7.5. Ežere yra 10 milijonų kubinių metrų vandens. Keliais gramais padidėja ežero masė, kai vanduo sušyla 5°C?

6. ATOMO IR ATOMO BRANDUOLIO FIZIKA

Pagal pirmąjį Boro postulatą atomo sistema gali būti tik tam tikros stacionarinės būsenos, kurių kiekvieną atitinka tam tikra energija E_n. Stacionarinės būsenos atomas nespinduliuoja. Antrasis postulatas teigia, kad šviesa spinduliuojama, atomui pereinant iš vienos stacionarinės būsenos į kitą. Išspinduliuoto fotono energija lygi stacionarinių būsenų energijų skirtumui:

$$h\nu_{ln} = E_l - E_n. \tag{1}$$

Vandenilio atomo pilnutinė energija *SI* vienetų sistemoje

$$E = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}; \tag{2}$$

čia r — elektrono atstumas nuo branduolio.

Šis atstumas kvantinis ir lygus

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 n^2 h^2}{\pi m e^2}; \tag{3}$$

čia $n = 1, 2, 3, \ldots$.

Žinodami, kad $\nu_{ln} = \frac{c}{\lambda_{ln}}$ (čia c — šviesos greitis, λ_{ln} — bangos ilgis), iš (1)—(3) turime:

$$\nu_{ln} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{l^2}\right), \text{ arba} \tag{4}$$

$$\frac{1}{\lambda_{ln}} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{l^2}\right). \tag{5}$$

$$R = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} \tag{6}$$

yra Rydbergo konstanta, kuri, imant vandenilio atomą, lygi $1{,}1 \cdot 10^7$ m^{-1}. Iš (5) ir (6) gauname:

$$\frac{1}{\lambda_{ln}} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{l^2}\right). \tag{7}$$

Atomo branduolio radioaktyvaus skilimo dėsnis išreiškiamas lygtimi

$$N=N_0\cdot 2^{-\frac{t}{T}}; \qquad (8)$$

čia N_0 — pradinis radioaktyviųjų atomų skaičius, T — pusamžis, t — laikas.

Masės defektas, atitinkantis branduolio ryšio energiją, išreiškiamas lygybe

$$\Delta m=Zm_p+Nm_n-M_b; \qquad (9)$$

čia Z — protonų skaičius, N — neutronų skaičius, m_p — protono masė, m_n — neutrono masė, M_b — branduolio rimties masė.

Išreiškę m_p, m_n ir M_b santykine atomine mase, iš (9) lygybės gauname:

$$\Delta m=(ZA_p+NA_n-A_r)m_0; \qquad (10)$$

čia A_p — protono santykinė atominė masė, A_n — neutrono, A_r — atomo branduolio, o m_0 yra santykinės atominės masės vieneto masė, kuri lygi $m_0=1{,}66\cdot 10^{-27}$ kg.

▲ Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1. Raskite linijinį greitį, kuriuo trečiąja Boro orbita juda vandenilio atomo elektronas.

S p r e n d i m a s. Elektroną veikianti Kulono jėga suteikia įcentrinį pagreitį, todėl

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{mv^2}{r}. \qquad (1)$$

Iš čia

$$v^2=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 rm}. \qquad (2)$$

Boro n-tosios orbitos spindulys lygus

$$r_n=\frac{\varepsilon_0 n^2h^2}{\pi me^2}. \qquad (3)$$

Įrašę (3) į (2), turime:

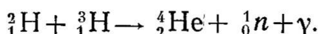
$$v=\frac{e^2}{2\varepsilon_0 nh};$$

$$v=\frac{(1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{C})^2}{2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\ \text{F/m}\cdot 3\cdot 6{,}625\cdot 10^{-34}\ \text{Js}}=$$

$$=7{,}27\cdot 10^5\frac{\text{C}^2\cdot\text{m}\cdot\text{V}}{\text{C}\cdot\text{J}\cdot\text{s}}=7{,}27\cdot 10^5\ \text{m/s}=727\ \text{km/s}.$$

2. Susijungiant deuteriui su tričiu, gali įvykti termobranduolinė reakcija ir susidaryti helio. Koks energijos kiekis E išsiskiria, susidarant $m=10$ g helio?

S p r e n d i m a s. Vyksta tokia branduolinė reakcija:



$$^2_1H+{}^3_1H\rightarrow{}^4_2He+{}^1_0n+\gamma.$$

Masės defektas lygus

$$\Delta m=(A_r+A'_r-A''_r-A_n)m_0;$$

čia deuterio santykinė atominė masė $A_r=2{,}01471$, tričio $A'_r=$ $=3{,}01700$, helio $A''_r=4{,}00390$, neutrono $A_n=1{,}00897$. Susidarant vienam helio atomui, išsiskiria energijos

$$\Delta E=(A_r+A'_r-A''_r-A_n)m_0c^2. \qquad (1)$$

Susidariusių helio atomų skaičius

$$N=\frac{m}{M}N_A; \qquad (2)$$

čia $M=0{,}004$ kg/mol, N_A — Avogadro skaičius. Visa išsiskyrusi energija

$$E=\Delta EN. \qquad (3)$$

Iš (1)—(3) lygčių

$$E=\frac{mm_0c^2N_A}{M}(A_r+A'_r-A''_r-A_n);$$

$$E=\frac{10^{-2}\ \text{kg}\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}\ \text{kg}(3\cdot 10^8\ \text{m/s})^2\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}}{0{,}004\ \text{kg/mol}}\times$$

$$\times(2{,}01471+3{,}01700-4{,}00390-1{,}00897)=4{,}23\cdot 10^{12}\ \text{J}.$$

● Uždaviniai

6.1.1. Rezerfordas pastebėjo, kad alfa dalelė, turinti energiją $E=5$ MeV, po centrinio smūgio su vario branduoliu atšoka su energija $E_1=3{,}9$ MeV. Raskite vario branduolio ir alfa dalelės masių santykį.

6.1.2. Elektronas juda pirmąja vandenilio atomo Boro orbita, kurios spindulys $r=53$ pm. Kiek kartų elektrono linijinis greitis v didesnis už garso greitį ore v_0 normaliomis sąlygomis?

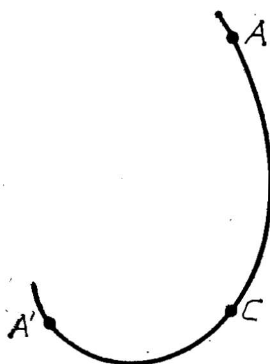
6.1.3. Kokio ilgio banga išspinduliuojama, vandenilio atomo elektronui peršokus iš ketvirtosios Boro orbitos į antrąją? Kokiai spektro daliai priklauso ši banga? Kokios energijos kvantą išspinduliuoja vandenilio atomas?

6.1.4. 161 paveiksle pavaizduoti vandenilio atomo energijos lygmenys. Kiek kartų vandenilio atomo išspinduliuojamos ilgiausios ultravioletinės bangos kvantas didesnis už išspinduliuojamos trumpiausios regimosios šviesos bangos kvantą? Iš paveikslo duomenų apskaičiuokite Planko konstantą h.

6.1.5. Kokiu greičiu v išlėkė iš vandenilio atomo antrojo lygmens kvanto $E=6{,}23$ eV išmuštas elektronas? (Žr. 161 pav.)

6.1.6. Kišeninis jonizacinis dozimetras yra miniatiūrinė (panaši į plunksnakotį) $C=2$ pF talpos jonizacijos kamera, įkrauta

161 pav.



162 pav.

iki $\varphi_1 = 150$ V potencialo. Rentgeno arba gama spindulių įtakoje potencialas sumažėja iki $\varphi_2 = 110$ V. Oro tūris dozimetro kameroje $V = 1$ cm^3. Kiek sumažėja dozimetro elektros krūvis? Nustatykite spindulių dozę.

6.1.7. Apskaičiuokite tričio ($^3_1$H) branduolio ryšio energiją. Santykinės atominės masės vieneto masė $m_0 = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg.

6.1.8. 162 paveiksle parodytos dalelių trekų Vilsono kameroje nuotraukos. Dujų atomų branduoliai suskilo, paveikti greitųjų neutronų. Kamera buvo pripildyta vandenilio (H_2), alkoholio (C_2H_5OH) ir vandens (H_2O) garų mišinio ir patalpinta į magnetinį lauką, kurio indukcija

$B=1,3$ T. Vektorius $\vec{B}$ statmenas paveikslo plokštumai. Nustatykite taške A atsiradusio protono energiją. Protono trajektorija — kreivė AA'. Kodėl kinta protono trajektorijos kreivumas? Raskite protono energiją taške C.

6.1.9. Neutronų srautui praėjus pro 1 mm storio kadmio plokštelę, dalelių skaičius sumažėja $\alpha=15\%=0,15$, o greitis nepasikeičia. Kuri neutronų srauto dalis praeis pro kadmio plokštelę, kurios storis $n=10$ mm?

6.1.10. Atominės baterijos elementą sudaro kondensatorius, kurio viena plokštė padengta radioaktyviuoju preparatu. Šis spinduliuoja α daleles, kurių greitis $v_0=2,2\cdot10^6$ m/s. Raskite šio elemento evj. α dalelės krūvio ir masės santykis $k=4,8\cdot10^7$ C/kg.

7. EKSPERIMENTINIAI UŽDAVINIAI

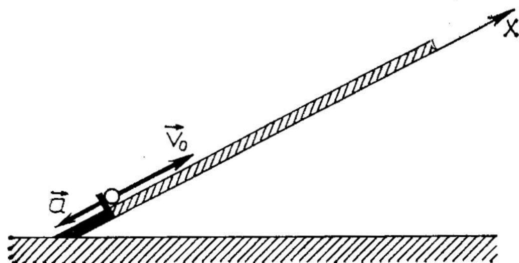
1. Matuojant fizikinius dydžius, daromos paklaidos dėl prietaisų ir matavimo netikslumo. Todėl fizikiniai dydžiai matuojami kelis (geriausiai penkis) kartus ir randamas vidurkis. Po to nustatoma kiekvieno matavimo nukrypimo nuo vidurkio absoliutinė vertė. Tiesioginio matavimo vidutinė absoliutinė paklaida randama kaip vidutinis aritmetinis nukrypimas nuo vidurkio.

Kai matuojama netiesiogiai, ieškomasis fizikinis dydis apskaičiuojamas pagal formulę, kurioje yra tiesiogiai išmatuoti dydžiai. Čia paklaida nustatoma kitaip. Naudojami du netiesioginio matavimo paklaidų radimo būdai: 1) ribų metodas, kai netiesiogiai matuojamo dydžio viršutinės ir apatinės ribos skirtumo pusė lygi absoliutinei matavimo paklaidai (žr. 7.4.1 uždavinį); 2) paklaidų skaičiavimo formulės * (žr. 7.4.3 ir 7.4.4 uždavinį).

2. Jeigu tenka matuoti dydžius, kurie periodiškai kartojasi, reikia išmatuoti jų sumą ir ją padalyti iš dėmenų skaičiaus. Taip gana tiksliai randamas vidutinis ieškomasis dydis. Pavyzdžiui, matuojant svyruoklės svyravimo periodą, reikia išmatuoti laiką, per kurį įvyksta 100 svyravimų ir rasti vieno svyravimo trukmę. Matuojant lašinamo iš pipetės lašo masę, reikia išmatuoti 30—50 lašų masę, po to rasti vieno lašo masę. Matuojant plonos vielos skersmenį liniuote, pieštukas apsukamas keliasdešimčia viena prie

---

* 1. Fizikos praktikumas vidurinėje mokykloje /Orig. red. A. Pokrovskis. — K., 1968.
2. Фетисов В. А. Учет погрешностей в лабораторных работах. — Физика в школе, 1984, № 2, с. 36.



163 pav.

kitos prigludusių vijų ir, liniuote išmatavus jų skersmenų sumos ilgį, randamas vielos skersmuo.

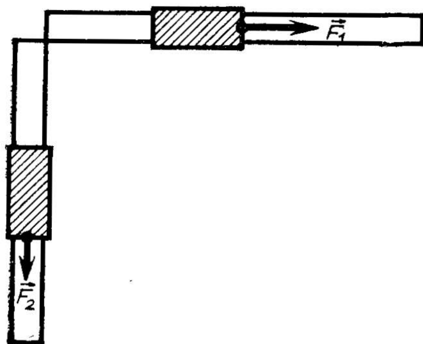
3. Sprendžiant eksperimentinius mechanikos uždavinius, ypač gerai reikia suprasti masės centro sąvoką. Masės centru laikome tašką, kuriame sukoncentruota visa kūno masė. Todėl, matuojant atstumą iki kūno, reikia matuoti iki jo masės centro.

4. Matuojant srovę arba įtampą elektriniais matavimo prietaisais, reikia pasiekti, kad rodyklė būtų smarkiai nukrypusi nuo nulinės padėties. Tada sumažėja santykinė paklaida ir padidėja matavimo tikslumas.

7.1. MECHANIKA

7.1.1. Suteikus metaliniam rutuliukui jėgos impulsą, jis rieda nuožulniu loveliu į viršų ir grįžta atgal (163 pav.). Nubraižykite koordinatės ir kelio priklausomybės per visą judėjimo laiką grafiką. Iš grafiko raskite koordinatę ir nueitąjį kelią, prasidėjus paskutinei sekundei nuo judėjimo pradžios.

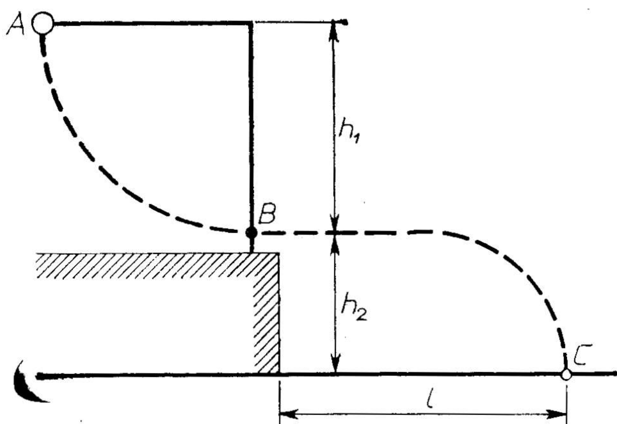
Priemonės: metalinis 1,5—2 m ilgio lovelis su gale įtaisyta spyruokle, prie lovelio krašto pritvirtinta liniuotė, sekundometras, milimetrinis popierius.



164 pav.

7.1.2. Du prietaisai Niutono dėsniams tikrinti sustatyti taip, kaip parodyta 164 paveiksle (vaizdas iš viršaus). Vežimėlius veikiančios jėgos $\vec{F}_1$ ir $\vec{F}_2$ yra skirtingos. Sužinokite, kaip grafiškai atstumas tarp vežimėlių priklauso nuo laiko. Tai patikrinkite eksperimentu su turimomis priemonėmis.

Priemonės: du prietaisai Niutono dėsniams tikrinti,



165 pav.

siūlas, svarsčių rinkinys, sekundometras, liniuotė, milimetrinis popierius.

7.1.3. Apskaičiuokite trinties tarp medžio ir metalo koeficientą, kai medinis tašelis yra padėtas ant besisukančio disko.

P r i e m o n ė s: išcentrinė mašina, diskas, medinis tašelis, liniuotė, svarstyklės, svarsčiai, sekundometras.

Gautą rezultatą patikrinkite kitu metodu. Prietaisus pasirinkite patys.

7.1.4. Svarstyklės su nevienodo ilgio pečiais yra pusiausviros (pečių ilgis nežinomas). Šiomis svarstyklėmis nustatykite sveriamo tašelio masę.

P r i e m o n ė s: svarstyklės su nevienodo ilgio pečiais, svarsčių rinkinys, sveriamas kūnas (tašelis).

7.1.5. Nustatykite lentos sunkį vienu svarsčiu.

P r i e m o n ė s: liniuotė, žinomo sunkio svarstis.

7.1.6. Stačiakampis tašelis, kurio aukštis daug didesnis už ilgį ir plotį, stovi ant horizontalaus paviršiaus. Nustatykite trinties tarp tašelio ir paviršiaus koeficientą.

P r i e m o n ė s: stačiakampis tašelis, siūlas, liniuotė.

7.1.7. Ant siūlo kabantis rutuliukas atitraukiamas iš pusiausvyros padėties (165 pav.) ir leidžiama jam kristi. Rutuliukui pasiekus pirmykštę pusiausvyros padėtį, siūlas perpjaunamas specialiai įtaisytu peiliuku. Teoriškai apskaičiuokite ir praktiškai patikrinkite, kokį atstumą l nulėks rutuliukas.

Be prietaisų, pavaizduotų paveiksle, galite naudotis liniuote.

7.1.8. Nustatykite skrysčių naudingumo koeficientą. Priemones pasirinkite patys.

7.1.9. Nustatykite medžio, iš kurio padarytas tašelis, tankį.

P r i e m o n ė s: indas su vandeniu, liniuotė, medinis tašelis.

7.1.10. Nustatykite, kokio dydžio jėga F_p trukdo vandens lašui alyvoje kristi žemyn. Paaiškinkite, kokia yra šios jėgos kilmė.

Priemonės: alyvos pripiltas stiklinis cilindrinis indas, pipetė, svarstyklės, du indeliai — vienas su vandeniu, antras tuščias, trys guminės juostelės, kurias galima užmauti ant cilindrinio indo, liniuotė, sekundometras.

7.1.11. Indo su skysčiu šone yra skylutė. Nustatykite tekančio pro skylutę skysčio greitį dviem būdais.

Priemonės: indas su vandeniu (indo šone užkimšta skylutė), platus indas (kiuvetė), stiklinė, liniuotė, sugeriamasis popierius.

7.1.12. Apskaičiuokite, kokį reikia pakabinti ant spyruoklės pasvarą, kad jis svyruotų tuo pačiu dažniu, kaip matematinė svyruoklė.

Priemonės: matematinė svyruoklė, stove įtvirtinta spyruoklė, liniuotė, svarsčių rinkinys.

7.1.13. Virpantis kamertonas su pritvirtinta adatėle traukiamas ranka aprūkyto stiklo paviršiumi. Nustatykite kamertono vidutinį judėjimo greitį.

Priemonės: žinomo dažnio kamertonas, aprūkyto stiklo plokštelė, liniuotė.

7.2. ŠILUMINIAI REIŠKINIAI. MOLEKULINĖ FIZIKA

7.2.1. Išmatuokite atmosferos slėgį siauru stikliniu vamzdeliu, kuriame yra gyvsidabrio stulpelis. Vienas vamzdelio galas užlydytas.

Priemonės: siauras stiklinis vamzdelis su gyvsidabrio stulpeliu, liniuotė.

7.2.2. Nustatykite vamzdelyje esančių dujų slėgį.

Priemonės: stiklinis abiem uždarais galais vamzdelis su gyvsidabrio stulpeliu jame, liniuotė, platus indas (kiuvetė).

7.2.3. Nustatykite pripūstos futbolo kameros oro slėgį.

Priemonės: futbolo kamera, svarstyklės, svarsčiai, siūlas, liniuotė, pompa, barometras atmosferos slėgiui nustatyti.

7.2.4. Kolba užkimšta guminiu kamščiu, kuris pervertas stikliniu vamzdeliu. Nustatykite pakaitinto kolboje oro temperatūrą.

Priemonės: kolba, guminis kamštis su sandariai įtvirtintu vamzdeliu, elektrinė plytelė, termometras, plati menzūra, indas su vandeniu.

7.2.5. Nustatykite eksperimentu šeivinės alyvos molekulės skersmenį ir tūrį.

Priemonės: indas su vandeniu, indas su alyva, svarstyklės, svarsčiai, menzūra, pipetė, liniuotė.

7.2.6. Nustatykite spiritinės lemputės liepsnos temperatūrą.

Priemonės: metalinis kūnas, kalorimetras, termometras, svarstyklės, svarsčiai, indas su vandeniu. Metalinio kūno ir kalorimetro specifinė šiluma c_m ir c_k žinoma.

7.2.7. Apskaičiuokite ir patikrinkite, per kiek laiko galima užvirinti įvairų vandens kiekį inde ant elektrinės plytelės, kai pra-

dinė vandens temperatūra lygi kambario temperatūrai ir kai ji yra 5°C aukštesnė.

P r i e m o n ė s: svarstyklės, svarsčiai, indas su vandeniu, elektrinė plytelė su kaitinamuoju indu, termometras, sekundometras.

7.2.8. Apskaičiuokite ir patikrinkite, kiek reikėtų tirpstančio ledo įvairiems vandens kiekiams atšaldyti iki 12°C ir iki 8°C.

P r i e m o n ė s: svarstyklės, svarsčiai, kalorimetras (jo specifinė šiluma c_k yra žinoma), indas su vandeniu, termometras, ledas.

7.2.9. Raskite kalorimetro indo šiluminę talpą.

P r i e m o n ė s: kalorimetras, termometras, svarstyklės, svarsčiai, indas su vandeniu ir plaukiojančiais jame ledo gabalais, indas su kambario temperatūros vandeniu, sugeriamasis popierius, pincetas.

7.2.10. Apskaičiuokite ir patikrinkite, kiek laiko tektų sugaišti, išgarinant įvairų vandens kiekį.

P r i e m o n ė s: elektrinė plytelė su kaitinimo indu, svarstyklės, svarsčiai, termometras, indas su vandeniu, sekundometras.

7.2.11. Nustatykite spiritinės lemputės, kaitinančios indą su vandeniu, naudingumo koeficientą.

P r i e m o n ė s: svarstyklės, svarsčiai, termometras, indas su vandeniu, spiritinė lemputė su indu, kuriame galima kaitinti vandenį. Alkoholio degimo šiluma $q=3\cdot10^7$ J/kg.

7.2.12. Nustatykite santykinę oro drėgmę.

P r i e m o n ė s: stove įtaisytas blizgantis metalinis indas, termometras, indas su kambario temperatūros vandeniu, indas su sniegu arba ledo gabalėliais, šaukštas, sočiųjų vandens garų slėgio priklausomybės nuo temperatūros lentelė.

7.2.13. Muilo priemaišos vandenyje mažina šio skysčio paviršiaus įtempimo koeficientą. Nustatykite teoriškai ir praktiškai patikrinkite, kiek reikia įdėti muilo į vandenį, kad tirpalo paviršiaus įtempimo koeficientas kambario temperatūroje būtų lygus 0,05 N/m.

P r i e m o n ė s: vanduo, keturios stiklinaitės, stiklinė su padalomis, sugeriamasis popierius, liniuotė, stačiakampis 100 mg muilo gabalėlis.

P a s t a b a. Švaraus vandens paviršiaus įtempimo koeficientas 20° temperatūroje yra lygus 0,073 N/m, o 18°C — 0,074 N/m.

7.3. ELEKTRA

7.3.1. Keturis kondensatorius sujunkite taip, kad, juos įkrovus: a) kiekvieno kondensatoriaus gnybtų įtampa būtų lygi 1,5 V; b) įtampa būtų tokia: 0,8 V; 1,2 V; 2,5 V.

P r i e m o n ė s: 4 kondensatoriai ($C_1=C_2$; $C_3=C_4=2C_1$), sausų elementų baterija (4,5 V), lempinis voltmetras, jungiklis, jungiamieji laidai.

7.3.2. Nustatykite rezistoriaus varžą R.

Priemonės: nežinomos varžos rezistorius, sausų elementų baterija (4,5 V), voltmetras, kurio varža R_V, jungiklis, jungiamieji laidai. Šaltinio vidinės varžos nepaisykite.

7.3.3. Nustatykite baterijos evj ir vidinę varžą.

Priemonės: 4,5 V sausų elementų baterija, dvi varžos $R_1=100\ \Omega$ ir $R_2=200\ \Omega$, miliampermetras iki 50 mA, jungiklis, jungiamieji laidai. Miliampermetro vidinės varžos nepaisykite.

7.3.4. Dviem būdais nustatykite nežinomą varžą.

Priemonės: 4,5 V sausų elementų baterija, žinoma varža R_0, nežinoma varža R_x, voltmetras, jungiklis, jungiamieji laidai.

Voltmetro varža R_V pakankamai didelė ($R_V \gg R_0$), o baterijos varža maža.

7.3.5. Uždaroje dėžutėje yra trys vienodi elementai, kurių gnybtai išvesti į išorę ir nurodytas jų poliškumas. Nustatykite šių elementų vidinę varžą.

Priemonės: ampermetras, varžynas, jungiklis, jungiamieji laidai.

7.3.6. Išmatuokite galvanometro vidinę varžą.

Priemonės: trys varžynai, du jungikliai, baterija, galvanometras, jungiamieji laidai.

7.3.7. Nustatykite kintamosios srovės šaltinio gnybtų įtampą.

Priemonės: elektromagnetinės sistemos ampermetras (tinkamas kintamai ir nuolatinei srovei), magnetoelektrinės sistemos voltmetras, nežinomo induktyvumo ritė be šerdies, slankvaržė, nuolatinės srovės šaltinis.

7.4. OPTIKA

7.4.1. Nustatykite vandens lūžio rodiklį oro atžvilgiu.

Priemonės: plonasienė stiklinė, indas su vandeniu, balto popieriaus lapas, milimetrinio popieriaus juostelė, stalinė lempa, liniuotė, popieriaus lapas.

7.4.2. Atlikite du optikos eksperimentus.

1. Kaip greitai (be matavimų) nustatyti, kurio iš duotųjų lęšių — glaudžiamojo ar sklaidomojo — laužiamoji geba yra didesnė?

2. Nustatykite sklaidomojo lęšio laužiamąją gebą.

Priemonės: du lęšiai (glaudžiamasis ir sklaidomasis), stalinė lempa, liniuotė, popieriaus lapas.

7.4.3. Išmatuokite žvakės liepsnos vertikalaus ašinio pjūvio plotą.

Priemonės: žvakė, milimetrinis popierius, glaudžiamasis lęšis, liniuotė, plokščias pastovėlis, sąvaržėlės, mediniai tašeliai.

7.4.4. Eksperimentais nustatykite, kiek kartų vienos žvakės šviesos stiprumas yra didesnis už kitos.

Priemonės: dvi žvakės, degtukai, liniuotė, balto standaus popieriaus lapas, sąvaržėlės, mediniai tašeliai.

II. SPRENDIMAS IR ATSAKYMAI

I. MECHANIKA

1.1. KINEMATIKA

1.1.1. Uždaviniai gali būti įvairūs. Pasiūlysime keletą.

1) Apibūdinkite kūno judėjimą per laiko tarpą *AD*. Palyginkite pagreičius laikotarpiais *AB* ir *BD*.

2) Raskite per laiko tarpą *AD* kūno nueitą kelią.

3) Kokia jėga veikia *m* masės kūną laikotarpiu *AB* ir *BD*? Palyginkite tų jėgų kryptis.

4) Ar nurodytasis grafikas apibūdina tik tiesiaeigį kūno judėjimą, ar taip pat ir kreivaeigį judėjimą?

1.1.2. $v_{\text{vid}}=\frac{\pi v_0}{4}$.

1.1.3. Skruzdėlės greitis $v=\frac{k}{l}$; čia l — atstumas, k — proporcingumo koeficientas. Todėl mažas laiko tarpas

$$\Delta t=\frac{\Delta l}{v}=\frac{1}{k}\,l\Delta l.$$

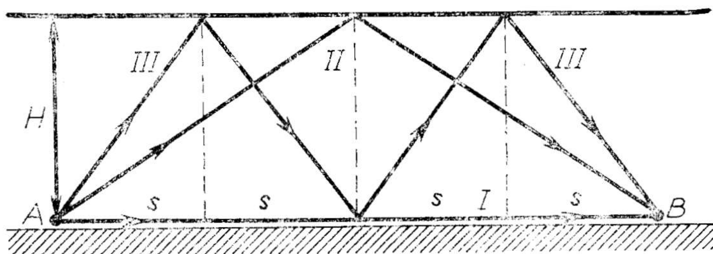
Ieškomasis laikas

$$t=\frac{1}{k}\,l_{\text{vid}}(l_1-l_0).$$

Atstumo vidutinė vertė $l_{\text{vid}}=\frac{l_0+l_1}{2}$, $k=v_0l_0$. Todėl

$$t=\frac{l_1^2-l_0^2}{2v_0l_0}=75\ \text{s}.$$

1.1.4. Iš sprogimo taško *A* hidrofoną, esantį taške *B*, I signalas pasieks tiesia linija, II signalas — vieną kartą atsispindėjęs nuo vandens ir oro ribos, III signalas — du kartus atsispindėjęs



166 pav.

nuo vandens paviršiaus ir vieną kartą nuo dugno (166 pav.). Tuo remiantis, galima parašyti reikalingą lygčių skaičių ir apskaičiuoti atstumą $|AB|=4s=v\dfrac{t_2^2-4t_1^2}{2(4t_1-t_2)}=3{,}75$ km. Galima rasti ir jūros gylį H.

1.1.5. Tarkime, kad stovinčio žmogaus sušlampa tik galva ir pečiai, o einančio arba bėgančio — dar ir priekis. Ieškomasis

$$t_3=\frac{t_1}{1+\dfrac{v_2}{v_1}\left(\dfrac{t_1}{t_2}-1\right)}=0{,}4\ \text{min}.$$

1.1.6. Tam tikru momentu vienas kamuoliukas yra aukščiausiame taške, antras — vienoje, o trečias — kitoje rankoje. $k-1$ kamuoliukų tuo momentu juda aukštyn ir tiek pat kamuoliukų — žemyn. Sakysime, $k=1$. Tada minėtu momentu nebėra aukštyn arba žemyn judančių kamuoliukų ir laikas, per kurį kamuoliukai pasiekia aukščiausią tašką, $t=1\cdot\frac{1}{n}$. Kai $k=2$, $t=2\cdot\frac{1}{n}$, ...

Apskritai $t=\frac{k}{n}$ ir

$$H=\frac{g}{2}\left(\frac{k}{n}\right)^2.$$

1.1.7. Pagal 1.1 skirsnio (1) formulę pirmųjų dviejų kūnų masės centro koordinatė

$$x_c=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{gt^2}{2}.$$

Tai rodo, kad tas masės centras krinta pagreičiu $\vec{g}$. Kadangi keturių horizontaliai mestų kūnų masės centras krinta tokiu pat pagreičiu, tai bendras masės centras taip pat judės vertikaliai žemyn pagreičiu $\vec{g}$.

1.1.8. Atskaitos sistemą susieję su upės vandeniu, lengvai apskaičiuojame $l=2vt=2$ km.

1.1.9. Kol sviedinio greitis v_2 lėktuvo atžvilgiu mažesnis už lėktuvo greitį v_1, atstojamasis sviedinio greitis $\vec{v}=\vec{v}_1+\vec{v}_2$ nukreip-

tas $\vec{v}_1$ kryptimi. Todėl oro srovė pučia į sviedinį iš paskos ir stabilizatoriai jį apsuka.

1.1.10. Remdamiesi greičių sudėtimi, gauname:

$$N=\frac{2n_1n_2}{3n_1-n_2}=100.$$

Eskalatorius juda žemyn.

1.1.11. Brėždami nustatome greičio taške A vektorių $\vec{v}_A$ ir jo projekciją horizontalioje ašyje v_x. Nepaisant oro pasipriešinimo, v_x=const. Ieškomasis $t=\frac{d}{v_x}$. Horizontalų atstumą d tarp taškų A ir B nustatome taip pat brėždami. Norint patikrinti, galima uždavinį spręsti ir kitaip. Remdamiesi tuo, kad v_x=const, ir brėždami, nustatome kūno greitį taške B bei jo projekciją vertikalioje ašyje v_{By}. Tada

$$t=\frac{v_{By}-v_{Ay}}{g_y}.$$

1.1.12. $l=\frac{ud}{2v}$.

1.1.13. Remdamiesi greičių ir spindulių vektorių sudėtimi, sužinome, kad kosmonautai matys tą patį žvaigždžių judėjimo vaizdą.

1.1.14. Į šiaurės vakarus.

1.1.15. $v=\frac{v_1v_2}{\sqrt{v_1^2+v_2^2}}$.

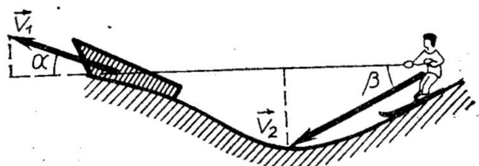
1.1.16. Galimi abu atvejai. Greičių projekcijos virvės kryptyje turi būti lygios: $v_1\cos\alpha=v_2\cos\beta$ (167 pav.).

1.1.17. Nurodytus atstumus pažymėkime raidėmis: $s=400$ m, $d=80$ m. Berniuko reliatyvusis greitis automobilio atžvilgiu turi būti nukreiptas į automobilį. Analizuodami greičių sudėtį, prieiname išvadą, kad ieškomasis greitis $\vec{v}$ turi būti statmenas linijai s. Jo didumas $v=v_1\frac{d}{s}=3$ m/s.

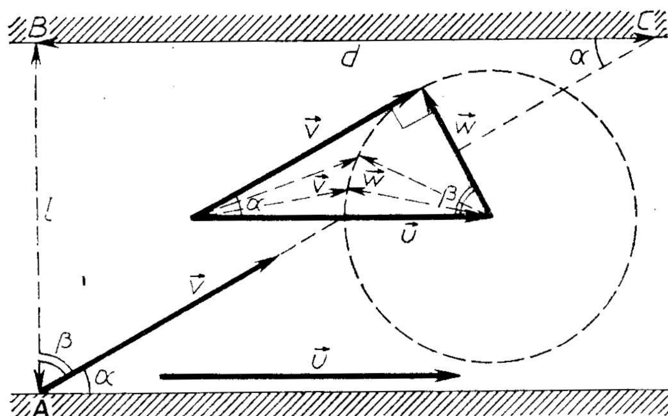
1.1.18. Pažymėkime plaukiko greitį srovės atžvilgiu $\vec{w}$, srovės greitį $\vec{u}$ ir plaukiko greitį kranto atžvilgiu $\vec{v}$. Tada

$$\vec{v}=\vec{u}+\vec{w}.$$

Kadangi plaukiko judėjimas yra tiesiaeigis, tai srovė nuneš mažiausiai tada, kai kampas α bus didžiausias (168 pav.). Imant įvairias galimas $\vec{w}$ kryptis, to vektoriaus galo



167 pav.



168 pav.

taškas brėžia apskritimą. Kampas α yra didžiausias, kai greitis $\vec{v}$ nukreiptas to apskritimo liestine. Tada vektorių $\vec{u}$, $\vec{w}$ ir $\vec{v}$ sudarytas trikampis yra statusis ir didžiausias $\alpha=30^\circ$. Plaukikas turi plaukti prieš srovę $\beta=60^\circ$ kampu kranto atžvilgiu. Tada srovė nuneš atstumu $d=l\,\mathrm{tg}\,\beta=173$ m.

1.1.19. Tarkime, kad, atsiskirdamas nuo rankos, akmenukas nurieda pirštu kampiniu greičiu $\omega\leqslant\frac{v_0}{r}$; čia v_0 — pradinis akmenuko greitis, r — spindulys. $v_0=\sqrt{l_{max}g}$; čia $l_{max}=50$ m. Ieškomasis $\omega_{max}=\frac{2\sqrt{l_{max}g}}{d}=1100\ \mathrm{s}^{-1}$ $(d=4$ cm).

1.1.20. Per vieną veleno apsisukimą vidutiniškai užvyniojama

$$s=\frac{\pi(d_1+d_2)}{2}\ \text{audinio.}$$

$$\nu=\frac{l}{s\cdot 60}\ \mathrm{s}^{-1}.$$

$$\omega=2\pi\nu=\frac{l}{15(d_1+d_2)}=62{,}7\ \mathrm{s}^{-1}.$$

1.1.21. $T_x=\frac{T_1T_2}{T_1+T_2}$; čia $T_1=243$, $T_2=225$ Žemės paros. $T_x=117$ Žemės parų.

1.1.22. Kometos kirs Žemės orbitą, jeigu jų orbitų didieji pusašiai $a\leqslant\frac{R_0+R_J}{2}$; čia R_0 ir R_J — Žemės ir Jupiterio orbitų spinduliai. Remdamiesi trečiuoju Keplerio dėsniu, randame ieškomojo periodo kvadratą $T^2\leqslant\frac{\left(1+\sqrt[3]{\frac{T_J^2}{T_0^2}}\right)^3}{2^3}T_0^2$; čia T_0 ir T_J — Žemės ir

Jupiterio skriejimo periodai. Kadangi $T_J = \frac{729T_0}{64} = \frac{3^6}{2^6} T_0$, tai $T \leqslant$
$\leqslant \sqrt{\frac{\left[1+\left(\frac{3}{2}\right)^4\right]^3}{2^3}}\, T_0$; $T \leqslant 5{,}3$ metų.

1.1.23. Kai sukamasi į vieną pusę ir visos orbitos apskritiminės, užtemimai kartojasi kas

$$k = \frac{T_3(T_1-T_2)}{T_2(T_1-T_3)} \text{ parų.}$$

Laikas tarp gretimų užtemimų $\tau = \frac{T_1T_3}{T_1-T_3}$, o paros trukmė $t =$
$= \frac{T_1T_2}{T_1-T_2}$.

1.2. NIUTONO JUDĖJIMO DĖSNIAI IR JŲ TAIKYMAS

1.2.1. Tuo pačiu, nes šį kartą didesnį vaidmenį turėtų vaidinti masė, o ne svoris.

1.2.2. Kosmonautas gali spausti grindis arba lubas. Pirmuoju atveju $a_1 = \frac{1}{2} g$, antruoju $a_2 = \frac{3}{2} g$. $\vec{a}_1$ ir $\vec{a}_2$ nukreipti žemyn.

1.2.3. $F_1 = \gamma \frac{mM}{d^2}$; $F_2 = \gamma \frac{mM}{8\left(d+\frac{R}{2}\right)^2}$ (traukos jėga tarp kūno A ir ertmėje buvusios masės).

$$F = F_1 - F_2 = \gamma mM \left\{\frac{1}{d^2} - \frac{1}{8\left(d+\frac{R}{2}\right)^2}\right\}.$$

1.2.4. $t_{\min} = \frac{v}{\mu g} = 10{,}2$ s.

1.2.5. Užrašome II Niutono dėsnį:

$$m\vec{a} = m\vec{g} - \alpha\vec{v},$$

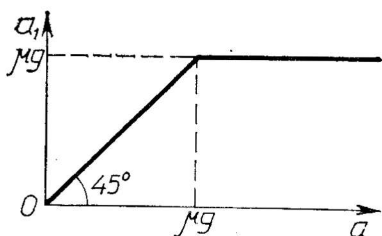
arba

$$m\Delta\vec{v} = m\vec{g}\Delta t - \alpha\Delta\vec{s};$$

čia α — proporcingumo koeficientas. Šią lygybę rašome kiekvienam mažam laiko tarpui Δt_i ir po to visas lygtis sudedame. Gauname

$$m\sum_i \Delta\vec{v}_i = m\vec{g}\sum_i \Delta t_i - \alpha\sum_i \Delta\vec{s}_i.$$

$\sum_i \Delta\vec{v}_i = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, $\sum_i \Delta t_i = T$ (ieškomoji lėkio trukmė), $\sum_i \Delta\vec{s}_i = \vec{0}$, nes sviedinys nukrito į tą pačią vietą, iš kurios buvo išmestas. Po to nesunku surasti $T = \frac{v_1+v_2}{g}$.



169 pav.

1.2.6. $m\frac{\Delta v}{\Delta t}=-k\frac{\Delta x}{\Delta t}$; $\Delta x=$
$=-\frac{m}{k}\Delta v$; iš čia

$$s=x-x_0=\frac{m}{k}(v_0-v).$$

a) $s=5$ m; b) $s=10$ m.

1.2.7. Grafikas parodytas 169 paveiksle.

1.2.8. Tarkime, kad, pradėjęs posūkį, automobilis juda apskritimu, kuris eina per taškus A ir B ir kurio centras yra tiesėje AC (20 pav.). Iš brėžinio galima rasti apskritimo spindulį R:

$$R^2=(R-l)^2+h^2;$$

čia h — atstumas tarp taškų A ir B pradinio greičio $\vec{v}$ kryptimi, l — atstumas statmena kryptimi. Be to,

$$\frac{mv_{\max}^2}{R}=\mu mg.$$

Iš tų lygčių $v_{\max}\approx 68$ km/h. Ieškomasis greitis $v\leqslant v_{\max}$.

1.2.9. $a=g\frac{x}{R}$.

1.2.10. $F>\frac{2\mu mg(m+M)}{(M-m)}$.

1.2.11. Prie gaunamų lygčių šį kartą reikia pridėti: $a_1=(a_2)_{x_1}$ (nes siūlas netįsta) ir $a_1\cos\alpha=(a_2)_{y_1}$ (nes $\alpha=\text{const}$) (170 pav.); čia $\vec{a}_1$ ir $\vec{a}_2$ yra tašelių M ir m pagreitis. Ieškomoji

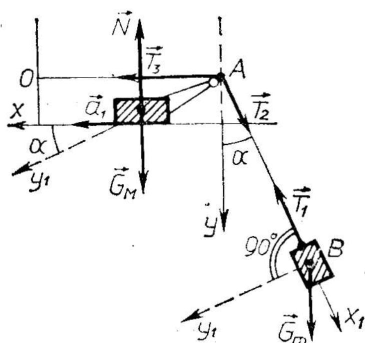
$$m=\frac{M\sin\alpha}{(1-\sin\alpha)(\cos^2\alpha-\sin\alpha)}.$$

Kadangi $m>0$, tai $\cos^2\alpha>\sin\alpha$, arba $0<\alpha<38°12'$.

1.2.12. $\mu=\frac{g\,\text{tg}\,\alpha+a}{g-a\,\text{tg}\,\alpha}$. Kai $a=0$, $\mu=\text{tg}\,\alpha$.

1.2.13. Parašę II Niutono dėsnį atskirai kūnams M_1 ir M_2 (jis kabos pakrypęs nuo vertikalės), taip pat visų trijų kūnų sistemai ir išsprendę gautąją lygčių sistemą, surandame:

$$F=(M+M_1+M_2)\frac{M_2g}{\sqrt{M_1^2-M_2^2}}.$$



170 pav.

1.2.14. Pagreičio $\vec{a}$ projekcija X ašyje, nukreiptoje žemyn,

$$a_x=\frac{mg-Mb}{m+M}.$$

Kai $mg>Mb$, $\vec{a}$ nukreiptas žemyn, kai $mg<Mb$ — aukštyn.

171 pav.

1.2.15. Visi per vienodą laiką $t=\sqrt{\frac{2AB}{g}}$.

1.2.16. Šis uždavinys paprastesnis už 5 pavyzdį.

$$a=\frac{g\sin\alpha}{M+m\sin^2\alpha}\sqrt{M^2+m(m+2M)\sin^2\alpha}.$$

1.2.17. Bėgimo kryptis gali būti ne viena. Pagreitis a turi būti nukreiptas žemyn išilgai plokštumos ir lygus:

$$a=\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)g\sin\alpha.$$

1.2.18. Šį uždavinį patogiausia spręsti ne analitiškai, o geometriškai. Jėgų (vektorių) daugiakampis parodytas 171 paveiksle:

$$m\vec{a}=m\vec{g}+\vec{R}+\vec{F};\ \text{čia}\ \vec{R}=\vec{N}+\vec{F}_{tr},\ F_{tr}=\mu N,$$

$\vec{F}$ — virvės įtempimo jėga. Atskirai galima parodyti, kad

$$\operatorname{tg}\beta=\frac{\mu N}{N}=\mu=\text{const}.$$

Vadinasi, kai duotas $\vec{a}$, daugiakampio vektorių $m\vec{a}$ ir $m\vec{g}$ galų taškai bei $\vec{R}$ kryptis yra fiksuoti. Iš paveikslo matyti, kad $F=F_{\min}$, kai $\vec{F}\perp\vec{R}$ (statmens ilgis yra mažiausias). Tuomet $\varphi=\alpha+\beta$, arba $\varphi=\alpha+\operatorname{arctg}\mu$.

Kai, kitoms sąlygoms nekintant, didėja $\vec{a}$, tai $\vec{F}$, nekeisdama krypties, didėja, o $\vec{R}$ mažėja. Sakysime, $\vec{a}=\vec{a}_1$, kai $\vec{R}=0$. Iš $\triangle ABC$, remdamiesi sinusų formule, gauname:

$$a_1=g\left(\frac{\cos\alpha}{\mu}-\sin\alpha\right).$$

Rastoji φ išraiška bus teisinga, kai $0\leqslant a\leqslant a_1$. Kai $a>a_1$, dėžė pakils į orą.

1.2.19. Veikiant spyruoklei, trinties jėgų nepaisome. Pažymime: $s_1=4$ m, $s_2=1$ m, $m_2=m_1\sqrt{\frac{s_1}{s_2}}=40$ g.

1.2.20. Kad pasvaras pakiltų, turi būti $m(g+a_1)\geqslant Mg$; čia a_1 — beždžionės pagreitis. Kadangi iš sąlygos a_1 nustatyti negalima, tai pasvaras galėjo likti nepajudėjęs.

1.2.21. $a_1=\frac{m_1 g\sin\alpha\cos\alpha}{m_1\sin^2\alpha+m_2}$, $a_2=\frac{m_1 g\sin^2\alpha\cos\alpha}{m_1\sin^2\alpha+m_2}$.

1.2.22. Dydžiu $\frac{m_1^2+4m_2^2-4m_1m_2}{m_1+4m_2}g_M$;

čia g_M — sunkio jėgos pagreitis Marse.

1.2.23. Remkitės centrinės jėgos formule $F=m\omega^2R$.

1.2.24. Gali. Ieškomasis tankis

$$\varrho=\frac{3\pi}{\gamma T^2}\left(1+\frac{h}{r}\right)^3;$$

čia h — atstumas iki planetos paviršiaus, r — planetos spindulys, T — apsisukimo aplink planetą periodas. Jį reikia išmatuoti laikrodžiu.

1.2.25. Pasvirusios monetos kelią iškreivina trinties jėga.

1.2.26. Lengviausia remtis panašiųjų trikampių savybėmis.

1.2.27. Slankiklio pagreitis strypo kryptimi

$$\vec{a}=\vec{a}_{\text{įc}}+\vec{a}_1;$$

čia $\vec{a}_{\text{įc}}$ — įcentrinis pagreitis, $\vec{a}_1$ — pagreitis strypo atžvilgiu.

$$m\vec{a}=\vec{F}_{\text{tampr.}}$$

Analizuodami toliau, gauname: kai

$$\omega\geqslant\sqrt{\frac{k}{m}},\qquad (1)$$

pagreitis $\vec{a}_1$ nukreiptas tolyn nuo sukimosi ašies nepriklausomai nuo slankiklio padėties. Vadinasi, slankiklis tada strypu nesvyruoja. Taigi uždavinio atsakymas yra (1) lygybė, kurioje k — spyruoklės standumas, m — slankiklio masė.

1.2.28. Vandens paviršius stiklinėje bus lygiagretus staliuko paviršiui, o su ežero paviršiumi sudarys kampą

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{v^2}{gR} = 55°.$$

Tarėme, kad R yra daug didesnis už lėktuvo matmenis. Analizuojant galima remtis 8 pavyzdžiu.

1.2.29. Kad nenukristų nuo staliuko, ritinys neturi nuslysti ir neturi nuvirsti. Atitinkamai ieškomasis

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{R}} \left(\text{kai } \mu < \frac{2r}{h}\right).$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2gr}{hR}} \left(\text{kai } \mu > \frac{2r}{h}\right).$$

Jei nebus tenkinama pirmoji sąlyga, ritinys nuslys, jeigu antroji — jis nuvirs.

1.2.30. $a = g\left(k - \frac{R^2}{r^2}\right)$;

čia k — konstanta, R — Žemės spindulys, r — atstumas iki Žemės centro. Kai $r = R$, $a_{\min} = g(k-1)$; kai $r = \infty$, $a_{\max} = gk$. Kūnai kabinos grindis spaudžia jėga $P = kmg$.

1.2.31. $T = \sqrt{\frac{6\pi}{\gamma\varrho}} = 1{,}0 \cdot 10^4$ s.

1.2.32. Tarkime, kad ϱ_2 — rūdyno tankis, ϱ — vidutinis Žemės tankis. Gravimetras nustatys tokį g pokytį, kokį sukels rūdyno vietoje esanti papildoma, palyginti su vidutiniu Žemės tankiu, masė M_1, kurios tankis $\varrho_1 = \varrho_2 - \varrho = \varrho$. Pažymėkime $k = 1{,}6 \cdot 10^{-7}$. Tada

$$\Delta g = kg = g_1 - g \text{ (172 pav.).} \quad (1)$$

$$g_1^2 = g^2 + (\Delta_1 g)^2 + 2g\Delta_1 g \cos\beta \approx g^2 + 2g\Delta_1 g \sin\alpha. \quad (2)$$

$$g = \gamma \frac{M}{R^2} = \gamma \frac{4}{3} \pi R \varrho, \quad \Delta_1 g = \gamma \frac{M_1}{l^2} = \gamma \frac{4}{3} \pi \frac{r^3}{l^2} \varrho;$$

$$\Delta_1 g = \frac{r^3}{l^2 R} g. \quad (3)$$

172 pav.

Kilometrais išmatuotas $R=6370=b$.

$$\begin{cases} l^2=x^2+1, \\ \sin\alpha=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}. \end{cases} \quad (4)$$

Iš (2), (3) ir (4)

$$g_1=g\sqrt{1+\frac{2}{b(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}}. \quad (5)$$

(5) įrašę į (1) ir atsižvelgę į tai, kad $k^2 \ll 2k$, gauname:

$$(x^2+1)^{\frac{3}{2}}=\frac{1}{kb}.$$

Iš šios lygties ieškomasis

$$x=\sqrt{\sqrt[3]{\frac{1}{(kb)^2}}-1}=10 \text{ km}. \quad (6)$$

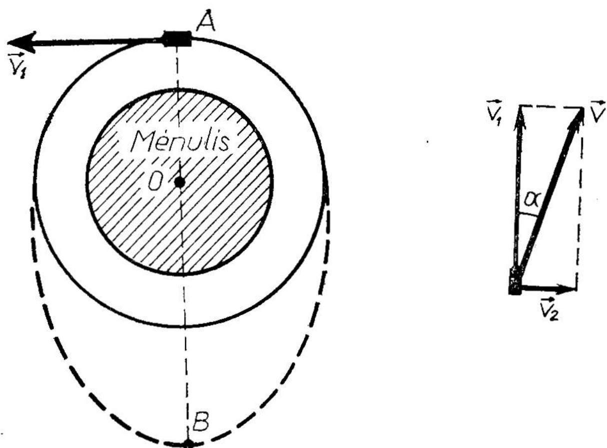
Gravimetro tikslumui 2 kartus sumažėjus, į (6) vietoj k reikia įrašyti $k_1=2k$. Tada atstumas $x_1=8$ km.

1.2.33. Norėdamas pavyti pirmąjį palydovą, antrasis turi greitį sumažinti. Jei pirmasis manevruos, turės greitį padidinti.

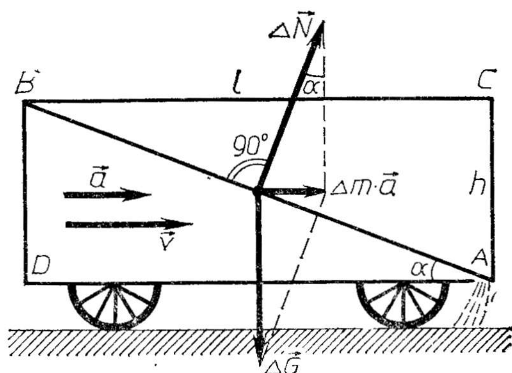
1.2.34. Elipse AB, kuri pavaizduota 173 paveiksle. Elipsės plokštuma su laivo apskritimo plokštuma sudaro kampą α, kurio $\operatorname{tg}\alpha=\frac{v_2}{v_1}$ (v_1 — laivo greitis, v_2 — akmenuko greitis laivo atžvilgiu).

1.2.35. $\Delta\vec{p}=-\varrho\frac{l}{t}\vec{v}$.

1.2.36. Pažymėkime: ϱ — akmens tankis, ϱ_v — vandens tankis. $H_0=\frac{1}{2C}\left(1-\frac{\varrho_v}{\varrho}\right)=1$ m. Tada akmens greitis vandenyje $v=v_r=$



173 pav.



174 pav.

$=\sqrt{\dfrac{g\left(1-\frac{\varrho_v}{\varrho}\right)}{C}}$. Kai $H<H_0$, akmuo vandenyje greitės, kol pasieks greitį v_r, o kai $H>H_0$ — lėtės, kol įgys greitį v_r.

1.2.37. Nepasikeis.

1.2.38. Galima remtis 8 pavyzdžiu. Vandens, kai jo vagone lieka daugiausia, paviršius parodytas 174 paveiksle. Ieškomasis $a=\frac{h}{l}g=1{,}31$ m/s^2.

1.2.39. a) ir b) $\Delta x=x_0=8$ cm; c) $\Delta x=3x_0=24$ cm; d) $\Delta x=$ $=-x_0=-8$ cm (spyruoklė ištempta).

1.2.40. Remdamiesi 9 ir 6 pavyzdžiu, gauname:

$$a_c=\left(\frac{M_1-M_2}{M_1+M_2}\right)^2 g.$$

1.3. STATIKA

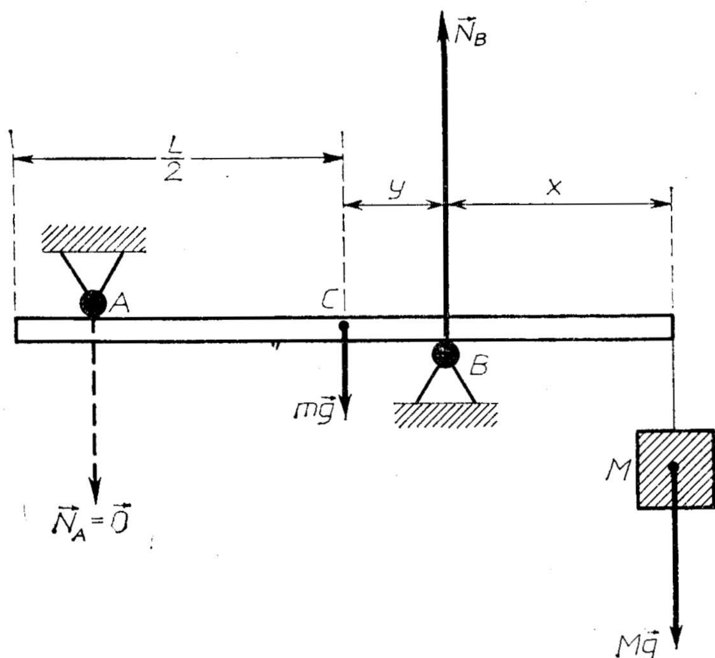
1.3.1. Į kairę $F_1=\frac{\mu G}{2(1+\mu)}=3$ N, į dešinę $F_2=\infty$. Vežimėlio pastumti į dešinę negalima.

1.3.2. Palipus

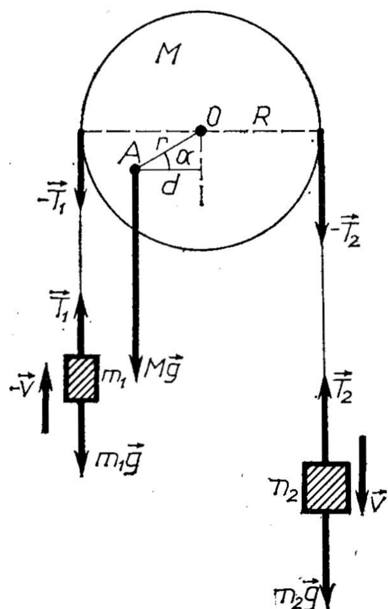
$$z\geqslant\frac{l}{P}\left(F\operatorname{ctg}\alpha-\frac{mg}{2}\right)=0{,}74\text{ m}.$$

1.3.3. Sukant kokiu nors prietaisu adatą ar vinį, sukančios jėgos F petys paprastai būna daug didesnis už trinties jėgos F_{tr} petį, todėl vinį ar adatą galima pajudinti jėga $F\ll F_{tr}$.

1.3.4. Siją reikia padėti taip, kaip parodyta 175 paveiksle. C — sijos masės centras. $x=\frac{mgL}{2F_0}$. Didžiausia krovinio masė $M=\frac{F_0}{g}-$ $-m$. Atstumas tarp atramų l gali būti bet koks.



175 pav.



176 pav.

1.3.5. $F=\frac{mg\sqrt{h(2R-h)}}{R-h}$.

1.3.6. Iš pradžių trintis lygi nuliui. Todėl pasvaras m_2 pradės leistis žemyn. Jo greičiui didėjant, trinties jėga didės. Po tam tikro laiko pasvarai pradės judėti pastoviu greičiu v. Tada trinties jėgos modulis $f=(m_2-m_1)g$. Kitos veikiančios jėgos parodytos 176 paveiksle. $\cos\alpha=\frac{(m_2-m_1)}{M}\cdot\frac{R}{r}$.

1.3.7. $F_A\approx\frac{\varrho_0 m_ž\, g}{\varrho_v}$; čia ϱ_0 — oro tankis, ϱ_v — vandens tankis, $m_ž$ — jūsų masė. Jei $m_ž=50$ kg, $F_A\approx 0{,}6$ N.

1.3.8. $\alpha\approx\sqrt[3]{\frac{mg}{2kL}}$. Laikėme, kad $\cos\alpha\approx\cos\frac{\alpha}{2}\approx 1$, $\sin\frac{\alpha}{2}\approx\frac{\alpha}{2}$.

1.3.9. Masės centras pasislinks dydžiu $\Delta l = \frac{34}{78+34} \cdot 2{,}4 = 0{,}73$ Å iš molekulės centro.

1.3.10. Kai plaukiojantis vandenyje ledas ištirps, vandens lygis nepasikeis. a) Dalis skysčio iš indo išsipils. b) Skysčio lygis inde nusileis.

1.3.11. $x = \frac{\varrho_0(L-l) - \sqrt{\varrho_0^2(L-l)^2 - \varrho_0\varrho L(L-2l)}}{\varrho_0} = 0{,}54$ m;

čia ϱ_0 — vandens tankis. Nuo valties įgrimzdimo x nepriklauso.

1.3.12. Nepasikeis. Palyginkite 1.2.37 uždavinį.

1.4. TVERMĖS DĖSNIAI

1.4.1. Dėl skysčio kiekio tvermės $\varrho v S = \text{const}$. Greičiui v didėjant, skerspjūvis S mažėja.

1.4.2. $a_{\min} = \frac{4}{5} g$ nukreiptas žemyn.

1.4.3. Puodo judesio kiekis turi kompensuoti vandens srovelės judesio kiekį, todėl puodas kiek pajudės į tą pusę, kur yra skylė.

1.4.4. Remkitės judesio kiekio tvermės dėsniu.

$$\frac{m}{M} = \frac{9v}{10v_m} = \frac{9}{400}.$$

1.4.5. Sakysime, v_c — masės centro greitis, o r — jo atstumas nuo grindų.

$$\begin{cases} \frac{(M+m)v_c^2}{r} = (M+m)g, \\ r = \frac{2m+M}{m+M} \cdot \frac{l}{2}, \\ mv = (m+M)v_c. \end{cases}$$

Iš tos sistemos gauname:

$$v = \sqrt{\frac{gl(2m+M)(m+M)}{2m^2}}.$$

1.4.6. $h = \frac{g \operatorname{ctg}^2 \alpha}{2\omega^2}$.

1.4.7. $F = \frac{m_0 g}{2}\left(1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{gt^2}{l}\right)$; čia $0 \leqslant t \leqslant \sqrt{\frac{2l}{g}}$. Kai $t \geqslant \sqrt{\frac{2l}{g}}$, $F = m_0 g$. Čia $m_0 = 3$ kg, $l = 1{,}5$ m. Siūlome tą priklausomybę pavaizduoti grafiškai.

1.4.8. Dydžiu $F = nm_0Sv^2 = 9{,}8 \cdot 10^4$ N.

1.4.9. 12 m. Laikas 3 s — nereikalingas duomuo.

1.4.10. Sakysime, $F_p = \alpha v = \alpha \frac{\Delta x}{\Delta t}$.

Kulkos judesio kiekio pokytis ploname medžiagos sluoksnyje

$$\Delta(mv) = m\Delta v = F_p \Delta t = \alpha \frac{\Delta x}{\Delta t} \Delta t = \alpha \Delta x.$$

Greičio pokytis dviejuose skirtingų medžiagų sluoksniuose

$$\Delta v = \Delta_1 v + \Delta_2 v = \frac{1}{m}(\alpha_1 \Delta_1 x + \alpha_2 \Delta_2 x)$$

nepriklauso nuo sluoksnių pramušimo tvarkos.

1.4.11. $F_1 = m\left(g + \frac{v^2}{l}\right)$.

1.4.12. Sakysime, pro plyšį P vanduo išteka greičiu v_1, o į indą B nukrinta greičiu $v_2 = v_1 + gt$. Tarsime, per laiką t pro plyšį išteka vandens masė m. Tuomet, remdamiesi v_2 išraiška, galime parašyti:

$$\frac{mv_2}{t} - \frac{mv_1}{t} - mg = 0.$$

Gautosios lygybės kairioji pusė — tai poveikio į svirties galą C pakitimas, atkimšus plyšį P. Kadangi ji lygi nuliui, tai svarstyklės lieka pusiausviros. Iš pat pradžių galas D pakrypsta žemyn dėl to, kad čiurkšlė dar nebūna pasiekusi indo B.

1.4.13. Abu vienodos galios. Arti Žemės paviršiaus

$$N = Mgv.$$

1.4.14. $A_1 = mgs = 49$ J,

$$A_2 = m(g+a)v_0 \cdot \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2as}}{a} = 41 \text{ J}.$$

Sumažėtų dydžiu $A_1 - A_2 = 8$ J dėl katės atlikto darbo.

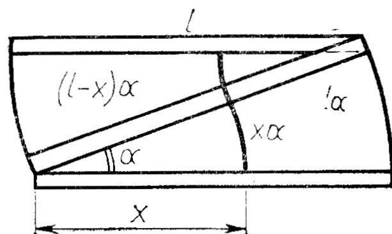
1.4.15. Pasukime lentą už vieno galo kampu α, po to už kito galo tuo pačiu kampu. Tada kiekvienas lentos taškas nueis kelią $s = x\alpha + (l-x)\alpha = l\alpha$ (177 pav.) ir bus atliktas darbas $A' = \mu mgl\alpha$. Ieškomasis darbas

$$A = \frac{A'}{2} = \frac{1}{2}\mu mgl\alpha.$$

1.4.16. Galima remtis 1.4.15 uždavinio atsakymu. Skruzdėlės gali pasukti šiaudą už vieno galo (antrąjį galą prilaikydamos arba atrėmusios) nedideliu kampu α, po to pasukti už kito galo ir t. t. Tuomet tereikės jėgos

$$F = \frac{A}{l\alpha} = \frac{\mu mgl\alpha}{2l\alpha} = \frac{1}{2}\mu mg.$$

1.4.17. $Q = \frac{m_1 m_2 (v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos\alpha)}{2(m_1 + m_2)} = 126$ J.



177 pav.

1.4.18. $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{2}$.

1.4.19. $v = \frac{(N_1 + N_2) v_1 v_2}{N_1 v_2 + N_2 v_1}$.

1.4.20. $\frac{E_Z}{E_M} = \frac{M_Z R_M}{M_M R_Z} = 81{,}5 \cdot 0{,}272 = 22{,}2$ karto.

1.4.21. $U_r = km\frac{r^2}{2}$; čia $k=\frac{g}{R}$ (R — Žemės spindulys).

1.4.22. Stabdyti, nes tada reikia 2 kartus mažesnės trinties jėgos negu sukant.

1.4.23. $t=\frac{\omega R}{\mu g}$.

1.4.24. $s=\frac{1}{2}\left(L+\frac{v^2}{\mu g}\right)=2{,}84$ m.

1.4.25. Sakysime, lankas, esantis rimties padėtyje, nusileido iš aukščio h ir įgijo greitį v. Tuomet jis turės kampinį greitį $\omega=\frac{v}{r}$, o energija

$$mgh=K_{\text{slenk}}+K_{\text{suk}}=\frac{mv^2}{2}+\frac{mv^2}{2}=mv^2;$$

iš čia $v=\sqrt{gh}$. Palyginę su formule $v=\sqrt{2as}$, galime teigti, kad lankas kris pagreičiu $a=\frac{g}{2}$.

1.4.26. Masės centras juda vertikaliai žemyn. Prieš pat atsimušdama į stalą, lanksta juda taip pat vertikaliai žemyn, o abu rutuliai nejuda. $v=\sqrt{2gl}$.

1.4.27. $h=\frac{9Mv^2}{2(m+M)g}$.

1.4.28. $\Delta V=-mg\Delta l$.

$$\Delta U=k\frac{\Delta l^2}{2}=\frac{mg}{\Delta l}\cdot\frac{\Delta l^2}{2}=\frac{mg\Delta l}{2}.$$

Atramos reakcijos jėga atliko darbą (pasvaras buvo lėtai nuleistas)

$$\Delta A=\frac{-mg+0}{2}\Delta l=-\frac{mg\Delta l}{2}.$$

$\Delta A=\Delta V+\Delta U$. Prieštaravimo nėra.

1.4.29. Iš $Ma=kx$ (M — lėktuvo su lakūnu masė) ir

$$\frac{Mv^2}{2}=\frac{kL^2}{2}$$

randame pagreitį

$$a=\frac{v^2}{L^2}x \text{ (čia } a=a_{\max}, \text{ kai } x=L).$$

Didžiausia lakūną stabdanti jėga

$$T_{\max}=ma_{\max}=mg\frac{v^2}{Lg} \text{ (} m \text{ — lakūno masė).}$$

Perkrova (didžiausia atstojamoji jėga, kuria sėdynė veikia lakūną)

$$R=\sqrt{(mg)^2+T_{\max}^2}=mg\sqrt{1+\frac{v^4}{L^2g^2}}=1{,}86mg.$$

1.4.30. $mg(h_1+h_2)=-(A_1+A_2)$; čia A_1 ir A_2 yra Archimedo jėgos abiejuose sluoksniuose atliktas darbas, m — kūno masė. Išreiškę m tankiu ϱ ir įrašę A_1 ir A_2 išraiškas, randame:

$$\varrho=\frac{\varrho_1 h_1+\varrho_2 h_2}{h_1+h_2}.$$

1.4.31. Pro skylutę, esančią aukštyje $h=\frac{H}{2}$.

1.4.32. Kad kamuolys patektų tiksliai po vartų skersiniu, reikia suteikti energiją

$$E=\frac{m}{2}\left\{\left(1+\frac{h^2}{l^2}\right)v_x^2+\frac{g^2l^2}{4v_x^2}+gh\right\};$$

čia $l=11$ m, v_x — pradinio greičio projekcija horizontalioje ašyje. Toje formulėje kintamasis yra v_x. Mažiausią energiją rasime diferencijuodami. $E=E_{\min}$, kai $v_x^2=\frac{gl^2}{2\sqrt{h^2+l^2}}$.

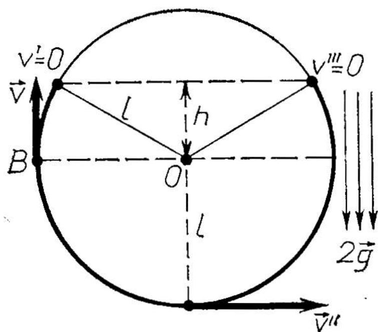
$$E_{\min}=\frac{mg}{2}(h+\sqrt{h^2+l^2})=34 \text{ J}.$$

1.4.33. Remkitės 7 pavyzdžiu. Vandenilio atomų branduoliai yra protonai.

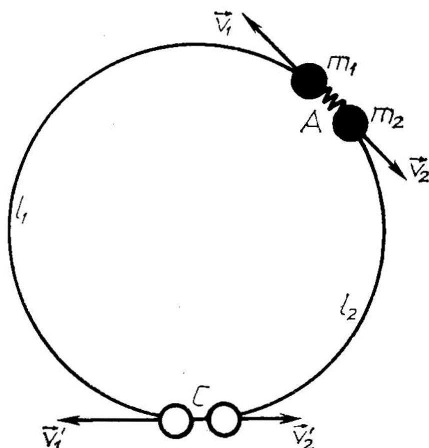
1.4.34. Nuo taško B iki taško C (56 pav.) kūnas šliuožia pagreičiu $a=g\sin\alpha$. Taške C jo greitis $v=\sqrt{2gH}$. Tarp taškų C ir A kūnas šliuožia pastoviu greičiu v. Toliau nagrinėsime atvejį, kai taške A kūnas nevirsta. Tada turi būti $\mu\leqslant\frac{l}{d}$. Vadinasi, nuo taško A kūnas šliuožia tolygiai lėtėdamas pagreičiu $a_x=-\mu g$ ir, nušliuožęs kelią $s=\frac{H}{\mu}$, sustoja.

1.4.35. Tuo momentu, kai pakaba ima kilti aukštyn pagreičiu $\vec{a}_1=-\vec{g}$, rutuliukas yra taške B (178 pav.) ir turi į viršų nukreiptą greitį, kurio didumas $v=\sqrt{2gl}$. Toliau pakabos atžvilgiu rutuliukas judės taip, tarytum jis būtų tokiame gravitacijos lauke, kuriame kūnai krinta pagreičiu $2\vec{g}$. Rutuliukas pakils į aukštį $h=\frac{l}{2}$, akimirkai sustos ($v'=0$), po to ims judėti žemyn. Apatiniame taške jis turės greitį $v''=2\sqrt{\frac{3}{2}gl}$, vėl pakils į aukštį h virš taško O ($v'''=0$), paskui grįš atgal, ir procesas kartosis, kol pakaba kils aukštyn pagreičiu $-\vec{g}$.

1.4.36. Kai $s\leqslant 2L$, $v_1=\sqrt{2g\left(L-\frac{s}{4}\right)\cos\alpha}$. Kai $s\geqslant 2L$, $v_2=\sqrt{2g\frac{L^2}{s}\cos\alpha}$. v_1 ir v_2 yra mažesni už greitį $v=\sqrt{2gL\cos\alpha}$, kuriuo turėtų judėti labai trumpa grandinėlė (rutuliukas), kad įveiktų tokią pat kliūtį. Todėl grandinėlės judėjimas primena tunelinį efektą.



178 pav.



179 pav.

1.4.37. $s_0 = \left(v_0 - \frac{Ms}{m}\sqrt{\frac{g}{2h}}\right)\sqrt{\frac{2h}{g}} = 105$ m.

Šiluma pavirto 92,6% kulkos mechaninės energijos.

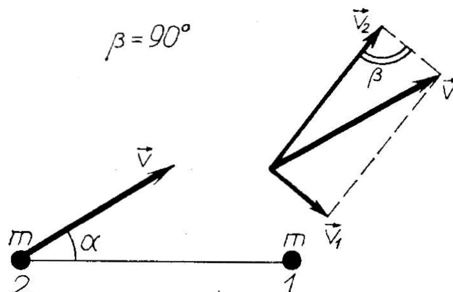
1.4.38. Siūlą nudeginus, karoliukų greičiai

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{l_1}{l_2};$$

čia l_1 ir l_2 nusako pirmojo smūgio vietą C (179 pav.). Remdamiesi tvermės dėsniais, sužinome, kad greičiai po 1-ojo smūgio $v_1' = v_1$, $v_2' = v_2$. Vadinasi, 2-asis smūgis bus pradiniame taške A, 3-asis — taške C, ... 11-asis — taip pat taške C.

1.4.39. Panašiai, kaip 8 pavyzdyje, papildomai remiamės Pitagoro teorema. $\beta = 90°$ (180 pav.).

1.4.40. Detalės nuo II transporterio pradėjo kristi ant žemės.



180 pav.

2. MOLEKULINĖ FIZIKA

2.1. MOLEKULINĖS KINETINĖS TEORIJOS PAGRINDAI

2.1.1. Žinome, kad $\frac{m}{M}=\frac{N}{N_A}$ (1); čia N — kristalo molekulių skaičius. Ežero tūris $V=hS$ (2), druskos koncentracija ežere $n=\frac{N}{V}$ (3) ir pasemtų molekulių skaičius $N_1=nV_0$ (4). Iš (1)—(4) gauname $N_1=\frac{mN_AV_0}{MhS}=2\cdot10^5$.

2.1.2. Sakysime, ant sienelių yra N_1 molekulių ir N_2 molekulių juda tarp sienelių. Visas molekulių skaičius $N=N_1+N_2$ (1). Pažymėję molekulės judėjimo nuo vienos sienelės iki kitos laiką t, turime: $\frac{N_1}{N_2}=\frac{\tau}{t}$ (2). Iš (1) ir (2) gauname: $N_1=N\frac{1}{1+\frac{t}{\tau}}$ (3). Bet $t=\frac{l}{\bar{v}}$ (4) ir $\bar{v}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}$ (5). Imdami $T=300$ K, iš (3)—(5) turime:

$$N_1=\frac{N}{1+\frac{l}{\tau}\sqrt{\frac{M}{3RT}}}=0{,}98.$$

2.1.3. Iš formulės $\bar{v}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}$ turime: $T=\frac{M\bar{v}^2}{3R}$ (1). Atomai pasislenka vertikalia kryptimi dėl sunkio. Horizontalia kryptimi jie pluošte juda tolygiai, todėl $t=\frac{l}{\bar{v}}$ (2). Poslinkis vertikalia kryptimi $h=\frac{gt^2}{2}$ (3). Iš (1)—(3) randame $T=\frac{Ml^2g}{6Rh}\approx600$ K.

2.1.4. Galimi keturi kitimo variantai: 1) +2 at, −3 l; +5 at, −5 l; 2) −2 at, +3 l; −5 at, +5 l; 3) +2 at, −3 l; −5 at, +5 l; 4) −2 at, +3 l; +5 at, −5 l.

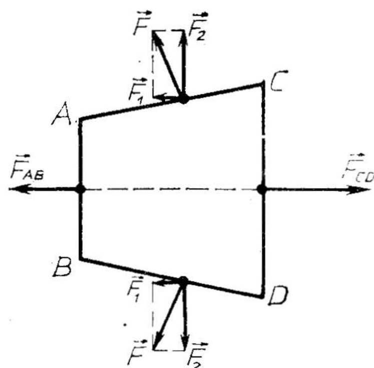
Pirmojo kitimo varianto $pV=(p+2)(V-3)$ ir $pV=(p+5)\times\times(V-5)$; iš čia $p=4$ at, $V=9$ l.

Antrojo ir trečiojo kitimo varianto gaunamos neigiamos slėgio ir tūrio vertės. Tai neturi fizikinės prasmės dujoms.

Ketvirtojo varianto $pV=(p-2)(V+3)$ ir $pV=(p+5)(V-5)$; iš čia $p=16$ at, $V=21$ l.

2.1.5. Slėgis į visas indo sieneles vienodas, tačiau sienelės CD plotas didesnis už AB plotą, todėl $F_{CD}>F_{AB}$. Slėgis yra statmenas indo sienelėms. Slėgimo į sieneles AC ir BD jėgas išskaidžius,

matyti (181 pav.), kad jėgą $\vec{F}_{AB}$ papildo dedamosios $\vec{F}_1$. Slėgimo jėgų atstojamosios tiek į kairę, tiek į dešinę yra vienodo didumo. Indas dėl dujų slėgimo jėgų iš vidaus veikimo nejudės.



181 pav.

2.1.6. Pirmu spaudimu atmosferos slėgio p_0 oras suspaudžiamas į V tūrio indą ir sudaro slėgį p_1, todėl $p_0V_0=p_1V$; iš čia $p_1=\frac{p_0V_0}{V}$. Po antrojo spaudimo, laikant, kad kamuolio tūris V pastovus, susidaro toks pat papildomas dalinis slėgis $p_1=\frac{p_0V_0}{V}$, todėl pilnutinis slėgis $p_2=\frac{2p_0V_0}{V}$. Po trijų spaudimų susidaro slėgis $p_3=\frac{3p_0V_0}{V}$, o po n spaudimų $p_n=\frac{np_0V_0}{V}=2\cdot10^5$ Pa.

2.1.7. Po pirmojo siurbimo dujos užima tūrį $V_1=V+V_0$, jų slėgis p_1. Tačiau $pV=p_1(V+V_0)$; iš čia $p_1=p\frac{V}{V+V_0}$. Slėgis antrojo siurbimo pradžioje yra p_1, o po šio siurbimo $p_2=p_1\frac{V}{V+V_0}=p\left(\frac{V}{V+V_0}\right)^2$. Analogiškai po trečiojo siurbimo $p_3=p\left(\frac{V}{V+V_0}\right)^3$ ir po n-tojo siurbimo $p_n=p\left(\frac{V}{V+V_0}\right)^n$. Iš čia $\frac{p_n}{p}=\left(\frac{V}{V+V_0}\right)^n$. Logaritmuojant $n=\frac{\lg\frac{p_n}{p}}{\lg\frac{V}{V+V_0}}$.

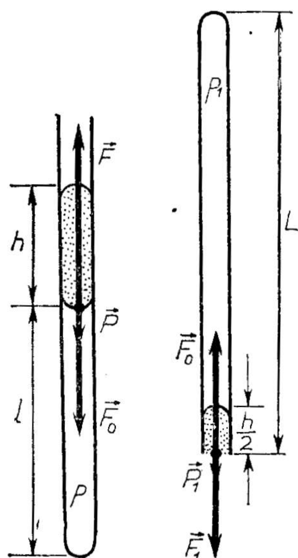
2.1.8. Iš jėgų pusiausvyros (182 pav.) $F-F_0-P=0$ ir $F_0-F_1-P_1=0$; iš čia $p-p_0-\varrho gh=0$ ir $p_0-p_1-\varrho g\frac{h}{2}=0$. Pagal Boilio ir Marioto dėsnį $pV=p_1V_1$, arba

$$(p_0+\varrho gh)lS=\left(p_0-\varrho g\frac{h}{2}\right)\left(L-\frac{h}{2}\right)S;$$

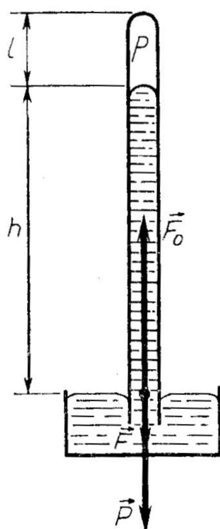
čia S — vamzdelio skerspjūvio plotas. Iš pastarosios lygties

$$l=\frac{\left(p_0-\varrho g\frac{h}{2}\right)\left(L-\frac{h}{2}\right)}{p_0+\varrho gh}.$$

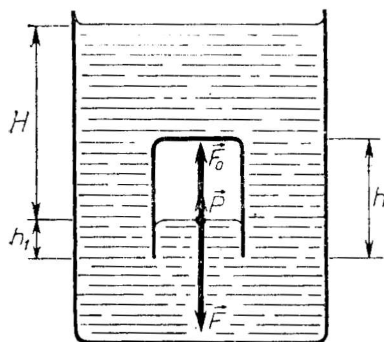
2.1.9. Iš 183 paveiksle pavaizduotos jėgų pusiausvyros $F_0-F-P=0$ ir $F_x-F_1-P_1=0$. Padalijus iš vamzdelio ploto S, $p_0-p-p_h=0$ (1), $p_x-p_1-p_h'=0$ (2); čia p ir p_1 yra į vamzdelį



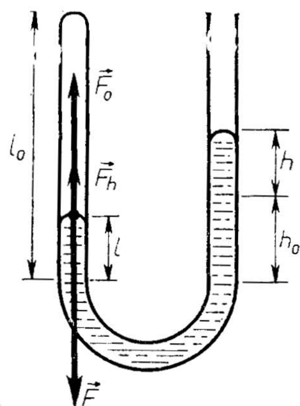
182 pav.



183 pav.



184 pav.



185 pav.

patekusio oro slėgis. Bet $pV=p_1V_1$ (3); čia $V=lS$, $V_1=l_1S$. Iš brėžinio matyti, kad $l+h=l_1+h_1$ (4). Iš (1)—(4) lygties gauname:

$$p_x=p'_h+(p_0-p_h)\frac{l}{h+l-h_1}=751 \text{ mm Hg}.$$

2.1.10. Stiklinė pradės skęsti tada, kai jos sunkio jėga $F_1=mg$ bus lygi Archimedo jėgai $F_A=\varrho g(h-h_1)S$; čia ϱ — vandens tankis. Taigi $mg=\varrho gh(h-h_1)S$ (1). Iš jėgų pusiausvyros (184 pav.) $F_0+P-F=0$, arba $p_0+p_h-p=0$ (2); čia p — suspausto oro stik-

linėje slėgis, $p_h = \varrho g H$ (3). Izoterminiame procese $p_0 V_0 = pV$, arba $p_0 hS = p(h - h_1)S$ (4). Iš (1)—(4) turime:

$$H = p_0\left(\frac{hS}{g} - \frac{m}{\varrho}\right) = 30 \text{ m}.$$

2.1.11. Iš brėžinio (185 pav.) matome, kad $F - F_0 - F_h = 0$. Pradinėje ir galinėje padėtyje gauname slėgį $p - p_0 - \varrho g h_0 = 0$ (1) ir $p_1 - p_0 - \varrho g(h_0 + h - l) = 0$ (2). Pagal Boilio ir Marioto dėsnį $pl_0 S = p_1(l_0 - l)S$ (3). Algebrinis sprendimas gana ilgas, todėl patogiau rasti tarpines vertes. Iš (1) ir (2) gauname: $p = 760 + 110 = 870$ mm Hg (3) ir $p_1 = 760 + 110 + 40 - l = 910 - l$ mm Hg (5). Iš (3), (4) ir (5) turime:

$$l = \frac{910 + l_0 - \sqrt{(910 + l_0)^2 - 4 \cdot 40 \cdot l_0}}{2} = 10 \text{ mm}.$$

Antrasis sprendinys neturi fizikinės prasmės.

2.1.12. Iš pradžių, vandens lygiui inde leidžiantis žemyn, oro slėgis inde p mažės apytiksliai izotermiškai. Kai oras pasieks vamzdelio apatinį galą, oro slėgis inde bus $p_1 = p_0 - \varrho g h$. Nuo to momento pradės į indą patekti oro burbulėliai. Vamzdelio apatinio galo lygyje slėgis bus lygus atmosferos slėgiui, o slėgis inde ims tiesiškai didėti, vandens paviršiui leidžiantis žemyn. Grafinė p priklausomybė nuo m pavaizduota 186 paveiksle. Nežymūs slėgio svyravimai, pratekant oro burbulėliams, nepažymėti.

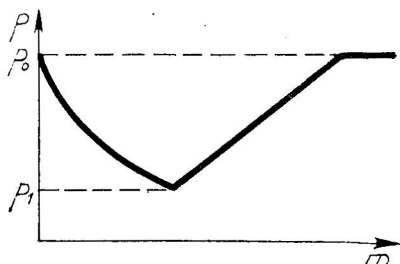
2.1.13. Pirmojo indo oras, kurio slėgis p_1, pasklis abiejuose induose, užimdamas tūrį $V_1 + V_2$ ir sudarydamas slėgį p_1'. Panašiai antrojo indo oras abiejuose induose sudarys slėgį p_2'. Pilnutinis oro slėgis pagal Daltono dėsnį $p = p_1' + p_2'$ (1). Kiekvieno indo oro pradinę ir galinę būseną apibūdina lygtys

$$p_1 V_1 = p_1'(V_1 + V_2) \quad (2) \text{ ir } p_2 V_2 = p_2'(V_1 + V_2) \quad (3). \text{ Iš jų}$$

$$p = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2} = 675 \text{ kPa}.$$

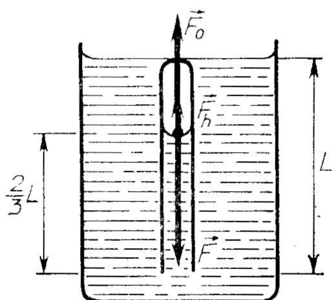
2.1.14. Jei lygtyje $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ imsime $V = \text{const} = 12$ l, tai $p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 1{,}2$ at. Turime vieną izotermės tašką (p_2; V_2; T_2). Pagal Boilio ir Marioto dėsnį $p_2 V_2 = \text{const} = 14{,}4$ at·l; pažymime keletą taškų, tenkinančių šią sąlygą, ir per tuos taškus brėžiame izotermę, kai temperatūra $T_2 = 327{,}6$ K.

2.1.15. Iš jėgų pusiausvyros (187 pav.) $p - p_0 - p_h = 0$ (1); čia $p_h = \frac{1}{3}\varrho g L$ (2). Vamzdelyje esančio oro pradinę ir galinę būseną apibūdina lygtys $p_0 LS = \frac{m}{M} R T_0$ ir $p \frac{1}{3} LS = \frac{m}{M} RT$;



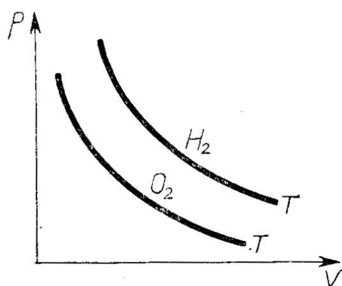
186 pav.

iš čia $p=\frac{3p_0T}{T_0}$ (3). Iš (1)—(3) lygties $T_0=T\frac{3p_0}{p_0+\frac{1}{3}\varrho gL}$.



187 pav.

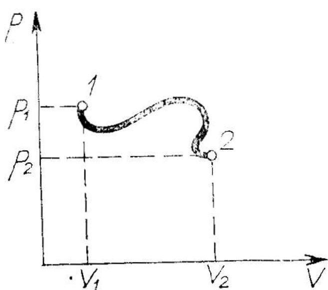
2.1.16. Mendelejevo ir Klapeirono lygtį taikome deguoniui $p_1V_1=\frac{m}{M_1}RT$ ir vandeniliui $p_2V_2=\frac{m}{M_2}RT$. Iš jų gauname $\frac{p_1V_1}{p_2V_2}=\frac{M_2}{M_1}$. Kadangi $M_1>M_2$, tai $p_1V_1<p_2V_2$. Deguonies izotermė bus arčiau koordinačių pradžios (188 pav.).



188 pav.

T ir p bei T ir V koordinačių sistemoje abiejų dujų izotermės yra ta pati tiesė, statmena T ašiai.

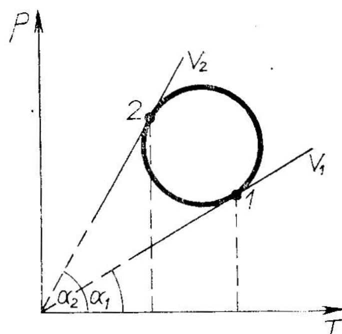
2.1.17. Iš lygties $pV=\frac{m}{M}RT$ turime $T=\frac{M}{mR}pV$. Kadangi $\frac{M}{mR}=\text{const}=C$, tai $T=CpV$; čia pV — atitinkamų stačiakampių plotas V ir p koordinačių sistemoje (189 pav.). Matyti, kad $p_2V_2>p_1V_1$, todėl $T_2>T_1$. Dujos įšilo.



189 pav.

Nesunku parinkti taškus, per kuriuos galima nubrėžti tikslią izotermę: šiems taškams turi tikti lygybė $p_1V_1=p_2V_2=p_3V_3=\ldots$, vadinasi, stačiakampių plotai turi būti lygūs.

2.1.18. Išreiškę tūrį, gauname: $V=\frac{m}{MR}\cdot\frac{T}{p}$; čia $\frac{m}{MR}=\text{const}=C$, $\frac{T}{p}=\text{ctg}\,\alpha$ (190 pav.), todėl $V=C\,\text{ctg}\,\alpha$ (1). Iš paveikslo matyti, kad $\alpha_1<\alpha_2$, taigi $\text{ctg}\,\alpha_1>\text{ctg}\,\alpha_2$ ir $V_1>V_2$. Vadinasi, *1* būsenos dujų tūris yra didžiausias, o *2* būsenos — mažiausias.

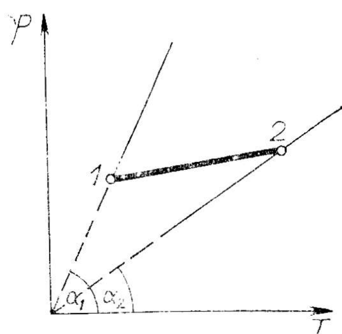


190 pav.

Tiesės V_1 visi taškai tenkina (1) lygtį, todėl jie vaizduoja tos pačios masės dujų izochorines būsenas. Analogiškai tiesė V_2 vaizduoja būsenas, kai tūrio vertė V_2. Taigi, kai $m=\text{const}$, $V=\text{const}$ vaizduoja tiesė, einanti per T ir p koordinačių sistemos pradžią.

2.1.19. C_4H_{10} ($M_r=58$).

2.1.20. Per pradinės ir galinės būsenos taškus ir koordinačių pradžią nubrėžiame tieses (191 pav.). Jos nėra izochorės, nes pats būsenos kitimas izochoriškas. Toks būsenos kitimas galimas, keičiantis dujų masei. Iš lygties $p_1V=\frac{m_1}{M}RT_1$ turime $m_1=\frac{MV}{R}\cdot\frac{p_1}{T_1}$. Pažymėję $\frac{MV}{R}=\text{const}=C$, gauname $m_1=C\,\text{tg}\,\alpha_1$. Analogiškai $m_2=C\,\text{tg}\,\alpha_2$. Kadangi $\alpha_1>\alpha_2$, tai $\text{tg}\,\alpha_1>\text{tg}\,\alpha_2$ ir $m_1>m_2$. Vadinasi, dujų masė sumažėjo (dujos ištekėjo).



191 pav.

2.1.21. Deguonies būsenos lygtis $pxS=\frac{m}{M_1}RT$, vandenilio $p(L-x)S=\frac{m}{M_2}RT$; čia x — deguonies užimtos cilindro dalies ilgis. Iš abiejų lygčių $x=L\frac{M_2}{M_1+M_2}=5$ cm.

2.1.22. Turime $pV=\frac{m}{M}RT$; čia $m=m_0N$ (m_0 — molekulės masė, N — jų skaičius nurodytajame tūryje) ir $M=m_0N_A$. Tuomet $p=\frac{N}{N_A}\cdot\frac{RT}{V}$. Vandenilio molekulėms suskilus, dalelių skaičius padvigubėja. Lygtis rodo, kad slėgis proporcingas dalelių skaičiui N. Todėl, suskilus molekulėms, slėgis turi būti dvigubai didesnis.

Pagal Šarlio dėsnį, kai molekulės dar nesuskilusios, vandenilio slėgis lygus $p_2'=\frac{p_1T_2}{T_1}$, o suskilus

$$p_2=\frac{2p_1T_2}{T_1}=40\text{ kPa}.$$

2.1.23. Imkime vieną molį azoto. Jo tūris normaliomis sąlygomis $V_m=22{,}4$ l. Vienos molekulės tūris $V'=\frac{\pi D^3}{6}$ (1), o molio molekulių tūris $V=\frac{\pi D^3N_A}{6}$; čia N_A — Avogadro skaičius. Pačioms molekulėms tenka tūrio dalis

$$k=\frac{V}{V_m}=\frac{\pi D^3N_A}{6V_m}=3{,}8\cdot10^{-4}=0{,}038\%.$$

Kai slėgis lygus p_1, tūris $V_1=\frac{V_mp_0}{p_1}$. Šiuo atveju molekulėms tenka

$$k_1=\frac{V}{V_1}=\frac{\pi D^3N_Ap_1}{6p_0V_m}=0{,}19=19\%.$$

2.1.24. Rašome Boilio ir Marioto dėsnio lygtį, kai stūmoklis yra gylyje h: $p_0V_0=pV=pdS$ (1). Gylyje h stūmoklio pusiausvyros sąlyga tokia: $pS+F=(p_0+\varrho_0gh)S$ (2). Cilindro pusiausvyros

sąlyga yra $pS=[p_0+\varrho_0 g(h-d)]S+Mg$ (3) (M — cilindro masė). Iš (1)—(3) turime:

$$h=\frac{p_0V_0\varrho_0 gS+MgF+F^2-p_0SF-p_0SMg}{\varrho_0 gS(F+Mg)}.$$

2.1.25. Dujoms pagreitį suteikia jėga $F=m_0a$ (1); čia m_0 — dujų masė. Priekinę sienelę dujos slegia jėga F_1, užpakalinę — jėga F_2. Dujoms kryptingą judesį suteikia jėga $F=F_2-F_1$ (2). Dujų slėgis į priekinę sienelę $p_1=\frac{F_1}{S}$ (3), į užpakalinę $p_2=\frac{F_2}{S}$ (4). Žinome, jog $S=\frac{V}{l}$ (5) ir $V=\frac{m_0}{\varrho_0}$ (6). Iš Mendelejevo ir Klapeirono lygties turime $p_1=\frac{\varrho_1}{M}RT$ (7) ir $p_2=\frac{\varrho_2}{M}RT$ (8). Iš (4) lygybės atėmę (3) ir panaudoję kitas, gauname:

$$\Delta\varrho=\varrho_2-\varrho_1=al\varrho_0\frac{M}{RT}.$$

2.1.26. Sakykime, X ašis nukreipta dujų ištekėjimo linkme. Šia kryptimi per laiką t išlekiančių molekulių skaičius $N=\frac{1}{6}nS\bar{v}_xt$ (1); čia $\bar{v}_x$ — molekulių greičių teigiamų projekcijų vidutinė vertė. Kadangi vidutinis kvadratinis greitis $\bar{v}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}$, tai $\bar{v}_x\sim\sim\sqrt{T}$. Iš lygties $p=nkT$ turime $n=\frac{p}{kT}$. Tada $N\sim\frac{p}{T}\sqrt{T}\sim\sim\frac{p}{\sqrt{T}}$. Taigi, padidinus dujų temperatūrą 4 kartus ir slėgį 8 kartus, ištekančių dujų kiekio greitis $\left(\frac{N}{t}\right)$ padidės 4 kartus.

2.1.27. Tarkime, kad koordinačių ašis orientuota dujų ištekėjimo kryptimi. Per laiką t pro skylutę išlekia $N=\frac{V_0n}{6}$ (1) molekulių (jei molekulių koncentracija lygi n, tai teigiama X ašies kryptimi vidutiniškai juda $\frac{n}{6}$ dalis tūrio vieneto molekulių). Čia $V_0=S\bar{v}t$ (2); $\bar{v}$ — vidutinis kvadratinis greitis. Tūrio vienete molekulių skaičius sumažėja $\Delta n=\frac{N}{V}$ (3). Iš (1)—(3) lygybės turime $t=6\frac{\Delta n}{n}\frac{V}{S\bar{v}}$ (4). Iš Mendelejevo ir Klapeirono lygties dujų slėgis $p\sim\varrho\sim n$, todėl $\frac{\Delta p}{p}=\frac{\Delta n}{n}=k$ (5). Žinodami $\bar{v}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}$ (6), iš (4)—(6) lygybės randame $t=6k\frac{V}{S}\sqrt{\frac{M}{3RT}}$; $t\approx120$ s. Sprendimas apytikslis, nes nekreipėme dėmesio į molekulių susidūrimus.

2.2. ŠILUMINIAI REIŠKINIAI. PIRMASIS TERMODINAMIKOS DĖSNIS

2.2.1. Priklauso nuo to, kuria kryptimi vamzdžiais teka vanduo. Jei teka ta pačia kryptimi, šaltas vanduo gali sušilti tik iki tam tikros vidutinės temperatūros. Tekant vandeniui priešinga kryptimi, kai vamzdžiai pakankamai ilgi, temperatūra vamzdžiuose gali beveik visiškai pasikeisti.

2.2.2. Žiemą ežero dugne vandens temperatūra $+4°C$ (tankis didžiausias). Prie pat ledo temperatūra artėja prie $0°C$, tankis mažėja. Iš ežero dugno šiluma silpnai plinta į viršų, nes vandens šilumos laidumas blogas, o konvekcija ledo nepasiekia. Jei arti ledo yra akmenys ar kelmai, kurių šilumos laidumas didesnis negu vandens, tai iš dugno šiluma pasiekia ledą ir jis toje vietoje plonesnis.

2.2.3. Sumaišius skysčius, gauti ir atiduoti šilumos kiekiai yra lygūs, kitaip tariant, jų algebrinė suma lygi nuliui:

$$m_1c_1(\Theta-t_1)+m_2c_2(\Theta-t_2)+m_3c_3(\Theta-t_3)=0;$$

iš čia

$$\Theta=\frac{m_1c_1t_1+m_2c_2t_2+m_3c_3t_3}{m_1c_1+m_2c_2+m_3c_3}=-19°C.$$

Mišiniui sušildyti reikalingas šilumos kiekis

$$Q=(m_1c_1+m_2c_2+m_3c_3)(t-\Theta)=1{,}3\cdot10^6\ J.$$

2.2.4. Šilumos balanso lygtis yra

$$(c_1m_1+c_2m_2)(\Theta-t_1)=cm(t-\Theta); \qquad (1)$$

čia c ir m — tiriamo kūno specifinė šiluma ir masė. Paprastai $(t-\Theta)\gg(\Theta-t_1)$, todėl gaunama didelė santykinė paklaida

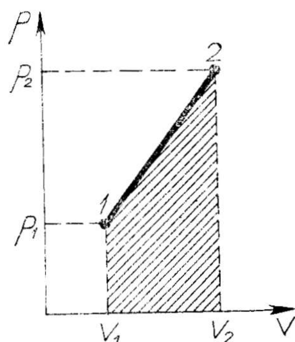
$$\frac{\Delta(\Theta-t_1)}{\Theta-t_1}.$$

Norint ją sumažinti, reikia padidinti $\Theta-t_1$. Iš (1) lygties matome, kad galima: a) mažinti vandens masę m_1, b) mažinti c_1 (vietoj vandens paimti skystį su mažesne specifine šiluma), c) imti didesnės masės m kūną.

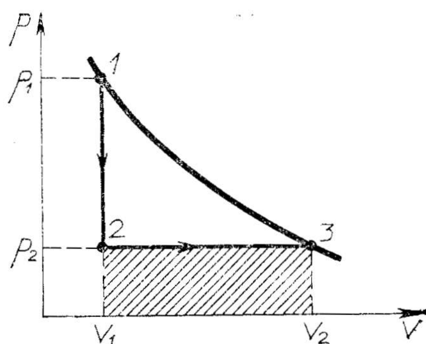
Santykinę paklaidą taip pat galima sumažinti, mažinant $\Delta(\Theta-t_1)$: a) panaudojant tikslesnį termometrą, b) mažinant šilumos nuostolius (t_1 imant artimą aplinkos temperatūrai).

2.2.5. Pradinės būsenos dujų $p_1V=\frac{m}{M_1}RT_1$ (1), galinės būsenos dujų $p_2V=\frac{m}{M_2}RT_2$ (2) (M_1 — ozono molio masė, M_2 — deguonies molio masė). Šilumos balanso lygtis tokia: $q\frac{m}{M_1}=$ $=C_V\frac{m}{M_2}(T_2-T_1)$ (3). Iš (1)—(3) lygties

$$\frac{p_2}{p_1}=\frac{q}{C_VT_1}+\frac{M_1}{M_2}=10.$$



192 pav.



193 pav.

2.2.6. Turime $Q=\Delta U+A$ (1); čia vieno molio $Q=C\Delta T$ (2) ir $\Delta U=C_V\Delta T$ (3).

Vieno molio dujų būsenos lygtis $pV=RT$. Iš sąlygos $T\sim V^2$, arba $T=aV^2$ (4); čia a — konstanta. Tada $pV=aRV^2$, arba $p=aRV$. Priklausomybė tarp p ir V tiesinė (192 pav.). Dujų atliekamas darbas

$$A=p_{\text{vid}}\Delta V=\frac{p_1+p_2}{2}(V_2-V_1)=\frac{aR}{2}(V_2+V_1)(V_2-V_1)=$$

$$=\frac{aR}{2}(V_2^2-V_1^2).$$

Taikydami (4) lygybę, gauname: $A=\frac{R}{2}(T_2-T_1)=\frac{1}{2}R\Delta T$ (5).

Iš (1), (2), (3) ir (5) turime $C=C_V+\frac{1}{2}R$.

2.2.7. Tarsime, kad T_1 temperatūros medžiaga lydosi, paskui jos temperatūra pakeliama iki T_2. Tam reikalingas šilumos kiekis

$$Q_1=m\lambda_1+mc_1\Delta T.$$

Pasikeitus sąlygoms, lydymosi temperatūra yra T_2. Norint pakeisti būseną, pirma reikia pakelti kietos medžiagos temperatūrą iki T_2, o paskui medžiagą išlydyti. Reikalingas šilumos kiekis

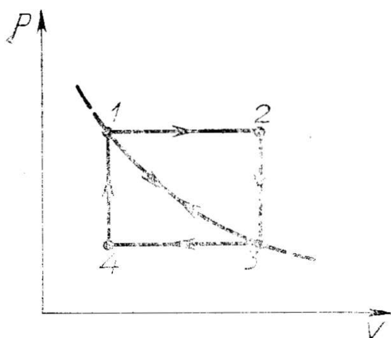
$$Q_2=m_2c_2\Delta T+m\lambda_2.$$

Galutinai medžiagos vidinė energija pakis vienodai, todėl $Q_1=Q_2$, iš čia

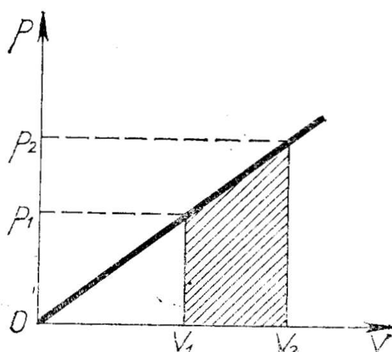
$$\Delta\lambda=\lambda_2-\lambda_1=(c_1-c_2)\Delta T.$$

2.2.8. Dujų darbas $A=p_2(V_2-V_1)$ (1). *1* ir *3* taške (193 pav.) $p_1V_1=p_2V_2$ (2), *1* taške turime $p_1V_1=\frac{m}{M}RT$ (3). Iš sąlygos $p_2=\frac{p_1}{n}$ (4). Iš (1)—(4) lygties $A=\frac{m}{M}RT\left(\frac{n-1}{n}\right)$.

2.2.9. Vandens įgyta kinetinė energija bus lygi stūmoklio atliktam darbui: $K=A=Fx$. Bet $F=pS$ ir $x=\frac{V}{S}$, todėl $K=pV$.



194 pav.



195 pav.

2.2.10. Perkeliame diagramas į V ir p koordinačių sistemą (194 pav.). Dujų darbas lygus plotui figūros, kurią apriboja ciklo grafikas. Iš brėžinio matyti, kad didesnį plotą apriboja ciklo 1—2—3—1 grafikas, todėl ir darbą dujos šiuo ciklu atlieka didesnį.

2.2.11. I termodinamikos dėsnio išraiškoje $Q=\Delta U+A$ (1) yra $Q=cm\Delta T$ (2), $\Delta U=c_V m\Delta T$ (3). Randame dujų darbą

$$A=\frac{p_1+p_2}{2}(V_2-V_1) \quad (195 \text{ pav.}).$$

Remdamiesi Mendelejevo ir Klapeirono lygtimi, pertvarkome:

$$A=\frac{1}{2}(p_2V_2-p_1V_1)-\frac{1}{2}(p_2V_1-p_1V_2)=\frac{m}{2M}R(T_2-T_1)-$$

$$-\frac{1}{2}(V_1V_2-V_1V_2)=\frac{m}{2M}R\Delta T \quad (4).$$

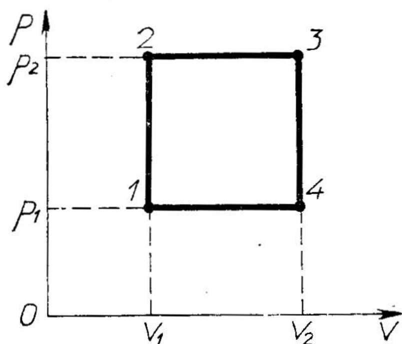
Iš (1)—(4) lygties turime: $c=c_V+\frac{R}{2M}$.

2.2.12. Sąryšį galima užrašyti ir taip: $p=BV$ (1). Taigi slėgio grafikas yra tiesė (195 pav.). Iš Mendelejevo ir Klapeirono lygties $p=\frac{m}{M}R\frac{T}{V}$. (1) lygybė bus teisinga, kai $T\sim V^2$. Taip reikia kaitinti dujas.

Ieškomasis darbas $A=\bar{p}(V_2-V_1)=\frac{p_1+p_2}{2}(V_2-V_1)$. Atsižvelgę į (1) lygybę, gauname: $A=\frac{B}{2}(V_2^2-V_1^2)$.

2.2.13. Oras yra dviatomės dujos, todėl izochorinė molinė šiluma $C_V=\frac{5}{2}R$. $T_1=T_0\left(1+\frac{mg+p_0S}{5p_0S}\right)$.

2.2.14. Darbas lygus pV diagramos plotui (196 pav.): $A=$ $=(p_2-p_1)(V_2-V_1)=(\alpha p_1-p_1)(\beta V_1-V_1)=p_1V_1(\alpha-1)(\beta-1)$ (1). Šioje lygybėje p_1V_1 reikia išreikšti temperatūrų skirtumu ΔT. Turime $p_1V_1=\nu RT_1$ (2), $T_1=\frac{p_1V_1}{\nu R}$ (3), $p_2V_2=\nu RT_3$ (4). Padalijame



196 pav.

(4) iš (2): $\alpha\beta=\frac{T_3}{T_1}$; $T_3=T_1\alpha\beta=\frac{\alpha\beta p_1V_1}{\nu R}$ (5). Iš (3) ir (5) randame $\Delta T=T_3-T_1=\frac{p_1V_1}{\nu R}(\alpha\beta-1)$; iš čia $p_1V_1=\frac{\nu R\Delta T}{\alpha\beta-1}$ (6). Įrašę (6) į (1), gauname: $A=\nu R\Delta T\frac{(\alpha-1)(\beta-1)}{\alpha\beta-1}$; $A=83$ J.

2.2.15. Paviršius gali pakilti, užšalus daliai vandens. Pažymėję ledo tankį ϱ_1, vandens ϱ_2, naują ledo aukštį h_1 ir remdamiesi masės tvermės dėsniu, rašome: $\varrho_1hS=\varrho_2hS=\varrho_1h_1S+\varrho_2S(2h+$ $+\Delta h-h_1)$; iš čia $h_1=h+\Delta h\frac{\varrho_2}{\varrho_2-\varrho_1}$. Ledo masė padidėjo $\Delta m=$ $=\varrho_1S(h_1-h)=\Delta hS\frac{\varrho_1\varrho_2}{\varrho_2-\varrho_1}$ (1). Galinė temperatūra $t=0$°C, nes ne visas vanduo užšalo (užšalus visam vandeniui, $\Delta h_1=2{,}5$ cm).

Rašome šilumos balanso lygtį: $Q_1+Q_2+Q_3=0$, arba $c_2m_2(t-t_1)-\lambda\Delta m+c_1m_1(t-t_2)=0$. Galutinai gauname:

$$t_2=\frac{c_2\varrho_2}{c_1\varrho_1}(t-t_1)+t-\frac{\lambda}{c_1}\frac{\Delta h}{h}\frac{\varrho_2}{\varrho_2-\varrho_1};\ t_2\approx-54°\text{C}.$$

2.2.16. Iš uždavinio sąlygos matyti, kad kūno išspinduliuojamos energijos galia P ir absoliutinė temperatūra T susijusios sąryšiu $P=kT^4$; čia k — proporcingumo koeficientas. Galime užrašyti:

$$P_0+\Delta P=k(T_0+\Delta T)^4=kT_0^4\left(1+4\frac{\Delta T}{T_0}+\ldots\right).$$

Kadangi $\frac{\Delta T}{T_0}\ll 1$, tai galima atmesti ir daugianario aukštesniojo laipsnio narius. Tada turime:

$$\Delta P=4P_0\frac{\Delta T}{T_0},\ \Delta T=\frac{\Delta P}{4P_0}T_0\approx 10^{-2}\ \text{K}.$$

2.2.17. Smūgio metu kamuolio oro šilumos apykaitos su aplinka praktiškai nėra, todėl 2.2 skirsnio (6) lygtyje $Q=0$ ir $\Delta U=$ $=A$ (1). Vidinės energijos pokytis $\Delta U=c_Vm_1(T_1-T)$ (2). Kamuolio suspaudimo darbas lygus turėtai potencinei energijai: $A=mgh$ (3). Kamuolio oro masę m_1 randame iš lygties $pV=$ $=\frac{m_1}{M}RT$ (4); čia $p=p_0+p_1$ (p_0 — atmosferos slėgis). Iš (1)—(4) lygties

$$T_1=T\left(1+\frac{mghR}{M(p_0+p_1)Vc_V}\right)=306\ \text{K}.$$

2.2.18. Nepaisant energijos nuostolių dėl kulkos ir vamzdžio įšilimo, galima užrašyti: $\frac{mv^2}{2}=\Delta U$ (1). Vidinės energijos pokytis $\Delta U=U_2-U_1=\frac{3}{2}\nu RT_2-\frac{3}{2}\nu RT_1=\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)$ (2). Argono medžiagos kiekį ν randame iš pradinės būsenos duomenų: $\nu=\frac{p_1V}{RT_1}$ (3). Iš (1), (2) ir (3) turime:

$$T_2=T_1\left(1+\frac{mv^2}{3p_1V}\right);\ T_2\approx 3\cdot 10^4\ \text{K}.$$

2.2.19. Žinodami izobarinę molinę šilumą C_p, iš karto galime rašyti: $Q=\nu C_p(T_2-T_1)$ (1). Ši lygybė ekvivalenti lygybei $Q=\Delta U+A$, nes ji kartu išreiškia šilumos kiekį, kurio reikia vidinei energijai pakeisti dydžiu ΔU ir besiplečiančių dujų darbui A atlikti.

Rašome pradinės ir galinės būsenos oro Mendelejevo ir Klapeirono lygtį $pV_1=\nu RT_1$ (2), $pV_2=\nu RT_2$ (3). Iš (1)—(3) lygybės gauname: $\frac{V_2}{V_1}=\frac{Q}{\nu T_1C_p}+1\approx 4$.

2.2.20. Pakaitintų kairiosios dalies dujų vidinė energija padidės, o dujos atliks darbą, kuris padidins dešiniosios dalies dujų vidinę energiją:

$$Q=\Delta U_1+A=\Delta U_1+\Delta U_2=\frac{3}{2}R\left(\frac{m_1}{M}\Delta T_1+\frac{m_2}{M}\Delta T_2\right). \quad (1)$$

Dar nekaitintų dujų būsenos lygtys yra tokios: $pV_1=\frac{m_1}{M}RT_1$, $pV_2=\frac{m_2}{M}RT_2$ (2). Čia $V_1+V_2=V$ (3). Kai, pakaitinus dujas, slėgis susilygins, dujų būsenos lygtys bus tokios:

$$(p+\Delta p)(V_1+\Delta V)=\frac{m_1}{M}R(T_1+\Delta T_1), \quad (4)$$

$$(p+\Delta p)(V_2-\Delta V)=\frac{m_2}{M}R(T_2+\Delta T_2). \quad (5)$$

Iš (2)—(5) lygties $\Delta p(V_1+V_2)=R\left(\frac{m_1}{M}\Delta T_1+\frac{m_2}{M}\Delta T_2\right)$.

Atsižvelgdami į (1), gauname: $\Delta p=\frac{2Q}{3V}=667\ \text{N/m}^2$.

2.2.21. Gavusių šilumos kiekį Q dujų temperatūra pakinta dydžiu ΔT, o vidinė energija — dydžiu ΔU. Šiluminė talpa $C=\frac{T}{\Delta Q}=\frac{\Delta U}{\Delta T}$ (1). Visas energijos pokytis ΔU lygus dujų vidinės energijos pokyčiui ΔU_1 ir spyruoklės potencinės energijos pokyčiui ΔE_p: $\Delta U=\Delta U_1+\Delta E_p$ (2). Žinome, kad $\Delta U_1=\frac{3}{2}R\Delta T$ (3). Spyruoklės potencinės energijos pokytis $\Delta E_p=\frac{k}{2}(x_2^2-x_1^2)$ (4).

Išreikškime x dujų parametrais: $p=\frac{F}{S}=\frac{kx}{S}$; $x=\frac{pS}{k}$. Iš dujų būsenos lygties $p=\frac{RT}{V}$, bet $V=xS$, taigi $p=\frac{RT}{xS}$. Gauname $x^2=\frac{RT}{k}$ (5). (5) įrašę į (4) lygtį, turime: $\Delta E_p=\frac{R}{2}\Delta T$ (6). Galutinai iš (1), (2), (3) ir (6), randame $C=2R$.

2.2.22. Besiveržiančios į indą dujos juda kryptingai, susiduria su sienelėmis, išsisklaido. Jų mechaninė energija virsta vidine energija, dujų temperatūra inde pakyla.

Rašome I termodinamikos dėsnį: $\Delta U=Q+A$. Kadangi $Q=0$, tai $A=\Delta U$ (1). Stūmoklį veikianti jėga atlieka darbą $A=p_0V_0=\nu RT_0$ (2); čia V_0 — cilindre esančių dujų tūrio pokytis (jis nelygus indo tūriui, nes $T>T_0$). Į indą patekusių dujų vidinės energijos pokytis $\Delta U=\frac{3}{2}\nu R(T-T_0)$ (3). Iš (1), (2) ir (3) turime $T=\frac{5}{3}T_0$.

2.2.23. Kai dujos buvo šildomos, palaikant pastovų jų slėgį, tūris didėjo, todėl $Q_p=\Delta U+A$; $Q_p=\Delta U+p(V_2-V_1)$ (1). Kai tūris buvo pastovus, dujos darbo neatliko, todėl $Q_V=\Delta U$ (2). Iš (1) ir (2) gauname: $Q_p-Q_V=p(V_2-V_1)$. Kadangi $pV_1=\nu RT_1$, $pV_2=\nu RT_2$, tai $Q_p-Q_V=\nu R(T_2-T_1)=\nu R\Delta T=8{,}31$ J.

2.2.24. Pagal I termodinamikos dėsnį $Q=\Delta U+A$ (1). Neonas — vienatomės dujos, todėl $\Delta U=\frac{3}{2}\nu R\Delta T$ (2). Dujų darbas $A=\frac{p_1+p_2}{2}(V_2-V_1)$. Slėgis proporcingas tūriui: $p_1=\alpha V_1$, $p_2=\alpha V_2$. Tada $A=\frac{1}{2}(p_2V_2-p_1V_1)$ (3), nes $p_1V_2-p_2V_1=0$. Tačiau $V_1=\frac{\nu RT_1}{p_1}$, $V_2=\frac{\nu RT_2}{p_2}$. Taigi $A=\frac{1}{2}\nu R\Delta T$ (4). Iš (1), (2) ir (4) turime: $Q=2\nu R\Delta T$, arba $Q=2\frac{m}{M}R\Delta T$. Kadangi $\Delta T=\Delta t$, tai apskaičiavę randame $Q=41{,}5$ J.

2.2.25. Pirmuoju atveju variklio galia $N=\frac{A}{t}=m_1q\eta\frac{v}{s}$ (1). Antruoju atveju galia $N_1=\frac{A_1}{t_1}$; čia $A_1=A'+A''=m_1q\eta+mg\frac{h}{l}s$. Taigi $N_1=\left(m_1q\eta+mg\frac{h}{l}s\right)\frac{v_1}{s}$ (2).

Tas pačias sąlygas suprantame kaip vienodą automobilio sukuriamą galią, taigi $N=N_1$ (3). Iš (1)—(3) lygties

$$v_1=v\frac{m_1q\eta}{m_1q\eta+mg\frac{h}{l}s}=14 \text{ m/s}.$$

2.2.26. Šilumos kiekis, gaunamas iš kuro per valandą, $Q=qm$. Naudingam darbui tenka šilumos kiekis $Q_1=\eta qm$; čia $\eta=\frac{T_1-T_2}{T_1}$. Variklis gali sukurti galią $N=\frac{Q_1}{t}=\frac{qm}{t}\cdot\frac{T_1-T_2}{T_1}=263$ kW.

2.3. GARŲ, SKYSČIŲ IR KIETŲJŲ KŪNŲ SAVYBĖS

2.3.1. Reikia palenkti vamzdelį. Jei tik sotieji garai, vandens paviršius abiejose šakose bus vienodo lygio, jei yra oro — nevienodo.

2.3.2. 1) Vandens lygis pasidarys toks pat, kaip susisiekiančiuose induose. *A* inde dalis vandens garų susikondensuos, *B* inde dalis vandens išgaruos.

2) Sočiųjų vandens garų slėgis toje pačioje temperatūroje ties vandens paviršiumi nevienodas, nes *A* inde vandens paviršių papildomai slėgs stulpelio, kurio aukštis *h*, vandens garai (dėl savo svorio). *B* inde vanduo greičiau garuos, o *A* inde kondensuosis, kol vandens lygis pasidarys vienodas.

2.3.3. Susidarius pusiausvyrai, *A* inde bus oras ir sotieji vandens garai. Oro slėgį p_1 randame pagal Boilio ir Marioto dėsnį: $p_1 = p_0 \frac{H}{H-h}$. Pilnutinis slėgis inde lygus $p_2 = p_0 + (H-h)\varrho g$; čia ϱ — vandens tankis. Tada sočiųjų vandens garų slėgis

$$p = p_2 - p_1 = (H-h)\varrho g - p_0 \frac{h}{H-h} = 3 \text{ kPa}.$$

2.3.4. Sočiųjų garų masė būtų $m = \varrho V = 25{,}25$ kg. Vadinasi, visas vanduo išgaruos, ir garai nebus sotieji, todėl $m_2 = m_1 = 20$ kg. Garų slėgis $p = \frac{m_2 RT}{MV} = 840$ kPa.

2.3.5. Viso vandens sočiųjų garų tūrį pažymėkime V (5°C temperatūroje). Tada $\tau = \frac{V}{u}$. Bet $V = \frac{m}{pM} RT$, todėl

$$\tau = \frac{mRT}{pMu} = 3600 \text{ s} = 1 \text{ h}.$$

2.3.6. Didžiausias 100°C temperatūros vandens garų slėgis $p = 1$ atm. Esant pusiausvyrai, azoto slėgis turi būti toks pat. Azoto tūris

$$V_2 = \frac{m_2}{Mp} RT = 2{,}2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 2{,}2 \text{ l}.$$

Tai daugiau negu indo tūris. Vanduo susikondensuos ir azotas užims visą cilindrą, išskyrus vandens užpildytąją dalį.

2.3.7. Vanduo tuo pačiu metu virs ir šals, kai išorinis slėgis bus mažesnis už 0°C temperatūros sočiųjų garų slėgį, t. y. mažesnis už 4,58 mm Hg, arba už 603 Pa.

2.3.8. Virs tik tuo atveju, kai verdantis vanduo bus perkaitintas ir jo temperatūra bus aukštesnė už vandens temperatūrą inde. Kai vandens temperatūra iš abiejų indo sienelių pusių bus vienoda (lygi 100°C), šiluma negalės plisti, vanduo inde nevirs.

2.3.9. Vandeniui paversti garais virimo temperatūroje reikia šilumos kiekio $Q = \Delta U + A$; čia A — garų atliktas darbas. Vidinės energijos pokyčiui tenka $\Delta U = Q - A$ (1).

Žinodami specifinę garavimo šilumą L, gaunаme $Q=Lm$ (2). Vandens garų darbas $A=p(V_2-V_1)$ (3); $V_2=\frac{mRT}{pM}$ (4), $V_1=\frac{m}{\varrho}$ (5); čia ϱ — vandens tankis, p — atmosferos slėgis. Ieškomoji šilumos kiekio dalis iš (1)—(5) lygties lygi

$$k=\frac{\Delta U}{Q}=1-\frac{1}{L}\left(\frac{RT}{M}-\frac{p}{\varrho}\right)=0{,}924=92{,}4\%.$$

2.3.10. Pagal Mendelejevo ir Klapeirono lygtį sočiųjų garų slėgis $p=\frac{m}{M}\cdot\frac{RT}{V}$ (1). Cilindre yra sotieji vandens garai (atšakoje — vanduo). Nusileidus stūmokliui, susikondensuos $V=\frac{\pi D^2}{4}\cdot H$ tūrio garai (2). Jų masė $m=\varrho\frac{\pi d^2}{4}\cdot h$. (2) ir (3) įrašę į (1), turime:

$$p=\varrho\left(\frac{d}{D}\right)^2\cdot\frac{h}{H}\cdot\frac{RT}{M};\ p=2{,}16\ \text{kPa}.$$

2.3.11. Burbuliuke, atsirandančiame skysčių riboje, yra vandens ir CCl_4 garų. Jų pilnutinis slėgis p lygus atmosferos slėgiui p_0 (nekreipiant dėmesio į skysčių ribos gylį). Slėgį p sudaro abiejų skysčių daliniai slėgiai: $p=p_0=p_1+p_2$. CCl_4 garų slėgis burbuliuke yra $p_1=p_0-p_2=760$ mm Hg $-$ 192 mm Hg $=$ 568 mm Hg. Vandens medžiagos kiekio ν_2 ir anglies tetrachlorido medžiagos kiekio ν_1 santykis burbuliuke lygus dalinių slėgių santykiui: $\frac{\nu_1}{\nu_2}=\frac{p_1}{p_2}=2{,}96$.

Su kiekvienu burbuliuku iškylančių CCl_4 garų masės m_1 ir vandens garų masės m_2 santykis $\frac{m_1}{m_2}=\frac{M_1\nu_1}{M_2\nu_2}=\frac{154}{18}\cdot 2{,}96=25{,}3$. Taigi CCl_4 išgaruos apie 25 kartus greičiau.

2.3.12. Ieškomasis darbas $A=p\Delta V$ (1); čia ΔV — sočiųjų garų tūrio pokytis. Toks yra susikondensavusių garų tūris (į susikondensavusio vandens tūrį dėmesio nekreipiame).

Iš Mendelejevo ir Klapeirono lygties turime $p=\frac{RT}{M}\cdot\frac{m}{V}$ (2). Tada iš (1) ir (2) $A=\frac{RT}{M}\cdot\frac{m\Delta V}{V}$ (3). Kadangi $\frac{m}{V}=\frac{\Delta m}{\Delta V}$, tai $\frac{m\Delta V}{V}=$ $=\Delta m$ (4). Čia Δm yra susikondensavusių garų masė, todėl $\Delta m=$ $=\frac{Q}{L}$ (5). Iš (3), (4) ir (5) turime $A=\frac{RTQ}{ML}$.

2.3.13. Iš Mendelejevo ir Klapeirono lygties randame papildomo vandens kiekio masę Δm: $\Delta pV=\frac{\Delta m}{M}RT$, $\Delta m=\frac{\Delta pVM}{RT}$ (1). Papildomų vandens garų dalinis slėgis lygus

$$\Delta p=\frac{p_0r_1}{100}-\frac{p_0r}{100}=\frac{p_0}{100}(r_1-r). \qquad (2)$$

Iš (1) ir (2) lygties

$$\Delta m=\frac{p_0MV}{100RT}(r_1-r)=0{,}31\ \text{kg}.$$

2.3.14. V tūryje esančių vandens garų masė $m_1 = \frac{M_1 p_1 V}{RT}$ (1); čia M_1 — vandens molio masė, p — 20°C temperatūros sočiųjų garų slėgis. Oro masė V tūryje yra $m_2 = \frac{M p_2 V}{RT}$ (2). Iš (1) ir (2) randame drėgno oro masę $m = m_1 + m_2 = \frac{V}{RT}(M_1 p_1 + M p_2)$ (3). Sauso oro masė V tūryje lygi $m_3 = \frac{MpV}{RT}$ (4); čia $p = p_1 + p_2$ (5). Iš (3)—(5) gauname:

$$\frac{m_3 - m}{m_3} = \frac{p_1(M - M_1)}{pM} = 8{,}8 \cdot 10^{-3} = 0{,}88\%.$$

2.3.15. Ir lauke, ir kambaryje santykinė oro drėgmė artima 100%. Sočiųjų vandens garų slėgis lauke daug mažesnis negu kambaryje, nes kambaryje aukštesnė temperatūra. Atidarius orlaidę, į kambarį iš lauko pateks šalto oro. Kambaryje oras sušils. Vandens garai jame nebus sotieji, skalbiniai ims greičiau džiūti. Šiltas kambario oras išeis laukan, atvės, dalis jame esančių vandens garų susikondensuos.

2.3.16. Gyvsidabrio lašo paviršiaus energija $U_p = \sigma S_1 = \sigma\pi d^2$, o suspaudus $U_p' = \sigma\frac{\pi d^3}{3h}$, nes gyvsidabris stiklo nedrėkina ir tarp stiklinių plokštelių įgyja ritinio formą. To ritinio vieno pagrindo plotas lygus $\frac{\pi d^3}{6} : h$, o abiejų pagrindų plotas $\frac{\pi d^3}{3h}$. Į šoninį paviršių neatsižvelgta, nes jis palyginti mažas. Suspausto gyvsidabrio paviršiaus plotas didesnis, jo paviršiaus energija didesnė, todėl suspaudžiant atliktas darbas $A = U_p' - U_p = \sigma\pi d^2\left(\frac{d}{3h} - 1\right) = 3{,}5 \cdot 10^{-6}$ J.

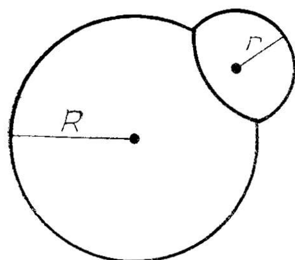
2.3.17. Lašo atitrūkimo momentu sunkio jėga lygi paviršiaus įtempimo jėgai: $mg = \pi d\sigma$; iš čia $m = \frac{\pi d\sigma}{g} = 0{,}06$ g.

2.3.18. Esant pusiausvyrai, gyvsidabrio paviršiaus slėgis vamzdelyje dėl paviršiaus įtempimo jėgų lygus h aukščio gyvsidabrio stulpelio slėgiui: $\frac{2\sigma\cos\Theta}{r} = \varrho gh$; iš čia $\cos\Theta = \frac{r\varrho gh}{2\sigma} = 0{,}354$, $\Theta \approx 69°$.

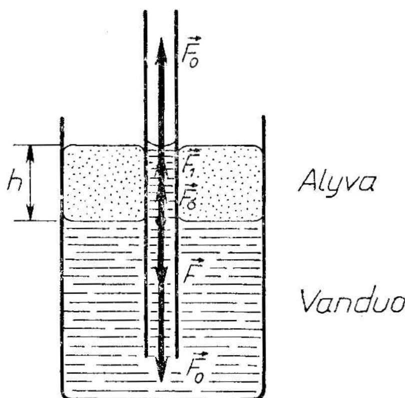
2.3.19. Turime $h_1 = \frac{2\sigma}{\varrho g r_1}$, $h_2 = \frac{2\sigma}{\varrho g r_2}$; iš čia $\frac{h_1}{h_2} = \frac{r_2}{r_1}$. To paties skysčio stulpelių aukščių vamzdeliuose santykis nepriklauso nuo skysčio tankio, todėl lygių skirtumas nesikeis.

2.3.20. Papildomas oro slėgis burbuluose yra $p_1 = \frac{4\sigma}{r_1}$ ir $p_2 = \frac{4\sigma}{r_2}$, nes muilo burbulą sudaro dvi muilo skiedinio plėvelės. Matome, kad $p_2 > p_1$. Oras tekės vamzdžiu į didesnįjį burbulą, kol susitraukusio mažojo burbulo plėvelės kreivumas pasidarys lygus didžiojo burbulo kreivumui. Tada bus pusiausvyra.

2.3.21. Papildomas slėgis mažojo burbulo viduje didesnis negu didžiojo. Todėl bendroji plėvelė išsilenks į didžiojo burbulo



197 pav.



198 pav.

vidų (197 pav.), kad jos slėgis padėtų susidaryti pusiausvyrai: $\frac{4\sigma}{R}+\frac{4\sigma}{R_x}=\frac{4\sigma}{r}$; čia R_x — bendros plėvelės kreivumo spindulys. $R_x=\frac{Rr}{R-r}$.

2.3.22. Tardami, kad aplinkos oro ir burbulų oro temperatūra vienoda, ir žinodami, jog burbulų oro masės nekinta, gauname: $m_3=m_1+m_2$ (1), $p_1V_1=\frac{m_1}{M}RT$ (2), $p_2V_2=\frac{m_2}{M}RT$ (3) ir $p_3V_3=$ $=\frac{m_3}{M}RT$ (4); iš čia $p_3V_3=p_1V_1+p_2V_2$ (5). Tačiau $p_1=p_0+\frac{4\sigma}{R_1}$ (6), $p_2=p_0+\frac{4\sigma}{R_2}$ (7), $p_3=p_0+\frac{4\sigma}{R_3}$ (8). Kadangi $V=\frac{4}{3}\pi R^3$ (9), iš (5)—(9) gauname:

$$p_0=\frac{4\sigma\,(R_1^2+R_2^2-R_3^2)}{R_3^3-R_1^3-R_2^3}.$$

2.3.23. Iš jėgų pusiausvyros (198 pav.) $F_0+F_1+F_\sigma=F_0+F$; padalijus iš skerspjūvio ploto S, $\varrho_1gh+\frac{2\sigma}{r}=\varrho gh$; iš čia

$$h=\frac{2\sigma}{gr(\varrho-\varrho_1)}=15\ \text{cm}.$$

2.3.24. Geležies $l=l_0(l+\alpha\Delta t)$, vario $l_1=l'_0\,(l+\alpha_1\Delta t)$. Jų ilgių skirtumas $l-l_1=l_0-l'_0+\Delta t(l_0\alpha-l'_0\alpha_1)$. Iš sąlygos $l-l_1=l_0-l'_0$, todėl $l_0\alpha-l'_0\alpha_1=0$, arba $\frac{l_0}{l'_0}=\frac{\alpha_1}{\alpha}$. Remiantis proporcijos savybėmis, $\frac{l_0}{l_0-l'_0}=\frac{\alpha_1}{\alpha_1-\alpha}$; iš čia

$$l_0=\frac{\alpha_1}{\alpha_1-\alpha}\,(l_0-l'_0)=6{,}96\ \text{cm}.$$

Analogiškai $\frac{l_0-l'_0}{l'_0}=\frac{\alpha_1-\alpha}{\alpha}$; iš čia

$$l'_0=\frac{\alpha}{\alpha_1-\alpha}(l_0-l'_0)=4{,}96 \text{ cm}.$$

2.3.25. Viršutiniame taške atmosferos slėgį p_0 atsveria slėgio iš vidaus p_1 ir slėgio $\frac{2\sigma}{R_1}$ skirtumas (pastarasis slėgis nukreiptas į lašo vidų): $p_0=p_1-\frac{2\sigma}{R_1}$ (1). Slėgių pusiausvyra apatiniame taške tokia: $p_0=p_1+\varrho gd-\frac{2\sigma}{R_2}$ (2). Iš (1) ir (2) turime:

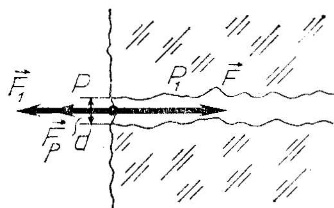
$$\frac{R_1-R_2}{R_1R_2}=\frac{\varrho gd}{2\sigma}.$$

Lašas mažas, todėl R_1 ir R_2 mažai skiriasi ir galime laikyti, kad $R_1=R_2=\frac{d}{2}$. Tada $R_1-R_2=\frac{\varrho gd^3}{8\sigma}\approx 0{,}14$ mm.

2.3.26. Iš išorės negaunantis šilumos lašas galėtų išgaruoti, naudodamas paviršiaus įtempimo energiją: $Q=\Delta U_p$ (1). Žinome, kad $Q=mL=\varrho\Delta VL$ (2). Čia ΔV — garuojančio lašo tūrio sumažėjimas: $\Delta V=\frac{4}{3}\pi R^3-\frac{4}{3}\pi(R-\Delta R)^3=4\pi R^2\Delta R-4\pi R(\Delta R)^2+$ $+\frac{4}{3}\pi(\Delta R)^3$. Kadangi ΔR labai mažas, paskutiniuosius du narius galime atmesti: $\Delta V\approx 4\pi R^2\Delta R$ (3). Iš (2) ir (3) gauname: $Q=$ $=4\pi\varrho LR^2\Delta R$ (4). Paviršiaus energija sumažėja: $\Delta U_p=\Delta S\sigma$ (5). Čia $\Delta S=4\pi R^2-4\pi(R-\Delta R)^2\approx 8\pi R\Delta R$ (6). Iš (1), (4), (5) ir (6) randame $R=\frac{2\sigma}{\varrho L}\approx 10^{-8}$ cm. Toks lašas negali egzistuoti, nes jis būtų molekulės dydžio. Tiesa, gali šiek tiek vandens išgaruoti, lašo temperatūrai nukrintant iki 0°C. Tai nesunku apskaičiuoti. Susidarytų apie 0,04 lašo masės, laikant, kad lašas yra kambario temperatūros.

Vadinasi, joks lašas negali išgaruoti, negaudamas šilumos.

2.3.27. Stiklo paviršius nėra labai lygus (199 pav.), todėl tarp sudėtų plokštelių yra vandens sluoksnis. Sakykime, jo vidutinis storis d. Dėl paviršiaus įtempimo pakraščiuose vanduo įlinksta, sudaro vandens paviršiaus pusritinį, kurio spindulys $r=\frac{d}{2}$. Šį skysčio paviršių veikia išorinio slėgio p jėga F, slėgio skysčio viduje p_1 jėga F_1 ir slėgio dėl paviršiaus įtempimo jėga F_p. Pusiausvyros sąlyga tokia: $\vec{F}+\vec{F}_1+\vec{F}_p=0$, $F-$ $-F_1-F_p=0$ (1). Jei stiklo lietimosi pakraščio ilgis l, tai $F=pS=pld$ (2); $F_1=p_1ld$ (3), $F_p=2\sigma l$ (4). Iš (1) — (4) lygybės $pld-p_1ld-2\sigma l=0$ (5). Slėgių skirtumas $\Delta p=p-p_1$ (6). Tada $\Delta p=\frac{2\sigma}{d}=\frac{\sigma}{r}$. Įrašę $\sigma=70\cdot 10^{-3}$ N/m



199 pav.

ir $d \approx 10^{-6}$ m, gauname: $\Delta p = 1{,}4 \cdot 10^5$ N/m^2. Tarkime, kad stiklinės plokštelės plotas lygus 1 dm^2. Tada plokšteles laikytų $1{,}4 \cdot 10^3$ N jėga. Štai kodėl sunku atskirti stiklus.

2.3.28. 1) Tarkime, kad kairiojo kapiliaro spindulys r_1, dešiniojo r_2. Slėgį į kiekvieno kapiliaro dugną sudaro hidrostatinis slėgis $\varrho g h$, sočiųjų garų slėgis p_s ir slėgis dėl skysčio paviršiaus įtempimo $p_p = \frac{2\sigma}{r}$. Kai kapiliaruose yra vanduo, pusiausvyros sąlygomis turime: $\varrho g h_1 + p_s - \frac{2\sigma}{r_1} = \varrho g h_2 + p_s - \frac{2\sigma}{r_2}$. Vandens stulpelių aukščių skirtumas kapiliaruose $h_2 - h_1 = \frac{2\sigma(r_1 - r_2)}{\varrho g r_1 r_2}$.

Analogiškai gyvsidabrio stulpelių $h_1 - h_2 = \frac{2\sigma_1(r_1 - r_2)}{\varrho_1 g r_1 r_2}$. Tik čia σ_1 ir ϱ_1 — gyvsidabrio paviršiaus įtempimas ir tankis.

2) Nesvarumo sąlygomis hidrostatinio slėgio nėra. Vanduo sudrėkina visą abiejų kapiliarų paviršių ir, jeigu jo yra pakankamai, gali užpildyti siaurąjį kapiliarą. Gyvsidabris kapiliarų sienelių nedrėkina, todėl jis susirenka į storąjį kapiliarą ir sudaro pailgą lašą.

2.3.29. Turime $\Delta l = l_0 \alpha \Delta t = l_0 \alpha (t_1 - t)$. Šią išraišką įrašome į Huko dėsnio formulę (11) ir gauname:

$$F = \alpha (t_1 - t) E S = 39\,600 \text{ N}.$$

2.3.30. Kai vandens kiekis bus pakankamai didelis, 1) skysčio paviršius pakils virš brūkšnelio, paskui nusileis iki brūkšnelio, 2) iš pradžių pakils, paskui nusileis, bet nepasieks brūkšnelio, 3) pakils, paskui nusileis žemiau brūkšnelio.

2.3.31. Tūrio padidėjimas $\Delta V = V_0 \beta \Delta t$, o suteiktas šilumos kiekis $Q = c m \Delta t$. Iš čia $\Delta V = \frac{V_0 \beta Q}{mc} = \frac{\beta Q}{\varrho c}$. Taigi tūrio padidėjimas nepriklauso nuo pradinio tūrio.

2.3.32. Pradinis skysčių tūris $V_1 = \frac{m_1}{\varrho_1} = \frac{m_1}{\varrho_0}(1 + \beta t_1)$ ir $V_2 = \frac{m_2}{\varrho_0}(1 + \beta t_2)$; čia ϱ_0 — 0°C temperatūros skysčio tankis. Temperatūrai suvienodėjus, $V_1' = \frac{m_1}{\varrho_0}(1 + \beta \Theta)$ ir $V_2' = \frac{m_2}{\varrho_0}(1 + \beta \Theta)$. Remdamiesi šilumos balanso lygtimi $c m_1 (\Theta - t_1) = c m_2 (t_2 - \Theta)$, įrodome, kad $V_1 + V_2 = V_1' + V_2'$.

3. ELEKTRODINAMIKOS PAGRINDAI

3.1. ELEKTROSTATIKA

3.1.1. $r=\sqrt[3]{\frac{3q}{4\pi\varrho\sqrt{4\pi\varepsilon_0\gamma}}}$.

3.1.2. $q_1=-q_2\frac{m+2n^2\pm2n\sqrt{m+n^2}}{m}$.

3.1.3. Reikia 8 kartus padidinti laisvojo rutuliuko masę.

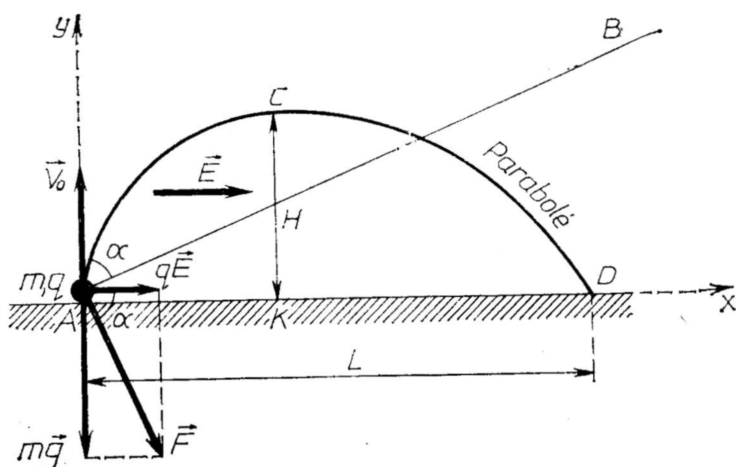
3.1.4. Rutuliukas poliarizuosis — pavirs elektriniu dipoliu. Trauka tarp nurodytų taškinių krūvių sustiprės.

3.1.5. Abiejų rutuliukų krūviai turi būti tokio dydžio, kad jų sandauga būtų lygi $q_1q_2=4\pi\varepsilon_0 mgl^2\operatorname{tg}\alpha=1{,}09\cdot10^{-12}C^2$.

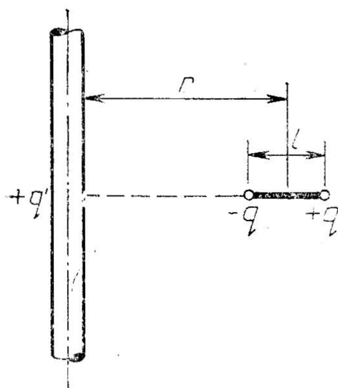
3.1.6. $Q=\sqrt{2\varepsilon\varepsilon_0 lhF}=4{,}3\cdot10^{-7}$ C.

3.1.7. Rutuliukai išsidėstys taisyklingojo trikampio viršūnėse. Šio trikampio kraštinė lygi $\frac{l\sqrt{3}}{2}$; $q=l\sqrt{\pi\varepsilon_0 mg}=3{,}29\cdot10^{-8}$ C.

3.1.8. Išmestą įelektrintą rutuliuką veikia sunkio jėga $m\vec{g}$ ir elektrinio lauko jėga $q\vec{E}$ (200 pav.). Atstojamosios jėgos $\vec{F}$ kryptis atlieka vertikalės, o linija AB (kai $q>0$) — horizonto vaidmenį. Todėl rutuliukas juda parabole, lyg būtų išmestas kampu α:



200 pav.



201 pav.

į horizontą. Didžiausias pakilimo aukštis $H=\frac{v_0^2}{2g}$, o atstumas, kuriuo jis nukris, $L=\frac{2qEv_0^2}{mg^2}$.

3.1.9. 1) $x=\frac{mv_0^2}{2(E\cdot|q|-mg)}=0{,}05$ m;
2) $E_1\leqslant\frac{mv_0^2}{2d\cdot|q|}+\frac{mg}{|q|}=800$ V/m.

3.1.10. Du kartus sumažės.

3.1.11. Elektrinis cilindro laukas veiks teigiamą dipolio krūvį $+q$ ir neigiamą $-q$ (201 pav.). Pažymėję jėgas (jų projekcijas) atitinkamai F_+ ir F_-, randame: $F_+=+qE=$ $=\frac{\tau q}{2\pi\varepsilon_0\left(r+\frac{l}{2}\right)}$ ir $F_-=-qE=-\frac{q\tau}{2\pi\varepsilon_0\left(r-\frac{l}{2}\right)}$. Molekulę veikianti jėga $F\approx-\frac{ql\tau}{2\pi\varepsilon_0 r^2}$, nes $r^2\gg\frac{l^2}{4}$ ir $r^2-\frac{l^2}{4}\approx r^2$.

3.1.12. $E=246$ V/m.

3.1.13. $t=\sqrt{\frac{d}{g\left(1-\frac{U_2}{U_1}\right)}}=0{,}45$ s.

3.1.14. Krintantį lašą veikia sunkio jėga, Archimedo, elektrinio lauko ir lašo krūvio q sąveikos jėga bei oro pasipriešinimo jėga, kurių didumas G, F_A, qE ir $k\frac{s}{t}$. Nusistovėjus judėjimo greičiui, šių jėgų vektorinė suma lygi 0. Atsižvelgdami į jų kryptis, galime parašyti lygčių sistemą:

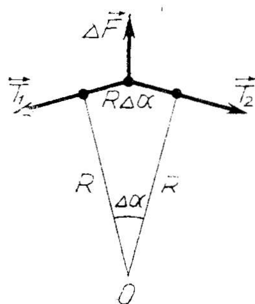
$$\begin{cases} G-F_A-qE+k\frac{s}{t_1}=0, \\ G-F_A+qE-k\frac{s}{t_2}=0, \\ G-F_A-k\frac{s}{t}=0. \end{cases}$$

Ją išsprendę, gauname $t=\frac{2t_1t_2}{t_1-t_2}$.

3.1.15. Disko judėjimui taikomas II Niutono dėsnis: $Mg-F=$ $=Ma$ (1). Diskui krintant su pagreičiu, laisvieji elektronai bus veikiami inercine jėga ma, nukreipta prieš judėjimo kryptį. Dėl to disko viduje susidarys E stiprumo elektrinis laukas. Atskirą elektroną veikiančių jėgų pusiausvyros sąlyga: $mg-ma=eE$ (2). Išsprendę (1) ir (2) lygčių sistemą, randame $E=\frac{mF}{eM}=\frac{F}{\gamma M}$.

3.1.16. $Q=-q\frac{\sqrt{2}}{2}$. Pusiausvyra nepastovi.

3.1.17. Kadangi $Q \gg q$, į žiedo atskirų elementų elektrinę tarpusavio sąveiką neatsižvelgsime. Išskirkime žiedo ilgio elementą $R\Delta\alpha$ (202 pav.). Krūvis Q jį veikia jėga $\Delta F = \frac{Q\Delta q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$ (1). Čia $\Delta q = \frac{q\Delta\alpha}{2\pi}$ (2) yra žiedo elemento $R\Delta\alpha$ krūvis. Žiedo įtempimo jėgos $\vec{T}_1$ ir $\vec{T}_2$ ($T_1 = T_2 = T$) atsveria jėgą $\Delta\vec{F}$, t. y. $\Delta F = 2T\sin\frac{\Delta\alpha}{2} \approx T\Delta\alpha$ (3). Iš (1), (2) ir (3) randame $T = \frac{Qq}{8\pi^2\varepsilon_0 R^2}$.



202 pav.

3.1.18. Rutulio ir plokštės talpa visais sulietimo momentais yra vienoda. Ieškomasis krūvis $q_x = \frac{q_1 Q}{Q - q_1}$.

3.1.19. Negalima, kadangi laidininko paviršius yra ekvipotencialinis.

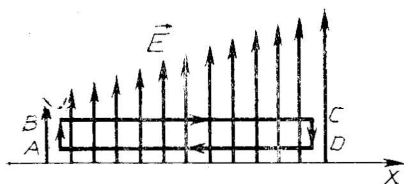
3.1.20. Negali, kadangi elektrostatinis laukas turi būti potencialinis, t. y. lauko jėgos uždarame kelyje neatlieka darbo. Šiuo atveju uždarame kelyje $ABCDA$ jėgų atliktas darbas nėra lygus 0 (203 pav.), nes $A_{CD} + A_{AB} \neq 0$.

3.1.21. $\varphi = \frac{Q - q}{4\pi\varepsilon_0 r}$.

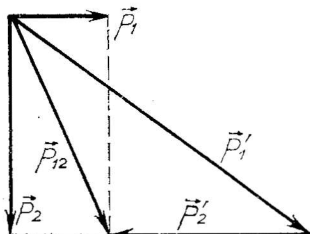
3.1.22. $v = \sqrt{\frac{1}{r}\left(gR^2 - \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 m}\right)}$; čia g — laisvojo kritimo pagreitis tos planetos paviršiuje. Ieškomasis mažiausias greitis lygus nuliui.

3.1.23. Atstojamasis abiejų kūnų impulsas $\vec{p}_{12}$ yra pastovus: $\vec{p}_{12} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}\,'_1 + \vec{p}\,'_2$; čia $\vec{p}_1$ ir $\vec{p}_2$ — kūnų impulsai, prieš įjungiant elektrinį lauką, $\vec{p}\,'_1$ ir $\vec{p}\,'_2$ — impulsai, elektrinį lauką išjungus. Naudodamiesi 204 paveikslu, randame ieškomąjį greitį $v_x = \sqrt{52}v$.

3.1.24. Ieškomoji mažiausia kinetinė energija arba sistemos energija prieš reakciją $E_1 = \frac{m_\alpha v^2}{2}$; čia v — ieškomasis greitis. Sis-



203 pav.



204 pav.

temos energija po reakcijos $E_2 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + 2\frac{m_\alpha v_1^2}{2}$. Pagal judesio kiekio tvermės dėsnį $v_1 = \frac{v}{2}$. Be to, $E_1 = E_2$. Iš tų lygybių išplaukia, kad $E_1 = \frac{8e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = 4{,}6 \cdot 10^{-13}$ J, $v = \sqrt{\frac{2E_1}{m_\alpha}} = 1{,}2 \cdot 10^7$ m/s.

3.1.25. $A = \frac{e^2E^2t^2}{2m}$.

3.1.26. $\Delta\varphi = \frac{dW_k}{el}\sin 2\alpha = 100$ V.

3.1.27. $v = \sqrt{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2e^2}{ma}\left(2+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}$; čia m — elektrono masė, e — krūvis.

3.1.28. $F = \varepsilon_0\pi\frac{d_1d_2}{r^2}\varphi^2 = 2{,}48 \cdot 10^{-8}$ N.

3.1.29. $A = W_2 - W_1 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 a}\left(\sqrt{2} - \frac{1}{3}\right)$; čia W_1 — tiesėje esančių krūvių energija, W_2 — kvadrato viršūnėse esančių krūvių energija.

3.1.30. 1) $a = g + \frac{qE}{m}$; b) $a = g - \frac{qE}{m}$;
2) $q = -5{,}88 \cdot 10^5$ C.

3.1.32. $q_1 = \frac{2qR}{R+r}$; $q_2 = \frac{2qr}{R+r}$; $\Delta W = -\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\frac{(R-r)^2}{(R+r)Rr}$.

3.1.33. Nesujungtų lašelių potencinė energija $\Pi_1 = \frac{Nq^2}{2\cdot 4\pi\varepsilon_0 r}$; čia $N = 10^6$. Naujo lašo energija $\Pi_2 = \frac{(Nq)^2}{2\cdot 4\pi\varepsilon_0 R}$; čia R — lašo spindulys. Ieškomasis darbas $A = \Pi_2 - \Pi_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{2r}\left(N^{\frac{5}{3}} - N\right) = 1{,}15 \cdot 10^{-2}$ J.

3.1.34. $\varphi' = \varphi\sqrt[3]{N^2}$.

3.1.35. Antrąjį kondensatorių galima įstatyti tarp pirmojo plokščių dviem būdais: a) teigiamą plokštę — prie teigiamos, o neigiamą — prie neigiamos; b) teigiamą plokštę — prie neigiamos, o neigiamą — prie teigiamos. Sistemos energiją, kai kondensatoriai neįstatyti vienas į kitą, pažymėkime W_0. Tada $W_a = \frac{3}{2}W_0$, $W_b = \frac{1}{2}W_0$.

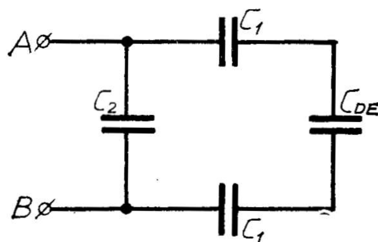
3.1.36. 1) $E_2 = E_1$ — lauko stiprumas nepakis. 2) $E_2 = E_1\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$ ir $\Delta E = E_2 - E_1 = \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - 1\right)E_1$.

3.1.37. $\Delta W = W'' - W' = -\frac{1}{2}\cdot\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}(\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2)^2$. Kadangi energijos pokytis neigiamas, tai sujungus energija sumažėjo. Sujungiant laidais tekėjo srovė. Energijos skirtumas $W' - W''$ lygus dėl tos srovės išsiskyrusiam šilumos kiekiui. Jis nepriklauso nuo jungiamųjų laidų varžos.

3.1.38. $\Delta\varphi = \frac{C_1\Delta\varphi_1 + C_2\Delta\varphi_2}{\varepsilon C_1 + C_2} = 2{,}4$ V.

3.1.39. $\Delta d = d_1 \frac{\varepsilon - 1}{2} = 2$ mm.

3.1.40. 1) $\Delta\varphi_{max} = 4Ed = 84$ kV; 2) $\Delta\varphi_{max} = Ed\left(3 + \frac{1}{\varepsilon}\right) = 66$ kV. Viršijus leistiną potencialų skirtumą, visi trys oriniai kondensatoriai bus pramušami, stiklo pripildytas — atlaikys.



205 pav.

3.1.41. Schemoje, pavaizduotoje 92 paveiksle, dešinioji baterijos dalis tarp taškų E ir D yra sudaryta iš dviejų lygiagrečių šakų, kurių vienoje įjungtas kondensatorius C_2, o kitoje C_1, C_2 ir C_1 sujungti nuosekliai. Todėl šią schemą galime supaprastinti (205 pav.). Čia $C_{DE} = C_2\left(1 + \frac{C_1}{2C_2 + C_1}\right)$. Taigi

$$C = C_2\left(1 + \frac{2C_1(C_2 + C_1)}{C_1^2 + 6C_1C_2 + 4C_2^2}\right) = 1{,}6\ \mu\text{F}.$$

3.1.42. Schemoje (93 pav.) taškų *1*, *2* ir *3* potencialai yra vienodi. Taip pat ir taškų *4*, *5*, *6*. Todėl galime sujungti į vieną tašką *1*, *2*, *3* bei *4*, *5*, *6*. Dėl to režimas grandinėje nepakis. Gausime tris nuosekliai sujungtas kondensatorių grupes, kurios sudarytos iš *3*, *6* ir *3* lygiagrečiai sujungtų kondensatorių. Taigi $C_x = 1{,}2C$.

3.1.43. Šis uždavinys panašus į 3.1.39 uždavinį arba į 4 pavyzdį (84 pav., *a*). Ieškomasis talpos pokytis $\Delta C = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)m}{\varrho d^2} = 2{,}3 \cdot 10^{-11}$ F.

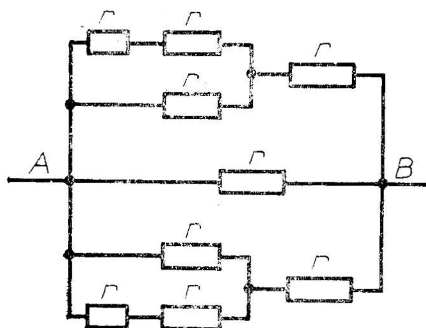
3.2. NUOLATINĖ ELEKTROS SROVĖ

3.2.1. $v = \frac{M}{eN_A\varrho} \cdot \frac{I}{S} = 7{,}39 \cdot 10^{-7}$ m/s; čia ϱ — vario tankis.

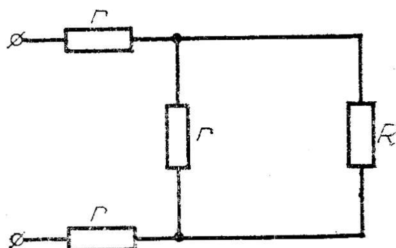
3.2.2. $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \ldots + \frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n} > \frac{1}{2}$, nes $n\frac{1}{2n} = \frac{1}{2}$.

3.2.3. Ekvivalentinė schema pavaizduota 206 paveiksle. $R = \frac{5}{11} r$.

3.2.4. Atjungus pirmąjį grandinės elementą, grandinės varža nepakinta, nes tokių elementų be galo daug. Pažymėję ją R, sužinome, kad pilnutinė grandinės varža (pagal ekvivalentinę schemą 207 pav.) yra lygi dviejų nuosekliai ir dviejų lygiagrečiai sujungtų varžų ekvivalentinei varžai, t. y. $R = 2r + \frac{Rr}{R + r}$ (1). Išsprendę (1), randame: $R = r(1 + \sqrt{3})$.



206 pav.



207 pav.

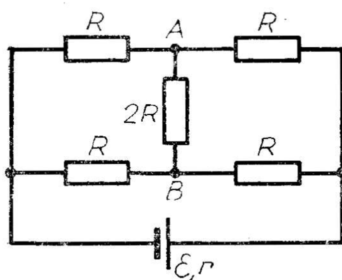
3.2.5. $I=\frac{C\Delta\varphi}{\varepsilon_0\varepsilon\varrho}=9{,}7\cdot10^{-7}$ A.

3.2.6. Ekvivalentinė schema pateikta 208 paveiksle. Iš jos matyti, kad taškų A ir B potencialai vienodi. Srovė $2R$ varžos rezistoriumi neteka.

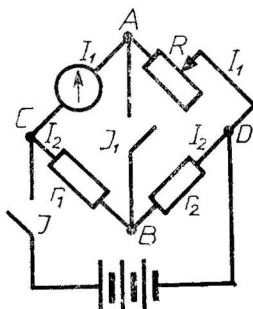
3.2.7. Sakysime, srovės stiprumas lygiagrečiose šakose yra I_x (jis vienodas, nes vienodi rezistoriai). Srovės šaltinio įtampa $U_0=IR+\alpha I^2$ (1). Srovės stiprumas galvanometre lygus nuliui, kai $\varphi_A=\varphi_B$. Todėl $IR=\alpha I^2$, $I=\frac{R}{\alpha}$ (2). Iš (1) ir (2) turime: $U_0=$ $=2\,\frac{R^2}{\alpha}$.

3.2.8. a) Lemputės galia $P_0=\frac{U_0^2}{R_0}$, o iš šaltinio naudojama galia $P_1=\frac{U^2}{R_1+\frac{R_0R_2}{R_0+R_2}}$; čia R_1 — reostato dalies AB varža, R_2 — dalies BC varža. Naudingumo koeficientas $\eta_1=\frac{P_0}{P_1}$.

Įtampų ir varžų santykis toks: $\frac{U-U_0}{U_0}=\frac{R_1}{\frac{R_0R_2}{R_0+R_2}}$. Be to, pagal



208 pav.



209 pav.

sąlygą $R_1+R_2=R=2R_0$ ir $U=2U_0$. Todėl $R_1=R_0(2-\sqrt{2})$ ir $R_2=R_0\sqrt{2}$. Galutinai

$$\eta_1=\frac{U_0^2}{U^2}\frac{2\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}=0{,}29.$$

b) Viršutinės reostato dalies įtampa lygi 220 V−110 V= =110 V, taigi ji tokia pati, kaip lemputės. Vadinasi, pusė energijos išsiskirs šioje reostato dalyje. Todėl $\eta_2=0{,}5$.

3.2.9. Įjungiame galvanometrą pagal 209 paveikslo schemą, o vietoj kito galvanometro — jungiklį J_1. Kintamąją varžą R parenkame tokią, kad, junginėjant jungiklį J_1, galvanometro parodymai nekistų. Tuo atveju $\varphi_A=\varphi_B$ (1). Tada $\varphi_A=\varphi_D-I_1R$ (2) ir $\varphi_B=\varphi_D-I_2r_2$ (3). Iš (1)—(3) turime: $\frac{I_2}{I_1}=\frac{R}{r_2}$ (4).

Nagrinėjame kitą tiltelio pusę. $\varphi_A=\varphi_C+I_1R_0$, $\varphi_B=\varphi_C+I_2r_1$; iš čia $I_1R_0=I_2r_1$ ir $\frac{I_2}{I_1}=\frac{R_0}{r_1}$ (5). Iš (4) ir (5)

$$\frac{R}{r_2}=\frac{R_0}{r_1},\quad R_0=R\frac{r_1}{r_2}.$$

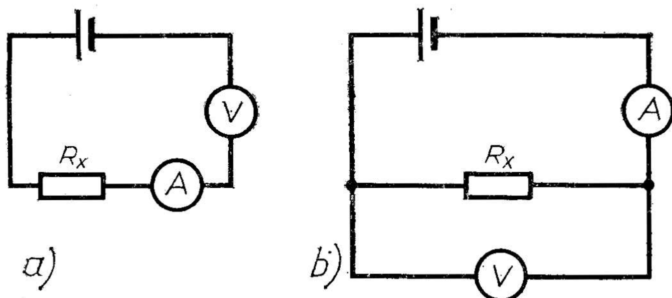
3.2.10. Ampermetro vidinę varžą pažymėję R_1, jo rodomą srovę I_1 ir atitinkamai voltmetro R_2 ir $\Delta\varphi_2$, gauname trumpojo jungimo srovę

$$I=I_1\frac{\Delta\varphi_2}{\Delta\varphi_2-I_1R_1}\left(1-\frac{R_1}{R_2}\right)=29{,}6\ \text{A}.$$

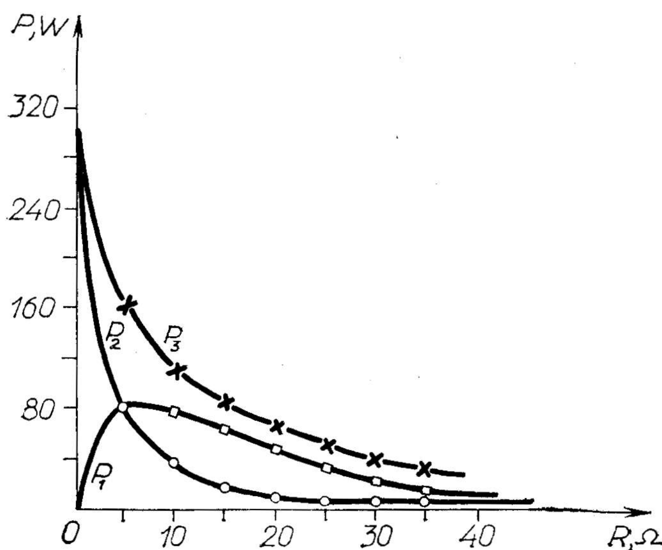
3.2.11. Pakanka dviejų matavimų. Pagal 210 pav., *a* schemą išmatuojame voltmetro varžą $R_0=\frac{\Delta\varphi_1}{I_1}$. Pagal 210 pav., *b* schemą ieškome nežinomos varžos:

$$R_x=\frac{\Delta\varphi_2}{I_2-\frac{\Delta\varphi_2}{R_0}}=\frac{\Delta\varphi_2}{I_2-I_1\frac{\Delta\varphi_2}{\Delta\varphi_1}}.$$

3.2.12. $Q_1=\frac{\Delta\varphi^2 t}{R_0(1+\alpha t_1)}$, $Q_2=\frac{\Delta\varphi^2 t}{R_0(1+\alpha t_2)}$; $\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{1+\alpha t_2}{1+\alpha t_1}$, t. y. žemesnėje temperatūroje per tą patį laiką srovė išskiria didesnį šilumos kiekį.



210 pav.



211 pav.

3.2.13. 1) $t=t_1+t_2$; 2) $t=\frac{t_1t_2}{t_1+t_2}$.

3.2.14. Randame atitinkamą galią ir išorinės varžos funkcinę priklausomybę:

1) $P_1=R\left(\frac{\mathscr{E}}{R+r}\right)^2$; 2) $P_2=r\left(\frac{\mathscr{E}}{R+r}\right)^2$; 3) $P_3=\frac{\mathscr{E}^2}{R+r}$.

Užpildome verčių lentelę. Grafikai pavaizduoti 211 paveiksle.

3.2.15. $P=\frac{n^2N^2\mathscr{E}^2R}{(NR+n^2r)}=30$ W.

3.2.16. $P=\frac{\mathscr{E}^2}{R+r}=2{,}40$ kW, $P_n=\frac{\mathscr{E}^2R}{(R+r)^2}=2{,}30$ kW,

$$\eta=\frac{R}{R+r}=0{,}958.$$

3.2.17. Paleidimo momentu, rotoriui nepradėjus suktis, srovės galia $P=I_1\Delta\varphi$; čia $\Delta\varphi$ — tinklo potencialų skirtumas. Nusistovėjus darbo režimui, $P=I^2\Delta\varphi+P_n$. $\eta=\frac{P_n}{P}=1-\frac{I_2}{I_1}=0{,}40$.

3.2.18. $\Delta\varphi=\sqrt{\frac{PR}{1-\eta}}=1{,}37\cdot10^7$ V.

3.2.19. $I_3=\frac{\Delta\varphi R_1}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}=0{,}167$ A.

3.2.20. $R_a=R_x=R\frac{x}{l}$; $R_{ab}=R-R_x=R\frac{l-x}{l}$. Grandinės pilnutinė varža $R'=R_0+\frac{R_xR_{ab}}{R_x+R_{ab}}=R\frac{nl^2+lx-x^2}{l(nl+x)}$. Srovė neišsišakojusioje

grandinės dalyje $I=\frac{\Delta\varphi}{R'}$. Taškų a ir b potencialų skirtumas $\Delta\varphi_{ab}=$ $=IR_{ab}$, o ieškomasis potencialų skirtumas

$$\Delta\varphi_x=\Delta\varphi-\Delta\varphi_{ab}=\Delta\varphi\frac{x}{l+\frac{x}{n}-\frac{x^2}{nl}},$$

1) Kai $n\gg 1$, $\Delta\varphi_x'\approx\Delta\varphi\frac{x}{l}$ (1);

2) Kai $n=1$, $\Delta\varphi_x''=\frac{1}{1+\frac{l}{x}-\frac{x}{l}}=\Delta\varphi\frac{1}{1+\frac{l^2-x^2}{lx}}$ (2).

Sudarome lenteles ir nubraižome grafikus $\Delta\varphi_x'=f(x)$ ir $\Delta\varphi_x''=$ $=f(x)$.

3.2.21. $R=\frac{2}{3}r$.

3.2.22. $I=\frac{\mathcal{E}}{\frac{R}{n}+\frac{rn}{N}}$. Sudarome dydžių skaitinių verčių lentelę ir braižome grafiką $I=f(n)$. $I_{max}=10$ A, kai $n=16$.

3.2.23. 1) a) $\Delta\varphi=\mathcal{E}_1-\frac{\mathcal{E}_1+\mathcal{E}_2+\mathcal{E}_3}{r_1+r_2+r_3}r_1$; b) $\Delta\varphi=\frac{2\mathcal{E}_1-\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_3}{3}$;

c) $\Delta\varphi=0$;

2) a) $\Delta\varphi=\mathcal{E}_3-\frac{\mathcal{E}_1+\mathcal{E}_2+\mathcal{E}_3}{r_1+r_2+r_3}r_3$; b) $\Delta\varphi=\frac{2\mathcal{E}_3-\mathcal{E}_1-\mathcal{E}_2}{3}$;

c) $\Delta\varphi=0$.

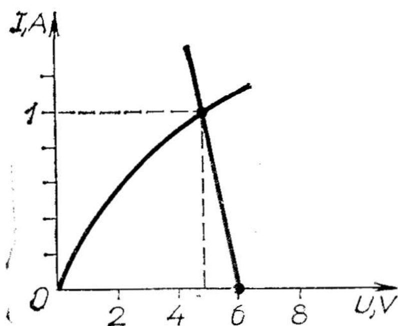
3.2.24. $U_2=\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_1=3$ V; $I_3=\frac{\mathcal{E}_2-U_2}{R_3}=1$ A.

3.2.25. Įjungus jungiklį J_1, kondensatoriaus įtampa pasidaro lygi $\mathcal{E}$, o krūvis $q_1=C\mathcal{E}$. Toks krūvis ir prateka galvanometru, įjungus J_1. Vadinasi, $\alpha=kq_1=kC\mathcal{E}$ (k — proporcingumo koeficientas).

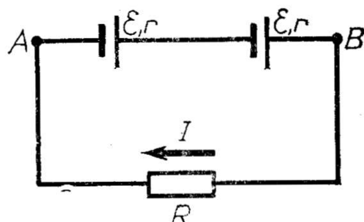
Įjungus jungiklį J_2, kondensatoriaus įtampa pasidaro lygi rezistoriaus įtampai: $U=IR$. Bet $I=\frac{\mathcal{E}}{R+r}$. Taigi $U=\frac{\mathcal{E}R}{R+r}$. Kondensatoriaus krūvis pasidaro $q_2=CU=\frac{C\mathcal{E}R}{R+r}$. Įjungus J_2, galvanometru prateka krūvis $q=q_1-q_2=\frac{C\mathcal{E}r}{R+r}$. Nuokrypio kampas

$$\beta=kq=kC\mathcal{E}\frac{r}{R+r}=\alpha\frac{r}{R+r}.$$

3.2.26. Nusistovėjusi kondensatoriaus įtampa lygi U. Perjungus jungiklį į *1* padėtį, tekės trumpalaikė srovė $I_1=\frac{\mathcal{E}_1-U}{R_1}$, o kondensatoriaus krūvis pakis dydžiu $\Delta q_1=I_1\tau$; čia τ — jungiklio įjungimo laikas. Perjungę jungiklį į *2* padėtį, turime: $I_2=\frac{\mathcal{E}_2-U}{R_2}$, $\Delta q_2=I_2\tau$.



212 pav.



213 pav.

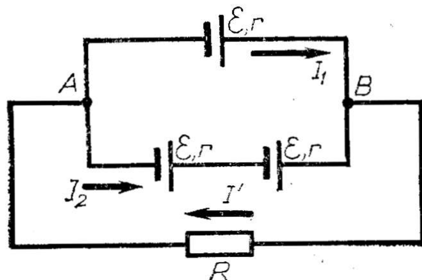
Kadangi U nusistovėjusi, tai $\Delta q_2 = -\Delta q_1$, arba $I_2\tau = -I_1\tau$, $I_2 = -I_1$. Gauname $U = \dfrac{\mathcal{E}_1 R_2 + \mathcal{E}_2 R_1}{R_1 + R_2}$ ir $q = CU = C\dfrac{\mathcal{E}_1 R_2 + \mathcal{E}_2 R_1}{R_1 + R_2}$.

3.2.27. Sakykime, lemputės ir R_2 varžos rezistoriaus įtampa yra U. Tada pirmojo rezistoriaus įtampa lygi $\mathcal{E} - U$, o srovė $I_1 = \dfrac{\mathcal{E} - U}{R_1}$ (1). Srovės stiprumas antrajame rezistoriuje $I_2 = \dfrac{U}{R_2}$ (2). Iš (1) ir (2) lygybės lempute tekančios srovės stiprumas $I = I_1 - I_2 = \dfrac{\mathcal{E}}{R_1} - U\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right)$. Įrašę skaitines vertes, gauname funkciją $I = 5 - \dfrac{5}{6}U$, kuri pavaizduota 212 paveiksle. Lemputė degs tada, kai I ir U vertės atitiks šios funkcijos grafiko bei voltamperinės charakteristikos susikirtimo tašką. Matome, kad $U \approx 4{,}8$ V, $I \approx 1$ A. Tada galia $P = IU = 4{,}8$ W.

3.2.28. 1) Kai varža R didelė, srovė yra silpna, įtampa tarp taškų B ir A artima $2\mathcal{E}$. Sakykime, taško A potencialas lygus nuliui. Tada $\varphi_B > \varphi_C$, diodas uždarytas. Schemą galime pakeisti 213 paveikslo schema. Taigi

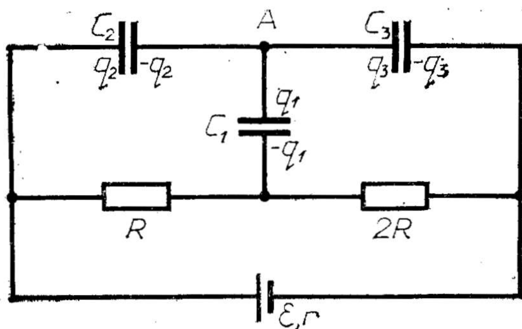
$$I = \frac{2\mathcal{E}}{2r + R}, \quad U = \frac{2\mathcal{E}R}{2r + R}.$$

2) Išnagrinėkime atvejį, kai varža R maža. Šiai varžai mažėjant, srovė stiprėja, įtampos kritimas vidinėse varžose didėja, o tarp taškų A ir B mažėja. Kai $\varphi_B = \varphi_C$, diodas atsidaro. Tada įtampa tarp taškų B ir A yra $\mathcal{E}$. Gauname $\dfrac{2\mathcal{E}R}{2r + R} = \mathcal{E}$; iš čia $R = 2r$.



214 pav.

Schemą, kai $R < 2r$, atitinka 214 paveikslo schema. Gauname $U' = I'R = \mathcal{E} - I_1 r = 2\mathcal{E} - I_2 \cdot 2r$, $I' = I_1 + I_2$, $I' = \dfrac{4\mathcal{E}}{2r + 3R}$, $U' = \dfrac{4\mathcal{E}R}{2r + 3R}$.



215 pav.

Galutinai $U=\frac{2\mathcal{E}R}{2r+R}$, kai $R\geqslant 2r$; $U=\frac{4\mathcal{E}R}{2r+3R}$, kai $R\leqslant 2r$.

3.2.29. Uždara grandine tekės srovė $I=\frac{\mathcal{E}}{3R+r}$ (1). Kondensatorių ir rezistorių įtampos tokios: $U_1+U_2=IR$ (2), $U_2+U_3=3IR$ (3). Pagal krūvio tvermės dėsnį $q_1-q_2+q_3=0$. Taigi $CU_1-CU_2+CU_3=0$ (4). Iš (1)–(4) gauname: $U_2=\frac{4}{3}\frac{\mathcal{E}R}{3R+r}$. Vadinasi, $q_2=\frac{4}{3}\frac{C\mathcal{E}R}{3R+r}$ (215 pav.).

3.2.30. Dujų slėgis $p=p_1+p_2$ (1) (Daltono dėsnis). Kiekvienoms (vandenilio ir deguonies) dujoms galioja Mendelejevo ir Klapeirono lygtis: $p_1V=\frac{m_1}{M_1}RT$ (2) ir $p_2V=\frac{m_2}{M_2}RT$ (3). Dujų mases m_1 ir m_2 randame iš elektrolizės dėsnių: $m_1=\frac{1}{F}\cdot\frac{M_1}{n_1}Q$ (4) ir $m_2=\frac{1}{F}\cdot\frac{M_2}{n_2}Q$ (5). (2), (3), (4) ir (5) įrašome į (1) ir randame

$$Q=\frac{FpV}{RT\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}=5{,}22\cdot 10^3\text{C}.$$

3.2.31. $I=\frac{Fm}{\left(\frac{M_1}{n_1}+\frac{M_2}{n_2}\right)t}=178$ A;

$$V=\frac{mRT}{p}\cdot\frac{n_1+n_2}{n_2M_1+n_1M_2}=1{,}87\cdot 10^{-3}\ \text{m}^3.$$

3.2.32. $v=\sqrt{\frac{2e\varphi}{m}}=1{,}91\cdot 10^6$ m/s.

3.2.33. $n=\frac{\varepsilon_0\Delta\varphi}{eCd^2R}$.

3.2.34. Iš pradžių kondensatoriaus įtampa yra $\mathcal{E}_2$, o jo krūvis $q_1=C\mathcal{E}_2$ (1). Sujungus grandinę, ima tekėti srovė. Kondensato-

riaus įtampa lygi $U_2=\mathcal{E}_2-Ir_2$ (2). Iš 112 paveikslo, *b*, matyti, kad įtampos kritimas diode $U_d=1$ V. Rašome Omo dėsnį uždarai grandinei: $\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_1=U_d+Ir_1+Ir_2$, $I=\frac{\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_1-U_d}{r_1+r_2}$ (3).

Iš (2) ir (3) turime: $U_2=\mathcal{E}_2-\frac{\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_1-U_d}{r_1+r_2}r_2$. Kondensatoriaus krūvis $q_2=CU_2=C\mathcal{E}_2-Cr_2\frac{\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_1-U_d}{r_1+r_2}$ (4). Iš (1) ir (4) sužinome, kiek pakis kondensatoriaus krūvis:

$$\Delta q=q_2-q_1=-Cr_2\frac{\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_1-U_d}{r_1+r_2}=-\frac{2}{3}\cdot 10^{-6}\ \text{C}.$$

3.3. SROVĖS MAGNETINIS LAUKAS

3.3.1. Ieškomųjų taškų geometrinė vieta yra laidų plokštumos tiesė, nutolusi nuo pirmojo laido atstumu $x=\frac{a}{3}$.

3.3.2. $H=\frac{I\sqrt{2}}{\pi a}=90$ A/m; $B=\frac{\mu_0\mu I\sqrt{2}}{\pi a}=1{,}13\cdot 10^{-4}$ T.

3.3.3. Srovės stiprumas lygus nuliui.

3.3.4. $B_1=4{,}83\cdot 10^{-4}$ T; $B_2=8{,}29\cdot 10^{-5}$ T.

3.3.5. $B=\frac{\mu_0\mu I}{2\pi r_0}\cdot\frac{l}{\sqrt{l^2+4r_0^2}}=2{,}50\cdot 10^{-5}$ T.

3.3.6. $B=\frac{2\mu_0\mu I}{\pi ab}\sqrt{a^2+b^2}=2\cdot 10^{-4}$ T.

3.3.7. $IN=7160$ ampervijų; $\Delta\varphi=\frac{4\varrho BDl}{\mu\mu_0 d^2}=97{,}5$ V.

3.3.8. Bio, Savaro ir Laplaso dėsnis nurodo, kad srovė I, tekėdama laido elementu Δl, taške, nutolusiame nuo šio elemento atstumu d, sukuria magnetinio lauko indukciją $\Delta B=\frac{\mu_0\mu I\Delta l}{4\pi d^2}\sin\alpha$ (1); čia α — kampas, kurį su taško spinduliu vektoriumi sudaro laido elementu tekėdama srovė (nagrinėjamu atveju $\alpha=90°$). Srovės stiprumas $I=jS=envS$ (2), kai kartu su šiuo elektronu juda ištisas jų pluoštas. Iš (2) ir (1) sužinome, kad visi elektronai, judėdami tiesia trajektorija, indukuoja magnetinį lauką, kurio indukcija

$$\Delta B=\frac{e\mu_0 nvS\Delta l}{4\pi d^2}=\frac{e\mu_0 v\Delta N}{4\pi d^2}. \qquad (3)$$

Čia $\Delta N=nS\Delta l=n\Delta V$ — elektronų skaičius pluošto ilgyje, o S — pluošto skerspjūvio plotas ir $\mu=1$. Iš čia judėdamas vienas elektronas sukuria magnetinį lauką, kurio indukcija

$$B=\frac{\Delta B}{\Delta N}=\frac{e\mu_0 v}{4\pi d^2}=1{,}60\cdot 10^{-2}\ \text{T}.$$

3.3.9. Katodiniai spinduliai atsistumia, veikiami Kulono sąveikos jėgos, kuri daug didesnė už jų magnetinės sąveikos jėgą.

Kai laidais teka srovė, Kulono sąveikos nėra, nes laidai elektriškai neutralūs.

3.3.10. Srovės ir magnetinio lauko sąveikos jėga turi būti nukreipta žemyn, jos kryptis nustatoma pagal kairiosios rankos taisyklę. Siūlas nutrūks, kai

$$I > \frac{2P_1 - ma}{Bl} = 3{,}1 \text{ A}.$$

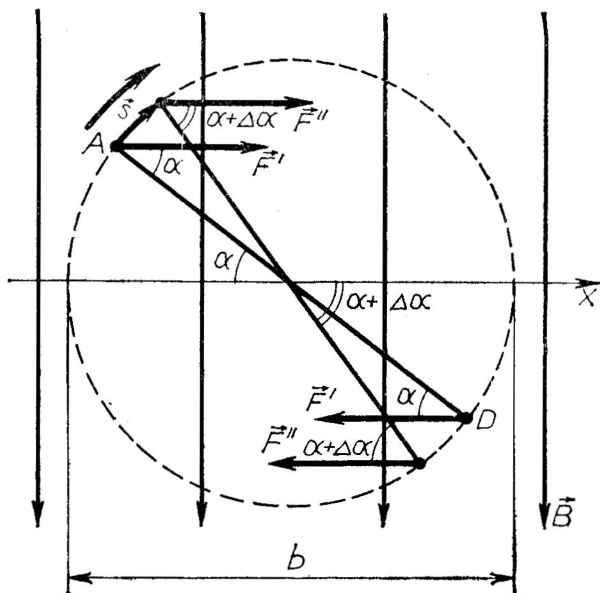
3.3.11. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{BlI}{G} = 1; \ \alpha = 45°$.

3.3.12. Sakykime, *1* ir *2* laidu srovė teka viena kryptimi, o *3* — priešinga; tada $F_1 = F_2 = \frac{\mu_0 \mu I^2 l}{2\pi a} = 2 \cdot 10^{-2}$ N, o $F_3 = F_1 \sqrt{3} = 3{,}46 \cdot 10^{-2}$ N.

3.3.13. $B = \frac{C\alpha}{NIb^2 \cos \alpha} = 3 \cdot 10^{-2}$ T.

3.3.14. Srovė, tekėdama kraštinėmis AD ir BC, darbo neatlieka, nes nėra sukimo momento, be to, kampas tarp jėgos ir poslinkio yra status. Tekėdama kraštinėmis AB ir CD, srovė sužadina priešingų krypčių lygias jėgas $F' = BIa$, bet 118 paveiksle parodytoje padėtyje kontūras yra nepastovios pusiausvyros. Vos nukrypus kontūrui nuo pusiausvyros padėties, atsiranda jėgų dvejeto sukimo momentas (216 pav.) ir kontūras sukasi apie OO ašį.

Jėgos atliktas darbas apskaičiuojamas taip: $A = Fs \cos(\widehat{\vec{F}\vec{s}})$. Bet kraštinei AB sukantis apskritimu, kampas tarp jėgos ir po-



216 pav.

slinkio yra nepastovus. Todėl kraštinės AB trajektoriją suskaidome į nedideles atkarpas, kuriose kampą $(\widehat{\vec{F'}\vec{s}})$ galima laikyti pastoviu. Tada, kaip matyti iš 216 paveikslo, šioje atkarpoje darbas $A'=F's\cos(90°-\alpha)$. Bet $s\cos(90°-\alpha)=\Delta b$ yra poslinkio $\vec{s}$ projekcija X ašyje ir $A'=F'\Delta b$. Kraštinei AB pasisukus kampu π, darbas apskaičiuojamas kaip darbų atskirose trajektorijos atkarpose suma:

$$A_1=A'+A''+A'''+\ldots=F'(\Delta b_1+\Delta b_2+\Delta b_3+\ldots)=F'b.$$

Kraštine CD tekanti srovė atlieka lygiai tokį pat darbą. Kadangi kontūrą suka jėgų dvejetas, todėl ieškomasis darbas $A=2BIab$.

3.3.15. Magnetinis laukas turi būti vienalytis, jo stiprumas $H\leqslant\frac{m\omega}{e\mu_0}$ (m — elektrono masė).

3.3.16. 1) Lorenco jėga $F_L=evB$ statmena vektoriui $\vec{B}$ ir elektrono greičiui $\vec{v}$. Todėl šiuo atveju ji yra kartu ir įcentrinė jėga. Elektronas juda apskritimu, kurio spindulį randame iš sąlygos $\frac{mv^2}{R}=evB$. 2) Elektronas juda sraigtine linija, kurios spindulys randamas iš sąlygos $\frac{mv\sin\alpha}{R}=eB$, o žingsnis $h=\frac{2\pi mv\cos\alpha}{eB}$. 3) Lorenco jėga $F_L=evB\sin\alpha=0$, o elektronas juda laisvai pradine kryptimi ir pradiniu greičiu.

3.3.17. $mv=\frac{eBh}{2\pi\cos\alpha}=7{,}23\cdot10^{-24}$ kgm/s.

3.3.18. $\Delta\varphi=\frac{IB}{end}=69{,}4$ µV.

3.3.19. $E=\mu_0 vH$; $\sigma=\varepsilon_0\varepsilon E=\varepsilon_0\varepsilon\mu_0 vH$.

3.4. ELEKTROMAGNETINĖ INDUKCIJA

3.4.1. Per laiką Δt lėktuvo sparnai perkerta plotą $\Delta S=lv\Delta t$. Magnetinis srautas per šį plotą lygus $\Delta\Phi=B\Delta S\cos\alpha$; čia α — kampas tarp vertikalės ir magnetinės indukcijos vektoriaus $\vec{B}$ krypties. Todėl $B\cos\alpha=B_v$. $\mathcal{E}_i$ absoliutinė vertė lygi $\mathcal{E}_i=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=B_v lv$; $\mathcal{E}_i=0{,}222$ V. Kai lėktuvas skris statmenai vektoriui $\vec{B}$, evj bus didžiausia. Tada

$$\mathcal{E}_{i\,max}=lv\sqrt{B_v^2+B_h^2}=0{,}239\ \text{V}.$$

3.4.2. Laidas turi judėti pastoviu pagreičiu $a=\frac{k}{Bl\sin\alpha}=115$ m/s^2.

3.4.3. $I=\frac{\mathcal{E}+Blv\cos\alpha}{R+r}$; čia α — laidininko greičio ir normalės vektorių sudarytas kampas. Kai $\cos\alpha=1$, $I_{max}=10$ A; kai $\cos\alpha=-1$, $I_{min}=8{,}19$ A.

$$\Delta\varphi=IR=\frac{(\mathcal{E}\pm Blv)R}{R+r};\ \Delta\varphi_1=10\ \text{V};\ \Delta\varphi_2=8{,}2\ \text{V}.$$

3.4.4. Laide indukuota evj $\mathcal{E}_i=Blv$. Tada

$$I=\frac{\mathcal{E}_i}{R}=\frac{Blv}{R}. \qquad (1)$$

(1) lygtyje yra du nežinomieji I ir R. Reikia sudaryti antrąją lygtį. Ją gauname, išnagrinėję jėgas, veikiančias magnetiniame lauke judantį laidą, kuriuo teka srovė. Laidą veikia dvi jėgos: sunkio jėga mg ir Ampero jėga $F_A=BlI$. Pagal Lenco dėsnį $\vec{F}_A$ priešinga sunkio jėgai, nes pastaroji yra indukuotosios srovės priežastis. Todėl

$$BlI=mg. \qquad (2)$$

Iš (1) ir (2) randame:

$$R=\frac{B^2l^2v}{mg}=2{,}55\cdot10^{-3}\ \Omega.$$

3.4.5. 1) $\Delta\varphi=0$; 2) $\Delta\varphi=\frac{1}{2}Bl^2\omega=5{,}43$ V; 3) $\Delta\varphi=Bl^2\omega=2{,}71$ V.

3.4.6. $\mathcal{E}_i=-\frac{\pi}{4}\frac{d^2N\Delta B}{\Delta t}=-59$ V.

3.4.7. $E=-\frac{kr}{2}$. (Šis laukas yra neelektrostatinis; jo atliktas darbas, pernešant krūvio vienetą uždaru kontūru, nelygus nuliui. Todėl šis elektrinis laukas yra sūkurinis.)

3.4.8. $Q=C\Delta\varphi=CSk$ (čia $k=5\cdot10^{-3}$ T/s); $Q=5$ nC.

3.4.9. Ritinį „sukapojame“ į $n\to\infty$ atskirų $\Delta x\ll a$ pločio žiedų. Atskiro i-tojo žiedo varža $r_i=\frac{\varrho l}{s}=\frac{2\pi\varrho x_i}{h\Delta x}$ (1), o jame indukuota evj $\mathcal{E}_i=-\frac{\Delta\Phi_i}{\Delta t}=-\pi\mu_0kx_i^2$ (2) (x_i — i-tojo žiedo vidinis spindulys). Juo teka srovė $\Delta I_i=\frac{\mathcal{E}_i}{r_i}=-\frac{\pi\mu_0hkx_i^2\Delta x}{2\pi\varrho x_i}=-\frac{\mu_0hkx_i\Delta x}{2\varrho}$ (3). Srovės stiprumą visame ritinyje rasime, sumuodami (3): $I=\sum_{i=1}^{n}\Delta I_i=$ $=-\frac{\mu_0hk\Delta x}{2\varrho}\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i$ (4).

Atsižvelgdami į tai, kad $x_1=a$, $x_2=a+\Delta x$, $x_3=a+2\Delta x$, ... $x_n=a+(n-1)\Delta x=a+b-\Delta x$, (4) užrašome taip: $I=-\frac{\mu_0hk\Delta x}{2\varrho}\{a+$

$+(a+\Delta x)+(a+2\Delta x)+\ldots+(b-\Delta x)\}=-\frac{\mu_0 hk\Delta x}{2\varrho}\cdot\frac{(a+b-\Delta x)}{2}n$ (5), nes riestiniuose skliaustuose turime aritmetinės progresijos narių sumą. (5) lygybėje esanti sandauga $n\cdot\Delta x=b-a$. Todėl, atmesdami labai mažą dydį Δx, gauname:

$$I=-\frac{\mu_0 hk}{4\varrho}(b^2-a^2).$$

3.4.10. Monetai patenkant į magnetinį lauką ir išeinant iš jo, indukuotųjų (Fuko) srovių magnetinis laukas ir išorinis magnetinis laukas veikia vienas kitą jėga, kuri trukdo kisti magnetiniam srautui, t. y. trukdo įeiti ir išeiti iš magnetinio lauko. Tais momentais kritimo pagreitis $a<g$. Monetai judant nemagnetiniame lauke ir magnetinio lauko ribose, srauto kitimo greitis lygus nuliui, indukuotųjų (Fuko) srovių nėra ir monetos kritimo pagreitis $a=g$.

3.4.11. Ritėje be feromagnetinės šerdies $\Psi=BSN=LI$; iš čia $L=\frac{BSN}{I}$ (1). Taigi reikia išmatuoti (1) lygybėje esančius dydžius ir pagal (1) rasti saviindukcijos koeficientą.

3.4.12. Kai šerdis yra solenoido viduje, srovės sukurtas surištasis magnetinis srautas $\Psi_1=\mu\mu_0\frac{N^2}{l}SI$, o ištraukus šerdį, $\Psi_2=\mu_0\frac{N^2}{l}SI$, nes oro $\mu=1$. Srauto pokytis $\Delta\Psi=\Psi_2-\Psi_1=-\frac{\mu_0 N^2 SI(\mu-1)}{l}$. Tada saviindukcinė evj $\mathcal{E}_{si}=-\frac{\Delta\Psi}{\Delta t}=\frac{\mu_0 N^2 SI(\mu-1)}{l\Delta t}$ (1). Kadangi $\Delta t=\frac{l}{v}$ (2), tai įrašę (2) į (1), gausime:

$$v=\frac{\mathcal{E}_{si}l^2}{\mu_0 N^2 SI(\mu-1)};\ v=0{,}259\ \text{m/s}.$$

3.4.13. Kintamas išorinis magnetinis srautas indukuos žiede evj $\mathcal{E}_i$, kuri sužadins stiprėjančią srovę. Bet atsiradusi srovė apie žiedą sukurs savąjį kintamą magnetinį srautą, kuris indukuos žiede antrąją evj $\mathcal{E}_{si}$. Kadangi $\mathcal{E}_{si}$ atsiradimo priežastis yra $\mathcal{E}_i$ ir jos indukuota srovė, tai abiejų evj kryptys priešingos. Tada $\mathcal{E}_i-\mathcal{E}_{si}=IR$, bet $R=0$, todėl $\mathcal{E}_i=\mathcal{E}_{si}$ (1). $\mathcal{E}_i=-\frac{\pi r^2\Delta B}{\Delta t}=-\frac{\pi r^2 B}{\Delta t}$ (2). $\mathcal{E}_{si}=-L\frac{\Delta I}{\Delta t}$, bet srovė kinta nuo 0 iki I, todėl $\mathcal{E}_{si}=-L\frac{I}{\Delta t}$ (3). Įrašę (2) ir (3) lygtį į (1), gauname: $\frac{\pi r^2 B}{\Delta t}=L\frac{I}{\Delta t}$. Iš čia ieškomoji srovė $I=\frac{\pi r^2 B}{L}$.

3.4.14. $U=k\left(Rt+\frac{\pi\mu_0 N^2 r^2}{l}\right)$.

3.4.15. Šaltinio evj ir saviindukcinės evj suma lygi įtampos kritimui, t. y. $\mathcal{E}+\mathcal{E}_{si}=I(R+r)=0$, nes $R=r=0$. Kadangi $\mathcal{E}_{si}=-L\frac{\Delta I}{\Delta t}$, tai $\mathcal{E}-L\frac{\Delta I}{\Delta t}=0$. Iš čia $\frac{\Delta I}{\Delta t}=\frac{\mathcal{E}}{L}$. Žinant srovės kitimo

greitį, galima rasti laiką, per kurį nusistovės ieškomoji srovė $I_0 = 50$ A. Taigi

$$\tau = \frac{I_0}{\frac{\Delta I}{\Delta t}} = \frac{L I_0}{\mathcal{E}} = 0{,}10 \text{ s}.$$

3.4.16. $W_m = \frac{\mu_0 N^2 I^2 S}{2l}$.

4. SVYRAVIMAI IR BANGOS

4.1. MECHANINIAI SVYRAVIMAI

4.1.1. Pirmasis ir antrasis svyravimas pavaizduotas 217 paveiksle.

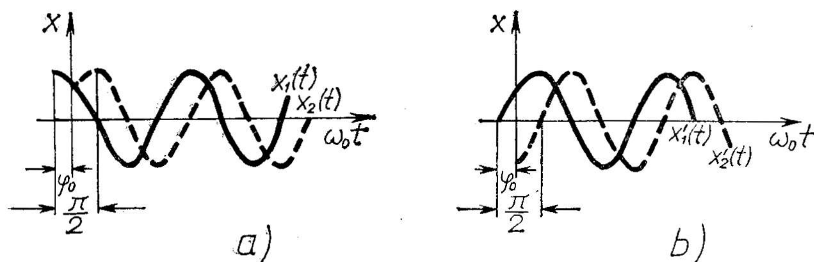
a) $x_1 = 0{,}15 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ m arba $x_1 = 0{,}15 \sin\left(4\pi t + \frac{2}{3}\pi\right)$ m,

$x_2 = 0{,}15 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ m arba $x_2 = 0{,}15 \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ m;

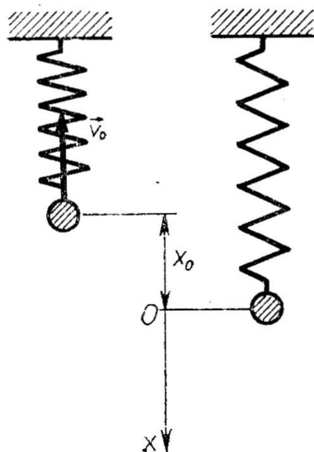
b) $x'_1 = 0{,}15 \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ m arba $x'_1 = 0{,}15 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ m,

$x'_2 = 0{,}15 \sin\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ m arba $x'_2 = 0{,}15 \cos\left(4\pi t - \frac{5}{6}\pi\right)$ m.

4.1.2. Svyruojančio svarsčio pusiausvyros padėtis ir koordinačių ašies kryptis pasirenkama tokia, kaip parodyta 218 paveiksle, o laiko atskaitos pradžia — svarsčio prikabinimo momentas. Kai $t = 0$, tai pradinė koordinatė $x_0 = -0{,}02$ m, o pradinio greičio projekcija $v_{0x} = -0{,}25$ m/s. Svarsčio judėjimas laikomas harmoniniu.



217 pav.



218 pav.

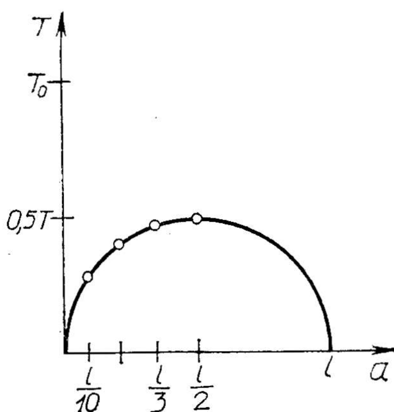
Jo kinematikos lygtis turi būti išreiškiama formule $x=x_m\cos(\omega_0 t+\varphi)$; čia $\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}$, o $k=\frac{mg}{x_0}$. Todėl $\omega_0=\sqrt{\frac{g}{x_0}}$; $\omega_0=22{,}15\ s^{-1}$. Atsižvelgus į pradines sąlygas, kai $t=0$, galima parašyti: $-x_0=x_m\cos\varphi_0$ ir $-v_{0x}=-x_m\omega_0\sin\varphi_0$; iš čia $\cos\varphi_0=-\frac{x_0}{x_m}$ ir $\sin\varphi_0=\frac{v_{0x}}{x_m\omega_0}$. Remiantis sąryšiu $\sin^2\varphi_0+\cos^2\varphi_0=1$, galima rasti $x_m=\sqrt{x_0^2+\frac{v_{0x}^2}{\omega_0^2}}$; $x_m=0{,}023$ m. Tada $\sin\varphi_0=0{,}491$ ir $\varphi_0\approx29°30'\approx0{,}163\pi+n\frac{\pi}{2}$. Kadangi $\sin\varphi_0>0$, o $\cos\varphi_0<0$, tai φ_0 yra antrajame ketvirtyje arba $\varphi_0=0{,}663\pi$. Tada svarsčio judėjimo kinematikos lygtis bus:

$$x=0{,}023\cos(22{,}15t+0{,}663\pi).$$

4.1.3. Svyravimo periodas $T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. Spyruoklės standumo skaitinė vertė atvirkščiai proporcinga spyruoklės ilgiui $k\sim\frac{1}{l}$. (Tai išplaukia iš Huko dėsnio: $F=kx$ (1); $\frac{x}{l}=\frac{F}{SE}$ (2); čia x — spyruoklės pailgėjimas, E — Jungo modulis, S — spyruoklės vielos skerspjūvio plotas. Tada iš (1) ir (2) turime: $\frac{1}{l}=\frac{k}{SE}$, arba $k\sim\frac{1}{l}$). Kai spyruoklę perpjausime pusiau, vienos pusės ilgis bus $l'=\frac{l}{2}$, o jos standumas padidės dvigubai $k'=2k$. Tada $T'=2\pi\sqrt{\frac{m}{k'}}=2\pi\cdot\sqrt{\frac{m}{2k}}=\frac{T_0}{\sqrt{2}}=0{,}71T_0$.

4.1.4. Rutuliuką į pusiausvyros padėtį grąžinanti jėga $F=F_1+F_2$; čia F_1 ir F_2 — kairiosios ir dešiniosios spyruoklės pusės tamprumo jėga. Svyruojant rutuliukui apie pusiausvyros padėtį, abi spyruoklės deformuojasi vienodu dydžiu x, bet spyruoklių standumas yra skirtingas, nes jis atvirkščiai proporcingas spyruoklių ilgiui: $k_1=\frac{kl}{a}$ ir $k_2=\frac{kl}{l-a}$. Todėl grąžinančioji jėga $F=(k_1+k_2)x=\frac{kl^2}{a(l-a)}x$. Tada grąžinančiosios jėgos koeficientas $k'=\frac{kl^2}{a(l-a)}$. Remdamiesi formule $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k'}}$, gauname: $T=\frac{2\pi}{l}\times\sqrt{\frac{m}{k}}\cdot\sqrt{a(l-a)}$ (1). Prisiminę, kad $T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ yra prie

vertikalios spyruoklės, kurios laisvojo galo ilgis l, pritvirtinto rutuliuko svyravimo periodas, gauname: $T=\frac{T_0}{l}\sqrt{a(l-a)}$ (2). Remdamiesi (2), sudarome lentelę ir nubraižome periodo T priklausomybės nuo atstumo a grafiką (219 pav.).



219 pav.

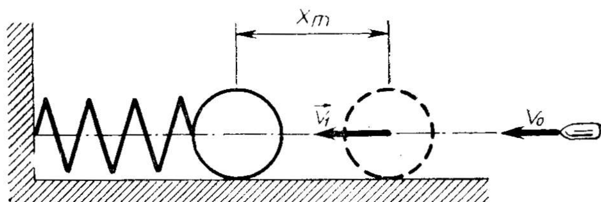
4.1.5. Vienos lingės standumas $k=\frac{F}{x}$. Kai lygiagrečiai veikia 4 lingės, kiekviena jų deformuojasi 4 kartus mažiau negu viena, veikiant tai pačiai jėgai F, t. y. $x_1=\frac{x}{4}$. Todėl vagoną į pusiausvyros padėtį grąžinančios jėgos koeficientas $k'=\frac{F}{x_1}=\frac{4F}{x}=4k$. Tada $T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{4k}}$ (1).

Vagonas daugiausia įsisiūbuos rezonanso metu, kai savojo svyravimo periodas sutaps su priverstinės jėgos (smūgių į sandūras) periodu $T=\frac{l}{v}$ (2). Iš (1) ir (2)

$$v=\frac{l}{\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}=11{,}2\ \text{m/s}.$$

4.1.6. Viename inde pakilus gyvsidabrio lygiui virš pusiausvyros padėties dydžiu x, tarp gyvsidabrio lygių abiejuose induose susidarys aukščių skirtumas $2x$. Į pusiausvyros padėtį skystį grąžinanti jėga $F=-\varrho gS2x$. Ši išraiška analogiška harmoninio svyravimo dinamikos lygčiai $F_x=-kx$. Tada grąžinančiosios jėgos koeficientas $k=2\varrho gS$ ir svyravimo periodas $T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{2\varrho gS}}=1{,}54$ s.

4.1.7. Atplyšusį metalo gabalėlį cisternoje veikia dvi jėgos: į rutulio centrą nukreipta gravitacijos jėga $F_1=\frac{4}{3}\gamma\pi\varrho_0 r\varrho V$ ir nuo rutulio centro nukreipta Archimedo jėga $F_A=\frac{4}{3}\gamma\pi r\varrho_0^2 V$ (čia r — metalo gabalėlio atstumas nuo rutulio centro). Šių jėgų atstojamoji (modulis) $F=F_1-F_A=\frac{4}{3}\gamma\pi\varrho_0 V(\varrho-\varrho_0)r$ (1) nukreipta į rutulio centrą, nes $\varrho>\varrho_0$. Jeigu atskaitos sistemos pradžia bus rutulio centras, tai $r=x$ ir (1) lygtis analogiška harmoninio svyravimo lygčiai $F=kx$, tik šiuo atveju į pusiausvyros padėtį grąžinančios jėgos koeficientas $k=\frac{4}{3}\gamma\pi\varrho_0 V(\varrho-\varrho_0)$. Jeigu trinties ne-



220 pav.

būtų, metalo gabalėlis svyruotų harmoningai apie rutulio centrą periodu $T_0=2\pi\sqrt{\frac{3\varrho}{4\gamma\pi\varrho_0(\varrho-\varrho_0)}}$. Dėl trinties tie svyravimai bus slopinami.

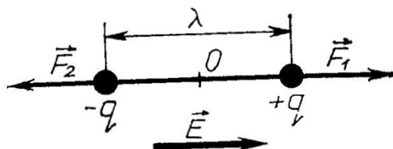
4.1.8. Nudeginus siūlą, rutuliukai svyruos harmoningai skirtingu kampiniu dažniu $\omega_1=\sqrt{\frac{k}{m_1}}$ ir $\omega_2=\sqrt{\frac{k}{m_2}}$, nes rutuliukų masė nevienoda. Todėl tam tikru momentu abu rutuliukai atsidurs vienoje strypo pusėje, o spyruoklės bus labiausiai deformuotos: viena suspausta, kita ištempta. Tada tašelį veiks jėga $2T$. Tašelis nepajudės, kai $2T$ bus mažesnė už trinties jėgą: $2T<(M+m_1+m_2)g\mu$; čia μ — trinties koeficientas. Iš čia $\mu>\frac{2T}{(M+m_1+m_2)g}$.

4.1.9. Pataikius kulkai į rutuliuką, šis įgyja kinetinės energijos $E_k=\frac{(M+m)v_1^2}{2}$. Kinetinė energija, suspausdama spyruoklę, virsta potencine $E_p=\frac{kx_m^2}{2}$ (220 pav.). Išorinės jėgos neveikia sistemos rutuliukas — spyruoklė, sistema darbo neatlieka ir energija išlieka pastovi. Todėl $\frac{kx_m^2}{2}=\frac{(M+m)v_1^2}{2}$ (1). Remiantis impulso tvermės dėsniu, galima parašyti: $mv_0=(M+m)v_1$ (2). Iš (1) ir (2) lygties randama svyravimo amplitudė $x_m=\frac{mv_0}{\sqrt{k(M+m)}}$. Svyravimo periodas $T_0=2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}$.

4.1.10. Svyruoklės svyravimo periodas iš pradžių didės, o vėliau sumažės iki pradinės vertės.

4.1.11. Pagal matematinės svyruoklės periodo formulę $T_Ž=2\pi\sqrt{\frac{l_Ž}{g_Ž}}$, $T_M=2\pi\sqrt{\frac{l_M}{g_M}}$; čia $T_Ž$, $l_Ž$, $g_Ž$, T_M, l_M, g_M — svyruoklės periodas, ilgis ir laisvojo kritimo pagreitis atitinkamai Žemėje ir Mėnulyje. Kad laikrodis Mėnulyje eitų teisingai, turi būti $T_M=T_Ž$, todėl ir $\frac{l_Ž}{g_Ž}=\frac{l_M}{g_M}$; iš čia $l_M=\frac{g_M}{g_Ž}l_Ž=\frac{l_Ž}{6}$. Svyruoklės ilgį reikia 6 kartus sumažinti.

4.1.12. Poliarizuota molekulė, išvesta iš pusiausvyros padėties, svyruos apie ašį, kuri eis per molekulės masės centrą, t. y. tašką O (221 pav.). Kiekviena strypo pusė su rutuliuku bus analogiška matematinei svyruoklei, tik šiuo atveju taškas O atliks pakabinimo taško vaidmenį, o svyruoklės ilgis $l=\frac{\lambda}{2}$. Laisvai krintančio kūno pagreitis $g=\frac{G}{m}$ šiuo atveju turės analogą $g'=\frac{F_1}{m}=\frac{Eq}{m}$. Todėl analogiškai svyravimo periodas $T_0=2\pi\sqrt{\frac{\lambda m}{2Eq}}=0{,}445$ ns.



221 pav.

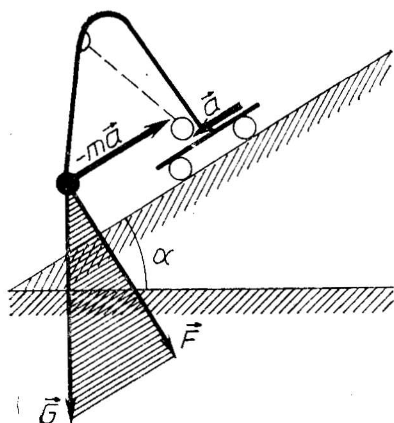
4.1.13. Kūno, judančio įgaubtos sferos paviršiumi, ir matematinės svyruoklės rutuliuko, pakabinto ant $l=R$ ilgio siūlo, judesiai yra analogiški. Todėl galima taikyti formulę: $T_0=2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$.

Laikas, per kurį kūnas nueina kelią nuo A iki B, lygus ketvirčiui svyravimo periodo: $t_1=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{R}{g}}$.

Antruoju atveju kūnas išilgai tiesės AB juda tolygiai greitėdamas. Pagreitį a sukelia sunkio jėgos dedamoji, veikianti išilgai nuožulniosios plokštumos AB. Ši dedamoji lygi $mg\sin\alpha$. $AB=\frac{at_2^2}{2}$; čia t_2 — kūno judėjimo nuožulniąja plokštuma laikas. Iš brėžinio (133 pav.) matyti, kad $AB=2R\sin\alpha$. Todėl $t_2=\sqrt{\frac{2AB}{a}}=\sqrt{\frac{4R\sin\alpha}{g\sin\alpha}}=2\sqrt{\frac{R}{g}}$. Gauname $t_2>t_1$. Taigi tašką B kūnas pasieks greičiau, judėdamas sferos paviršiumi negu išilgai tiesės AB.

4.1.14. Svyruoklė pradeda svyruoti pakabinimo taško atžvilgiu periodu $T_0=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ir pradiniu greičiu v. Žemės atžvilgiu svyruoklės pradinis greitis lygus nuliui. Sustabdyti pakabinimo tašką taip, kad svyravimas tuoj pat nutrūktų, galima tuo momentu, kai svyruoklės greitis Žemės atžvilgiu lygus nuliui (svyruoklė tada yra pradinėje padėtyje). Tokia situacija bus, praėjus laikui: $nT_0=\frac{a}{v}$, čia $n=1, 2, 3, \ldots$. Iš čia $v=\frac{a}{nT_0}=\frac{a}{2\pi n}\sqrt{\frac{g}{l}}$.

4.1.15. Remiantis IV skyriaus § 4.1 išnagrinėtu 6 pavyzdžiu, galima sudaryti brėžinį, pavaizduotą 222 paveiksle. Šiuo atveju vietoj sunkio jėgos $\vec{G}$ rutuliuką veiks jėga $\vec{F}=\vec{G}+(-m\vec{a})$. Jos modulis nustatomas iš subrūkšniuoto stataus trikampio: $F=mg\cos\alpha$. Todėl svyravimo periodo formulė $T_0=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}=2\pi\sqrt{\frac{lm}{G}}$ šiuo atveju įgys tokį pavidalą: $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g\cos\alpha}}=\frac{T_0}{\sqrt{\cos\alpha}}$.



222 pav.

4.1.16. Traukinyje esantis laikrodis užskubės. Traukiniui sustojant stotyse, vagonas judės pagreičiu a, ir laikrodžio svyruoklė svyruos mažesniu periodu negu tolygiai važiuojančiame vagone:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2+a^2}}}$$

(žr. § 4.1, 6 pavyzdį).

4.1.17. Svyruoklę pakreipiame kampu α_0 nuo pusiausvyros padėties ir leidžiame jai svyruoti. Svyravimo metu potencinė energija virsta kinetine ir atvirkščiai. Potencinės energijos pokytis, kai svyruoklė pakrypusi kampu α nuo pusiausvyros padėties, išreiškiamas taip: $\Delta E_p=m_1gl_1(\cos\alpha-\cos\alpha_0)+m_2gl_2(\cos\alpha-\cos\alpha_0)$ (žr. § 4.1, 4 pavyzdį). Tuo tarpu kinetinė energija padidėja dydžiu

$$\Delta E_k=\frac{m_1\omega^2l_1^2}{2}+\frac{m_2\omega^2l_2^2}{2}=\frac{(m_1l_1^2+m_2l_2^2)\omega^2}{2};$$

čia ω — svyruoklės kampinis greitis. Remiantis energijos tvermės dėsniu, gaunama lygtis

$$\frac{(m_1l_1^2+m_2l_2^2)\omega^2}{2}=g(m_1l_1+m_2l_2)(\cos\alpha-\cos\alpha_0).$$

Iš čia $\omega=\sqrt{\frac{2g(m_1l_1+m_2l_2)}{m_1l_1^2+m_2l_2^2}(\cos\alpha-\cos\alpha_0)}$.

l ilgio matematinės svyruoklės kampinis greitis $\omega_0=\sqrt{\frac{2g}{l}(\cos\alpha-\cos\alpha_0)}$. Kampinis greitis ω lygus ω_0, kai $l=\frac{m_1l_1^2+m_2l_2^2}{m_1l_1+m_2l_2}$.

Remiantis formule $T_0=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, galima rasti nagrinėjamos svyruoklės svyravimo periodą

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{m_1l_1^2+m_2l_2^2}{m_1l_1+m_2l_2}\cdot\frac{1}{g}}.$$

4.2. ELEKTROMAGNETINIAI VIRPESIAI

4.2.1. $\varepsilon=\frac{l}{4\pi^2\varepsilon_0SL\nu_0^2}=6.$

4.2.2. Kontūro kondensatoriaus talpa

$$C_1=\frac{\varepsilon\varepsilon_0S}{l};\ C_1=2{,}2\cdot10^{-10}\ \text{F}.$$

Kontūro talpa rezonanso atveju turi būti

$$C_2 = \frac{1}{4\pi^2 L \nu_0^2}; \quad C_2 = 4{,}5 \cdot 10^{-11} \text{ F}.$$

Kadangi $C_1 > C_2$, tai prie kondensatoriaus C_1 reikia nuosekliai prijungti kondensatorių C_x, kurio talpa

$$C_x = \frac{C_1 C_2}{C_1 - C_2}; \quad C_x = 57 \text{ pF}.$$

4.2.3. 2,25 karto.

4.2.4. $\omega_0 = 3 \cdot 10^8 \sqrt{\frac{l_1 l_2}{N^2 S_1 S_2}}$; $\omega_0 = 3 \cdot 10^6$ s^{-1}.

4.2.5. Kai energijos nuostolių nėra,

$$\frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}, \text{ arba } \frac{CU_m^2}{LI_m^2} = 1.$$

Grandine tekanti srovė atsilieka faze $\frac{\pi}{2}$ nuo įtampos. Todėl $\frac{CU_m^2 \cos^2 \omega t}{2} = \frac{LI_m^2 \sin^2 \omega t}{2}$. Tada $\operatorname{tg} \omega t = 1$, arba $\operatorname{arctg} 1 = \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{4}$; $t = \frac{T}{8}$.

4.2.6. Per periodą išsiskyręs šilumos kiekis $Q = I_m^2 R \frac{T}{8} + I_m^2 R \frac{T}{8} + I_m^2 R \frac{T}{4}$. Be, to, galime parašyti: $Q = I^2 RT$. Iš čia $I = \frac{I_m}{2}$.

4.2.7. Kai grandine kartu teka nuolatinė ir kintamoji srovė, srovės stiprumas grandinėje išreiškiamas taip: $I = I_1 + I_m \sin \omega t$. Nuolatinės srovės ampermetras rodo tik srovę I_1, nes kintamosios srovės virpesių dėl prietaiso judamosios dalies inercijos nespėja registruoti. Šiluminio ampermetro parodymas priklauso nuo išsiskyrusio per vieną sekundę šilumos kiekio $Q = I^2 R$ (1). Tekant ampermetru nuolatinei ir kintamajai srovei, išsiskiria šilumos kiekiai $Q_1 = I_1^2 R$ ir $Q_2 = I_2^2 R$; čia I_2 — kintamosios srovės efektinė vertė. Todėl $Q = Q_1 + Q_2 = (I_1^2 + I_2^2) R$ (2). Sulyginę (1) ir (2) lygybę, gausime: $I^2 = I_1^2 + I_2^2$; $I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 10$ A.

4.2.8. Sakykime, voltmetras rodo efektinę evj vertę $\mathcal{E}$. Todėl evj amplitudė bus $\mathcal{E}_m = \sqrt{2} \mathcal{E}$. Remdamiesi (žr. IV skyriaus § 4.2) (4) formule $\mathcal{E}_m = BS\omega N = BS 2\pi n N$, galime apskaičiuoti magnetinio lauko indukciją:

$$B = \frac{\sqrt{2}\mathcal{E}}{S 2\pi n N}; \quad B = 0{,}16 \text{ T}.$$

4.2.9. $\omega = \frac{\mathcal{E}_m}{BSN}$; $\omega = 50$ s^{-1}. Sprendžiame panašiai, kaip 4.2.8 uždavinį.

4.2.10. Rėmeliuose indukuotos evj amplitudė $\mathcal{E}_m = BS\omega N$. Rėmeliais tekant srovei, išsiskiria šilumos kiekis $Q = \frac{\mathcal{E}^2}{R} t = \frac{\mathcal{E}_m^2}{2R} t$. Rėmelių laidų varža $R = \varrho \frac{l}{S}$; $l = 4\sqrt{S} N$ (l — laidų ilgis, S — jų skerspjūvio plotas, ϱ — vario specifinė varža). Temperatūros pokytis $\Delta t = \frac{Q}{mc}$; čia c — vario specifinė šiluma, laidų masė $m = lS\varrho_v = 4\sqrt{S} NS$ (ϱ_v — vario tankis). Tada

$$\Delta t = \frac{B^2 S \pi^2 n^2 t}{8 \varrho \varrho_v c} = 3{,}24°\mathrm{C}.$$

4.2.11. Šilumos kiekis, išsiskyręs ritėje per vieną periodą T, išreiškiamas formule $Q = I^2RT$ (1). Čia I — efektinė srovės vertė, R — aktyvioji varža. Efektinę srovės vertę galima išreikšti taip: $I = \frac{U_m}{\sqrt{2}Z}$ (2). Čia pilnutinė grandinės varža

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2}. \quad (3)$$

Kondensatorius aktyviosios varžos neturi. Todėl R bus ritės aktyvioji varža. Kai nėra šerdies ($\mu = 1$), ją galima apskaičiuoti taip:

$$R = \varrho \frac{l}{S_2} = \varrho \frac{N\pi d_1}{S_2}; \quad (4)$$

čia ϱ — varinių laidų specifinė varža.

Ritės induktyvumas (žr. § 3.4 (5) formulę) $L = \mu\mu_0 n^2 V = \mu\mu_0 \frac{N^2 S_1}{l}$. Šiuo atveju $l = Nd_2 = 2N\sqrt{\frac{S_2}{\pi}}$, nes vijos liečia viena kitą. Todėl

$$L = \frac{\mu_0 N \sqrt{\pi^3 a_1^4}}{8\sqrt{S_2}}. \quad (5)$$

Įrašę skaitines vertes į (5), (4) ir (3) lygtį, gauname: $L = 8{,}7 \cdot 10^{-3}$ H, $R = 5{,}3\ \Omega$, $Z = 29{,}6\ \Omega$. Pagal (2) lygybę apskaičiuojame $I = 2{,}9$ A. Tada pagal (1) randame $Q = 0{,}9$ J.

4.2.12. $\frac{1}{2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$;

$$C = \frac{1}{2\pi\nu\sqrt{3R^2 + 16\pi^2\nu^2 L^2}} = 29{,}7\ \mu\mathrm{F}.$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = 3{,}3\ \mathrm{A}.$$

4.2.13. $C = 4{,}42\ \mu$F; $\varphi = -73°10'$.

4.2.14. $P=I^2R=\left(\frac{U}{Z}\right)^2R=\frac{U^2R}{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$. Galia bus didžiausia, kai $\omega L=\frac{1}{\omega C}$. Todėl $C=\frac{1}{\omega^2L}=\frac{1}{4\pi^2\nu^2L}$. Tada galia $P_m=\frac{U^2}{R}$.

4.2.15. Grandine teka srovė $I=\frac{U_1}{R}$ (1). Tada $P_1=I^2R=\frac{U_1^2}{R}=$ $=96{,}8$ W. Ritės galia $P_2=I^2R_0$ (2). Čia R_0 — ritės aktyvioji varža. Ritės pilnutinė varža apskaičiuojama taip:

$$Z_0^2=R_0^2+X_L^2=\frac{U_2^2}{I^2}=\frac{U_2^2R^2}{U_1^2}. \quad (3)$$

Visos grandinės pilnutinė varža $Z^2=(R+R_0)^2+X_L^2=\frac{U^2}{I^2}=\frac{U^2R^2}{U_1^2}$ (4). Iš (3) ir (4) randame R_0 ir, įrašę į (2), gauname:

$$P_2=\frac{U^2-U_1^2-U_2^2}{2R}=105 \text{ W}.$$

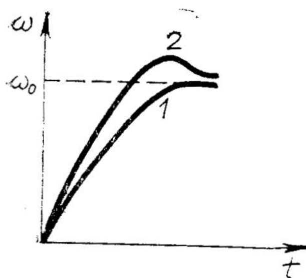
4.3. ELEKTROS ENERGIJOS GAMYBA, PERDAVIMAS IR PANAUDOJIMAS

4.3.1. Pagal formulę $\nu=\frac{np}{60}$ randame polių porų skaičių $p=12$. Generatorius turi 24 polius. Kol generatoriaus rotorius apsisuka vieną kartą, indukcinė evj atlieka p ciklų. Jeigu vieno ciklo trukmė lygi T_0 (virpesių periodas), tai rotorius apsisuka per laiką $T=T_0p=\frac{p}{\nu}=0{,}24$ s.

4.3.2. Padidėjus varžai, sumažės grandine tekanti srovė. Todėl bus sutrikdyta pusiausvyra tarp variklio mechaninės galios ir generatoriaus elektrinės galios. Variklis pradės sukti generatorių didesniu greičiu, kol pusiausvyra vėl atsistatys. Didėjant sukimosi greičiui, didės evj ($\mathcal{E}_m=N\Phi_m\omega$), o kartu ir elektrinė galia bei evj dažnis. Norint atstatyti pradinę būseną, reikia sumažinti variklio galią.

4.3.3. Nuolatinės srovės varikliui galioja lygtis $U=\mathcal{E}+Ir$ (1). Iš (1) lygties $I=\frac{U-\mathcal{E}}{r}$ (2).

Variklio iš tinklo vartojama galia, remiantis IV skyriaus § 4.3 (4) lygtimi, bus $IU=N+I^2r$ (3). Iš (3) lygties, atsižvelgus į (2), galima rasti mechaninę galią: $N=\frac{U\mathcal{E}-\mathcal{E}^2}{r}$, arba $\mathcal{E}^2-U\mathcal{E}+Nr=$ $=0$ (4). Iš čia $\mathcal{E}=\frac{U\pm\sqrt{U^2-4Nr}}{2}$ (5). (4) lygties sprendiniai, išreikšti (5) formule, bus realūs, kai $U^2-4Nr\geqslant0$, arba $\frac{U^2}{4r}\geqslant N$ (6). Nagrinėjamu atveju $\frac{U^2}{4r}=180$ W netenkina (6) sąlygos, todėl minėto variklio galia negali būti lygi 200 W.



223 pav.

4.3.4. Inkarą veiks trys jėgų momentai:

a) Varomasis momentas M_v, susidaręs dėl pakabinto pasvaro. Jis bus pastovus visą laiką.

b) Trinties jėgų momentas M_{tr}. Jis bus priešingos krypties kaip varomasis ir stabdys inkarą, bet jį galima laikyti taip pat pastoviu.

c) Stabdomasis momentas M_{st}, susidaręs dėl srovės tekėjimo inkaro laidais, įjungus apkrovos varžą. Šis momentas tiesiog proporcingas inkaru tekančios srovės stiprumui. Srovė priklauso nuo inkaro evj, kuri proporcinga inkaro sukimosi greičiui. Todėl stabdomasis momentas, didėjant sukimosi greičiui, didės.

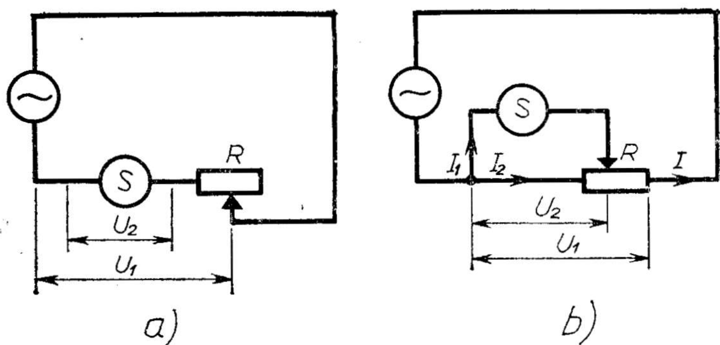
Praėjus tam tikram laikui nuo judėjimo pradžios, susidarys pusiausvyra tarp varomojo ir stabdomųjų momentų $M_v = M_{tr} + M_{st}$. Pusiausvyros atveju inkaras suksis pastoviu kampiniu greičiu ω_0.

Jeigu apkrovos varžą prijungsime, prieš inkarui pasiekiant greitį ω_0, inkaro greitis keisis pagal *1* kreivę (223 pav.). Jeigu apkrovos varžą prijungsime, kai greitis bus didesnis už ω_0, inkaro greitis keisis pagal *2* kreivę.

4.3.5. Remiantis Faradėjaus dėsniu ($m = kq$), randamas per laiką t pratekėjęs krūvis $q = \frac{m}{k}$ (1). Bet krūvis gali būti išreikštas ir taip $q = I_{vid}t$ (2). Todėl iš (1) ir (2) išplaukia $I_{vid}t = \frac{m}{k}$ (3). Lygintuvas lygina vienpusiškai ir $I_{vid} = \frac{1}{\pi} I_m$ (IV skyriaus § 4.3 (7)). Į tai atsižvelgus, iš (3) gaunama pulsuojančiosios srovės didžiausioji vertė $I_m = \frac{\pi m}{kt} = 4{,}77$ A.

Efektinė srovės vertė nustatoma pagal išskirtą šilumos kiekį. Per pirmąjį pusperiodį išsiskiria šilumos kiekis $Q = \frac{I_m^2}{2} R \frac{T}{2}$ (4). Per antrąjį pusperiodį šiluma neišsiskiria, nes lygintuvas srovės nepraleidžia. Todėl per periodą T išsiskyręs šilumos kiekis bus tas pats Q. Bet Q galima išreikšti efektine srovės verte: $Q = I^2RT$ (5). Pagal (4) ir (5) gaunama $I^2RT = \frac{I_m^2 RT}{4}$. Iš čia efektinė išlygintosios sroves vertė $I = \frac{I_m}{2} = 2{,}38$ A.

4.3.6. Kai ventilis atdaras (praleidžia srovę), kondensatorius įkraunamas iki didžiausios tinklo įtampos $U_m = \sqrt{2}U = 180$ V. Kitą pusperiodį, kai ventilis uždaras, prie ventilio galų bus prijungta įtampa, kurios didžiausioji vertė lygi tinklo ir kondensatoriaus įtampų amplitudžių sumai, t. y. 360 V.



224 pav.

Jeigu lygintuvas dirba be apkrovos, kondensatoriaus pramušimo įtampa turi būti ne mažesnė kaip 180 V, o ventilio — 360 V.

4.3.7. $n_1=440$ vijų; $n_2=6600$ vijų.

4.3.8. Antrinės grandinės galia $P_2=nP_k$. Neskaitant transformatoriaus nuostolių, iš tinklo vartojama galia (pirminės grandinės) P_1 turi būti tokia pat, kaip P_2. Todėl $P_2=P_1=U_1I_1$. Atsižvelgus į P_2 išraišką, gaunama: $I_1=\frac{nP_k}{U_1}=\frac{24\cdot5}{220}=0{,}55$ A. Įjungus lemputes į antrinę grandinę, srovės stiprumas pirminėje grandinėje padidėja nuo 0 iki 0,55 A. Antrinėje grandinėje įtampa $U_2=\frac{U_1}{k}=\frac{220}{10{,}8}=20{,}4$ V. Antrinėje grandinėje srovės stiprumas $I_2=\frac{P_2}{U_2}=\frac{nP_k}{U_2}=5{,}9$ A.

4.3.9. Slankvaržę panaudoti vietoj transformatoriaus galima, bet netikslinga. Įrodoma taip.

a) Slankvaržė R jungiama nuosekliai suvirinimo įrenginiui S, kurio varža R_S (224 pav., *a*). Tada $\frac{R}{R_S}=\frac{U_1-U_2}{U_2}=\frac{220-4}{4}=54$; iš čia $R=54R_S$. Todėl nenaudingai išeikvota galia slankvaržės varžoje bus 54 kartus didesnė už naudingąją galią.

b) Reostatas jungiamas lygiagrečiai suvirinimo įrenginiui (224 pav., *b*). Tada nenaudingai išeikvota galia bus $I_2U_2+(I_1+I_2)(U_1-U_2)$, o naudingoji galia bus I_1U_2. Šių galių santykis $\frac{I_2U_2+(I_1+I_2)(U_1-U_2)}{I_1U_2}=\frac{U_1(I_1+I_2)-I_1U_2}{I_1U_2}=\frac{U_1I}{U_2I_1}-1=55\frac{I}{I_1}-1$. Kadangi $\frac{I}{I_1}>1$, tai $55\frac{I}{I_1}-1>54$. Vadinasi, jungiant lygiagrečiai, galios nuostoliai bus dar didesni negu pirmuoju atveju.

4.3.10. $P=UI$; $I=\frac{P}{U}$. Įtampa linijos varžoje (įtampos kritimas) $U_n=IR=\frac{PR}{U}$. Į žeminimo transformatorių patenka įtampa

$U_1 = U - U_n = U - \frac{PR}{U}$. Pagal standartą transformacijos koeficientas

$$k = \frac{U_1}{U_v} = \frac{U - \frac{PR}{U}}{U_v} = \frac{U^2 - PR}{UU_v} = 40.$$

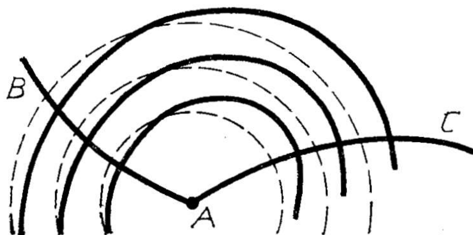
4.4. MECHANINĖS BANGOS

4.4.1. Įrašančios garsą adatos linijinis greitis v priklauso nuo atstumo R iki sukimosi centro. Kai kampinis greitis ω pastovus, tai $v = \omega R$. Todėl įrašo žingsnis l (atstumas tarp gretimų dantelių) taip pat keičiasi. Per vieną sekundę adata plokštelėje nubrėžia kelią $s = 2\pi R n$ (1). Antra vertus, per tą laiką įrašoma ν svyravimų ir $s = l\nu$ (2). Iš (1) ir (2) lygties gauname: $l = \frac{2\pi R n}{\nu}$. 1) $l_1 = 2{,}25$ mm; 2) $l_2 = 0{,}75$ mm.

4.4.2. Ant svyruojančios membranos užberti smėlio grūdeliai pradės „šokinėti", kai membrana judės žemyn pagreičiu $a \geqslant g$ (g — laisvojo kritimo pagreitis). Remiantis harmoningai svyruojančio kūno didžiausiojo pagreičio modulio išraiška $a = \omega_0^2 x_m$, galima parašyti: $a = 4\pi^2\nu^2 x_m \geqslant g$ (1). Didžiausias harmoningai svyruojančio kūno greitis $v = 2\pi\nu x_m$. Atsižvelgę į (1), gauname: $v = \frac{a}{2\pi\nu} \geqslant 5{,}21 \cdot 10^{-3}$ m/s. Atskiro taško masė $m = Sh\varrho$. Todėl kinetinė energija $E_k = \frac{Sh\varrho v^2}{2} \geqslant 2{,}36 \cdot 10^{-11}$ J.

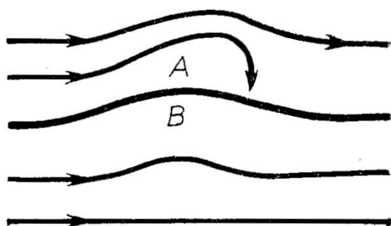
4.4.3. Kylant aukštyn, vėjo greitis didėja. Todėl bangų paviršiai, kurie ramiame ore yra sferiniai, pučiant vėjui, pasislenka vėjo kryptimi (225 pav. ištisinės linijos). Pavėjui garsas sklinda didesniu greičiu negu prieš vėją. Garso spindulio kryptis yra statmena bangos paviršiui. Todėl prieš vėją sklisdamas garsas užlinksta į viršų (kreivė AB 225 pav.) ir nepasiekia stebėtojo. Pavėjui sklisdamas garsas užlinksta prie žemės (kreivė AC 225 pav.) ir yra gerai stebėtojo girdimas.

4.4.4. Keturtakčio vidaus degimo variklio ašiai apsisukus 2 kartus, iš vieno cilindro dujos išmetamos vieną kartą ir suvirpina



225 pav.

aplinkos orą. Todėl variklio sukeliamo garso dažnis bus: $\nu_v = \frac{n \cdot c}{60 \cdot 2} = \frac{2100 \cdot 12}{60 \cdot 2}$ s^{-1}=210 Hz. Propeleris sukdamasis taip pat sukels aplinkinio oro svyravimus dažniu $\nu_p = \frac{2100 \cdot 3}{60}$ s^{-1}=105 Hz.



226 pav.

4.4.5. Stygos svyravimo dažnio ν priklausomybę nuo jos ilgio l, įtempimo F ir linijinio tankio ϱ galima išreikšti taip: $\nu \sim l^{\alpha} F^{\beta} \varrho^{\gamma}$, čia α, β, γ — koeficientai, neturintys matavimo vienetų. Uždavinio sprendimui panaudosime dimensijų metodą. Juo remdamiesi, galime sakyti, kad α, β ir γ turi tenkinti lygybę $[\nu] = [l^{\alpha} F^{\beta} \varrho^{\gamma}] = [l]^{\alpha} [F]^{\beta} [\varrho]^{\gamma}$. SI sistemoje $[\nu] = \text{s}^{-1}$, $[l] = \text{m}$; $[F] = \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}$; $[\varrho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}}$. Tada $\text{s}^{-1} = \text{m}^{\alpha} \left(\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}\right)^{\beta} \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}}\right)^{\gamma} = \text{m}^{\alpha+\beta-\gamma} \text{kg}^{\beta+\gamma} \text{s}^{-2\beta}$. Iš pastarosios lygybės išplaukia $-2\beta = -1$; $\beta + \gamma = 0$; $\alpha + \beta - \gamma = 0$. Todėl $\alpha = -1$; $\beta = \frac{1}{2}$; $\gamma = -\frac{1}{2}$. Tada $\nu = l^{-1} F^{\frac{1}{2}} \varrho^{-\frac{1}{2}}$.

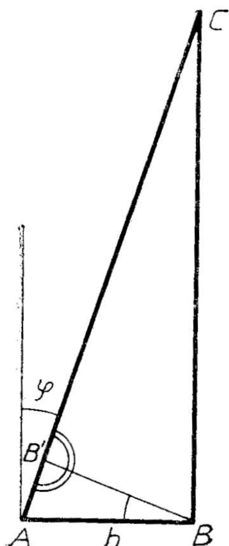
4.4.6. Sakysime, kurioje nors vietoje vėliava šiek tiek įlinksta, kaip parodyta 226 paveiksle. Tada viršutinėje iškilimo dalyje (taške A) vėjo greitis didesnis, o taške B — mažesnis negu vėjo greitis toliau nuo iškilimo. Remdamiesi Bernulio dėsniu, galime pasakyti, kad taške A slėgis mažesnis negu taške B, ir vėliavos iškilimas didėja. Be to, už iškilimo susidaro oro sūkurys, ir ten slėgis mažesnis negu prieš iškilimą. Todėl iškilimas slenka į vėliavos galą.

4.4.7. Kūgio viršūnė, kurioje yra garsiakalbis, remiasi į sferos paviršių αR^2. Jeigu atstumu R garso intensyvumas (stiprumas) bus I, tai turi galioti lygybė $P = \alpha R^2 I$. Todėl $R = \sqrt{\frac{P}{\alpha I}} = 10^3$ km. Rezultatas nerealus, nes neatsižvelgta į garso bangų absorbciją ore, kuri yra gana reikšminga. Praktiškai toks garsiakalbis girdimas už kelių kilometrų.

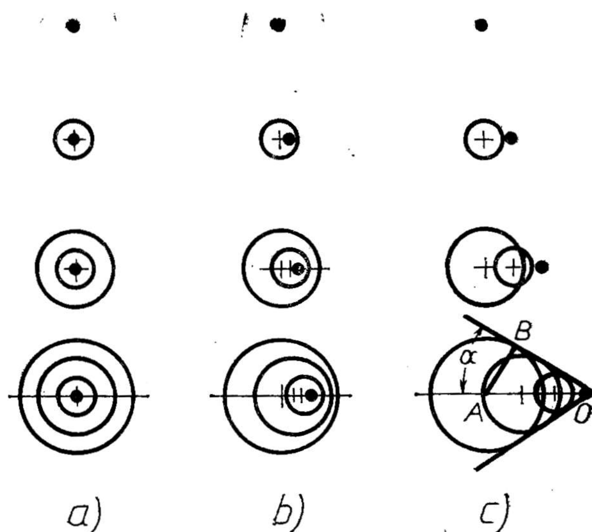
4.4.8. Sklindančios bangos lygtis $x = x_m \sin \omega \left(t - \frac{l}{v}\right)$ gali būti pertvarkyta, atsižvelgus į bangos ilgį $\lambda = vT$. Tada $x = x_m \sin \omega \left(t - \frac{lT}{\lambda}\right)$. Kadangi $x = \frac{x_m}{2}$, tai $0{,}5 = \sin \omega \left(t - \frac{lT}{\lambda}\right)$ ir $\omega \left(t - \frac{lT}{\lambda}\right) = \frac{\pi}{6}$; $\lambda = 12l = 48$ cm.

4.4.9. Kraštinėje AC nuo taško C atidėsime atkarpą $CB' = CB$ (227 pav.). Kadangi $b \ll AC$, tai $\widehat{ACB}$ mažas ir $\widehat{AB'B} \approx \widehat{BB'C} \approx 90°$, o $\varphi = \widehat{B'BA}$. Bangų eigos skirtumas $d = AB' = b \sin \varphi$.

Svyravimų maksimumo sąlyga bus $n\lambda = b \sin \varphi$, o minimumo $n\lambda + \frac{\lambda}{2} = b \sin \varphi$.



227 pav.



228 pav.

4.4.10. Bangų vaizdai parodyti 228 paveiksle: a) šaltinis nejuda; b) šaltinio greitis $u<v$; c) šaltinio greitis $u>v$.

b) atveju bangos frontas pralenkia šaltinį, c) atveju bangos sklinda kampo 2α viduryje. Kampas randamas geometriškai. Kai šaltinis nuėjo kelią AO, tai išspinduliuotos bangos frontas taške A nueis kelią AB. Šių kelių santykis $\frac{AB}{AO}=\frac{v}{u}$. Antra vertus, $\frac{AB}{AO}=$ $=\sin\alpha$. Taigi $\sin\alpha=\frac{v}{u}$.

4.4.11. Uždavinys sprendžiamas, remiantis Doplerio efektu (IV skyriaus § 4.4, 2 pavyzdys). Pirmuoju atveju stebėtojas girdės švilpuką $t_1=t\frac{v-u}{v}=1{,}88$ s. Antruoju atveju $t_2=t\frac{v+u}{v}=2{,}1$ s.

4.5. ELEKTROMAGNETINĖS BANGOS

4.5.1. $\nu=\frac{3c}{2l}$; $\nu=50$ MHz.

4.5.2. Bangos sklidimo greitis benzole $v=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}$. Bangos ilgis $\lambda=\frac{v}{\nu}=\frac{c}{\nu\sqrt{\varepsilon}}$; $\lambda=0{,}44\cdot10^{-3}$ m.

4.5.3. Išanalizavus lygtį, matyti: $\frac{\omega}{v}=3{,}1$ m^{-1}; $\omega=2\pi\cdot10^{8}$ s^{-1}. Tada $\frac{\omega}{3{,}1}=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}$ (dielektrikų $\mu=1$) ir $\varepsilon=\left(\frac{3{,}1c}{\omega}\right)^2$; $\varepsilon=2{,}2$. Vadinasi, banga sklinda transformatorinėje alyvoje.

4.5.4. Aukštojo dažnio virpesiai sklinda laidų paviršiumi, t. y. aplinkoje, kurioje yra laidai. Atsispindėjusi nuo laido galo, elektromagnetinė banga interferuoja su sklindančia ir sudaro stovinčiąją bangą. Atstumas tarp stovinčiosios bangos pūpsnių $l=\frac{\lambda}{2}$. Ieškomoji dielektrinė skvarba $\varepsilon=\frac{c^2}{v^2}$ (dielektrikų $\mu=1$). Bangos sklidimo greitis aplinkoje $v=\lambda\nu=2l\nu$. Todėl $\varepsilon=\frac{c^2}{4l^2\nu^2}$; $\varepsilon=26$. Aplinka — glicerinas.

4.5.5. H. Hercas pastebėjo stovinčiosios elektromagnetinės bangos pūpsnį. Stovinčioji banga susidarė dėl vibratoriaus skleidžiamos ir nuo sienos atsispindėjusios bangos interferencijos.

4.5.6. Neprijungtas lygiagretus laidas yra elektromagnetinių bangų reflektorius. Jis sustiprina priimamas elektromagnetines bangas (analogiškai kaip 4.5.5 užd.). Atstumas tarp reflektoriaus ir pagrindinės antenos turi būti lygus maždaug ketvirčiui bangos ilgio.

4.5.7. $n=\frac{c}{v}$; $v=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$. Todėl $n=\sqrt{\varepsilon\mu}$; $n=1{,}41$.

4.5.8. Tinka a) schema, nes rezonanso metu signalo srovė bus didžiausia; b) schema netinka, nes signalo srovė nepasieks radijo imtuvo.

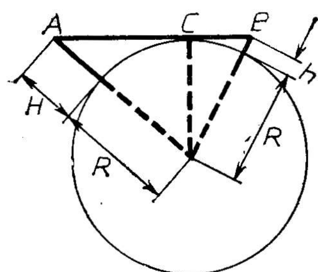
4.5.9. Ausinės įjungtos į anodo grandinę kaip apkrova. Jų varža turi būti didelė, kad nepasikeistų elektroninės lempos režimas.

4.5.10. Garsiakalbio varža yra nedidelė, keleto omų. Normaliam lempos režimui anodo grandinėje reikia didelės varžos (keleto tūkstančių, o kartais ir šimtų tūkstančių omų). Panaudojus išėjimo transformatorių, susidaro normalios darbo sąlygos išėjimo lempoje.

4.5.11. Virpesių dažnis $\nu=\frac{c}{\lambda}$. Virpesių skaičius viename impulse $N=\nu t_1=\frac{c}{\lambda}t_1=30$. Didžiausias atstumas iki objekto, kurį radiolokatorius gali aptikti, bus $R=\frac{ct}{2}$; čia t — laikas tarp gretimų impulsų; $t=\frac{1}{n}=2\cdot10^{-4}$ s. Tada $R=30$ km.

4.5.12. Grįžusį nuo objekto elektromagnetinių bangų impulsą radiolokatoriaus ekrane galėsime stebėti, jeigu impulsas grįš ne anksčiau, kaip po laiko t_1, ir ne vėliau, kaip po laiko $t=\frac{1}{n}$ (laiko tarpas tarp dviejų gretimų impulsų). Todėl mažiausias atstumas iki objekto bus $R_1=\frac{ct_1}{2}=120$ m, o didžiausias $R_2=\frac{ct}{2}=90$ km.

4.5.13. Ultratrumposios bangos priimamos tik tiesia kryptimi. Todėl siųstuvo ir imtuvo antenos turi būti vienoje Žemės paviršiaus liestinėje (229 pav.).



229 pav.

Iš brėžinio randame:

$AC=\sqrt{(R+H)^2-R^2}$; $CB=\sqrt{(R+h)^2-R^2}$;

$AB=AC+CB=\sqrt{H(2R+H)}+\sqrt{h(2R+h)}$; $AB=67$ km.

4.5.14. Banga, kuri pakeliui atsispindi nuo stogo, nueina kelią $2l$, o tiesioginė banga — kelią l. Todėl atsispindėjusi banga pavėluoja laiką $t=\frac{l}{c}$.

Elektronų pluošto pėdsako televizoriaus ekrane greitis $v=nbm$. Per laiką t elektronų pluošto pėdsakas ekrane nueina kelią $s=vt=nbm\frac{l}{c}$; $s=8$ cm. Taigi vaizdai bus pastumti vienas kito atžvilgiu 8 cm.

5. OPTIKA

5.1. ŠVIESOS ATSPINDYS IR LŪŽIMAS. SFERINIAI VEIDRODŽIAI

5.1.1. Plokščiojo veidrodžio paviršius yra simetrijos plokštuma. Veidrodyje matome menamąjį simetrišką atvaizdą. Pakėlę kairę ranką, veidrodyje matome pakeltą ranką kairėje pusėje, bet menamojo atvaizdo tai — dešinioji ranka. Todėl neteisinga manyti, kad veidrodis pasuka objekto plokštumą 180° kampu, nes tuomet, pakėlę kairiąją ranką, pakeltą atvaizdo ranką matytume dešinėje pusėje.

Taigi veidrodis pakeičia tik „kairės“ ir „dešinės“ suvokimą. Pastatę prieš veidrodį daiktą, kuriam netinka „kairės“ ar „dešinės“ sąvokos (pvz., L raidę), atvaizdą matysime tokį patį, kaip ir daiktas (nepakeistą).

5.1.2. Ieškomasis didžiausias taško B atstumas iki veidrodžio apskaičiuojamas, suradus iš taško A išėjusio ir nuo paties veidrodžio pakraščio D atsispindėjusio spindulio susikirtimo su statmeniu BC tašką (230 pav.). Iš atspindžio dėsnio išplaukia, kad

230 pav.

$\angle B_1DC = \angle ADE = \alpha$. Tuomet $CB_1 = CD \operatorname{tg} \alpha$. Antra vertus, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{AE}{DE}$. Todėl $CB_1 = CD \frac{AE}{DE}$, arba $CB_1 = \frac{l_1 l_3}{l_2}$.

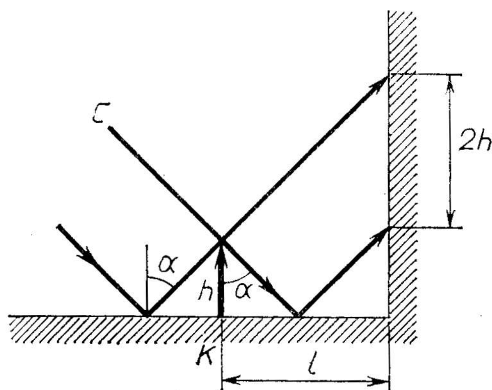
5.1.3. I variantas. Įrodymui laisvai pasirenkame tašką C' ir parodome, kad kelias $AC'B$ ilgesnis už kelią ACB (231 pav.).

$ACB = AC + CB = 2AC = 2\sqrt{AF^2 + CF^2} = 2\sqrt{\frac{l^2}{4} + d^2}$; $AB = l$, $CF = d$.

$AC'B = AC' + C'B = \sqrt{x^2 + d^2} + \sqrt{(l-x)^2 + d^2}$; $x = C'D$. Randame skirtumą $AC'B - ACB = \Delta = \sqrt{x^2 + d^2} + \sqrt{(l-x)^2 + d^2} -$

231 pav.

232 pav.

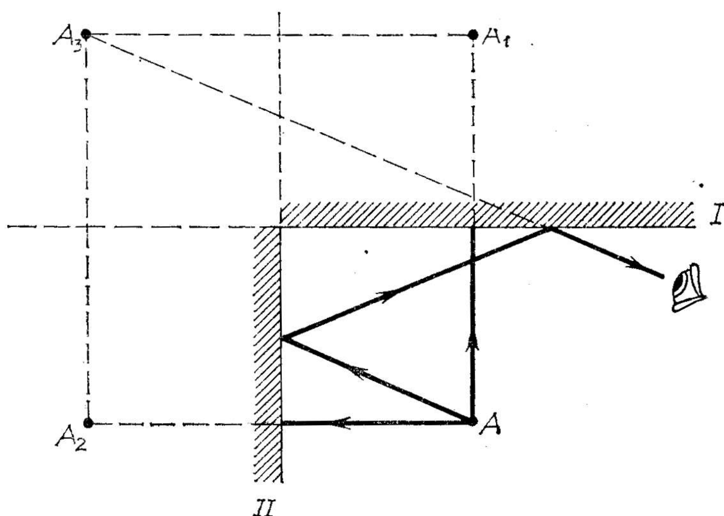


233 pav.

$-2\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2+d^2}$. Galima įrodyti, kad $\Delta > 0$, t. y. $\sqrt{x^2+d^2}+$ $+\sqrt{(l-x)^2+d^2}>2\sqrt{\frac{l^2}{4}+d^2}$. Taigi $AC'B>ACB$.

II variantas. Gauname taško A atvaizdą A_1 (232 pav.). Iš paveikslo matome, kad $A_1D+DB>A_1B$. Bet $AC=A_1C$ ir $AD=$ $=A_1D$. Taigi $AD+DB>AC+CB$. Vėl gauname tą pačią išvadą: kelias ADB ilgesnis už kelią ACB.

5.1.4. Jei ekranas nuo daikto yra atstumu $l \gg h \operatorname{tg} \alpha$, tai ekrane matysime du daikto šešėlius: tiesų ir apverstą. Šešėlio bendras ilgis bus $2h$ (233 pav.). Jei ekranas nuo daikto yra atstumu $l_1<$ $<h \operatorname{tg} \alpha$, tai šešėlis bus mažesnis už $2h$.



234 pav.

5.1.5. 3 atvaizdai: taško A atvaizdai A_1 ir A_2 I ir II veidrodyje ir sutampančių taškų A_1 ir A_2 atvaizdas A_3 (234 pav.). Kai $n=\frac{360°}{\alpha}$, atvaizdų bus $n-1$. Tai nesunku įrodyti, paėmus kelias vertes, pavyzdžiui, 180° (plokščiasis veidrodis), 120°, 60°, 30°.

5.1.6. Galima. Atsispindėję nuo veidrodžio spinduliai apšvies daiktą ir jo atvaizdas bus ryškesnis.

5.1.7. Narą, esantį taške B (235 pav.), pasieks tik tie spinduliai, kurie, atsispindėję nuo dugno, kris į vandens paviršių didesniu kampu negu ribinis visiškojo atspindžio kampas ($n_2>n_1$).
$\sin\alpha_{rib}=\frac{1}{n_2}$. $\alpha_{rib}=-\arcsin\frac{1}{1{,}33}=48{,}5°$. $AB=2h\operatorname{tg}\alpha_{rib}=33{,}9$ m.

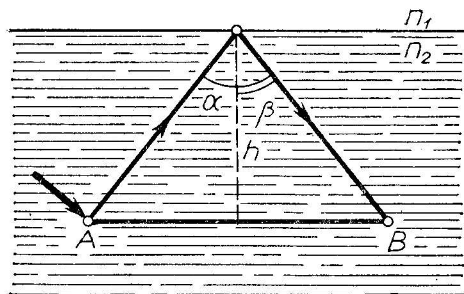
5.1.8. Veidrodžius reikia pastatyti kampe prie dviejų sienų. Kampas tarp veidrodžių turi būti lygus 90°.

5.1.9. $OA=r=10$ cm, $OA=OA_1$, $\angle AOB=\angle BOA_1$ (236 pav.). Analogiškai $OA=OA_2$ ir $\angle AOB_1=\angle A_2OB_1$. $\angle A_1OA_2=2\alpha$. Atstumą tarp atvaizdų x rasime iš kosinusų teoremos: $x^2=OA_2^2+OA_1^2-$ $-2OA_1\cdot OA_2\cos A_1\hat{O}A_2=r^2+r^2-2r^2\cos 2\alpha$; iš čia $x^2=2r^2(1-$ $-\cos 2\alpha)=4r^2\sin^2\alpha$; $x=2r\sin\alpha$.

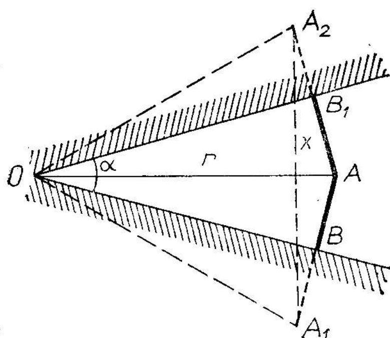
5.1.10. Kadangi plokštelės (237 pav.) lūžio rodiklis n_p yra mažesnis už skysčio lūžio rodiklį n_s, tai iš skysčio į plokštelę sklindantys spinduliai gali visiškai atsispindėti.

Vienos spalvos *1* spindulių ribinį visiškojo atspindžio kampą pažymėkime α_1, o kitos spalvos *2* spindulių — α_2. Sakykime, kad $\alpha_1>\alpha_2$. Nurodytų spindulių pluošte plokštelę pastatykime taip, kad pluošto kritimo į plokštelę kampas α atitiktų sąlygą $\alpha_2<\alpha<\alpha_1$. Tuomet *1* spinduliai pro plokštelę praeis, lygiagrečiai pasislinkę, o *2* spinduliai visiškai atsispindės nuo skysčio bei plokštelės ribos ir toliau sklis visai kita kryptimi negu *1* spinduliai. Taigi abiejų spalvų spinduliai atsiskirs.

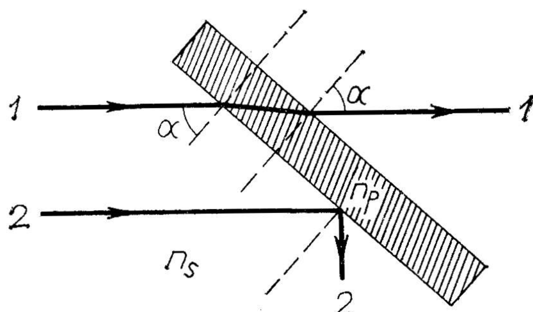
Neatsižvelgėme į tai, kad *1* pluoštas ne visas praeis pro plokštelę, o iš dalies nuo jos atsispindės. Todėl praktiškai tarp *2* spindulių bus ir *1* spindulių.



235 pav.



236 pav.



237 pav.

5.1.11. Spinduliai nesklis iš vandens, jei jie kris į plokštelės kraštus kampu, lygiu visiškojo vidaus atspindžio ribiniam kampui (238 pav.); $\sin \alpha_0 = \frac{1}{n}$ (1); n — vandens lūžio rodiklis. Bet $\sin \alpha_0 = \frac{r}{\sqrt{h^2 + r^2}}$ (2). Iš (1) ir (2) randame $\frac{D}{2} = r = \frac{h}{\sqrt{n^2 - 1}} = 0{,}11$ m.

5.1.12. Atvaizdo atstumas nuo akies bus $h' = h_1 + AE$ (239 pav.). Tikrasis $h = \lim\limits_{\alpha \to 0} h'$.

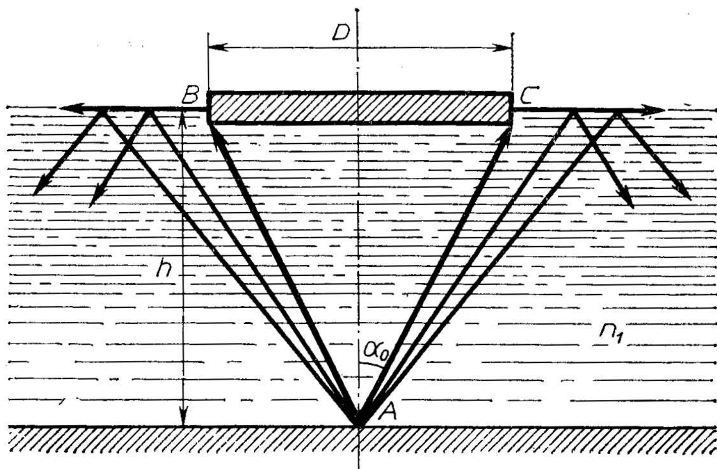
$$AE = AB \operatorname{ctg} \alpha. \quad AB = AC + 2CD = h_1 \operatorname{tg} \alpha + 2h_2 \operatorname{tg} \beta.$$

$$AE = (h_1 \operatorname{tg} \alpha + 2h_2 \operatorname{tg} \beta) \operatorname{ctg} \alpha = h_1 + 2h_2 \frac{\sin \beta \cos \alpha}{\cos \beta \sin \alpha} =$$

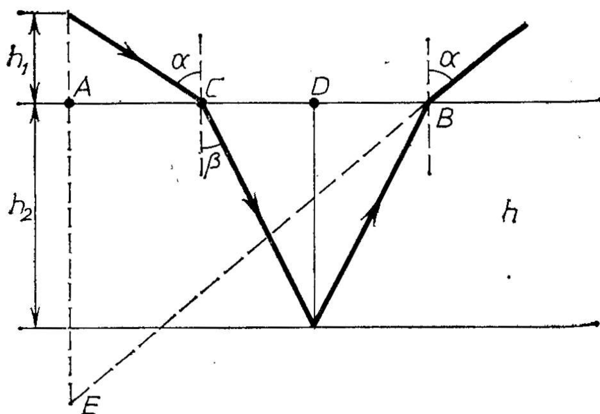
$$= h_1 + 2h_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \cdot \frac{1}{n} = h_1 + \frac{2h_2}{n} \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}.$$

$h' = 22$ cm.

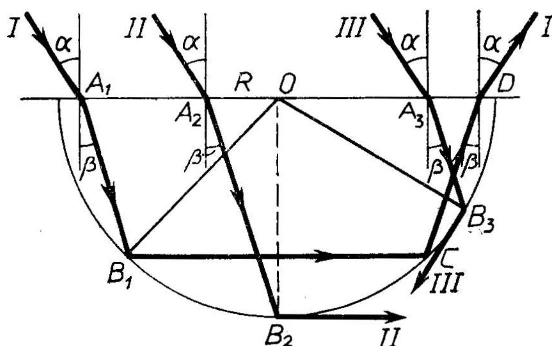
5.1.13. Išnagrinėsime keleto spindulių eigą priklausomai nuo to, į kokį puscilindrio paviršiaus kraštą jie krinta (240 pav.).



238 pav.



239 pav.



240 pav.

I spindulys krinta į tašką A_1, esantį nuo išilginės puscilindrio ašies atstumu, beveik lygiu puscilindrio pagrindo spinduliui. Lūžio kampas randamas iš lygybės

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n, \text{ arba } \sin\beta=\frac{\sin\alpha}{n}=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1}{2};$$

iš čia $\beta=30°$.

Kadangi *I* spindulys krinta į puscilindrio paviršių kampu A_1B_1O, didesniu už ribinį visiško vidaus atspindžio kampą (iš $\triangle A_1OB_1$ išplaukia, kad $\angle A_1B_1O=60°$), tai gaunamas visiškasis vidaus atspindys. Tolesnė *I* spindulio eiga parodyta 240 paveiksle. Spindulys išeina per plokščią puscilindrio paviršių.

II spindulį pasirenkame taip, kad, lūžęs stikle, jis išeitų iš puscilindrio liestinės kryptimi (ribinis atvejis).

Bet kuris spindulys, krintąs į plokščią paviršių tarp A_1 ir A_2, lūžęs neišeina iš puscilindrio paviršiaus.

III spindulį pasirenkame taip, kad kristų į plokščią paviršių, o lūžęs išeitų liestinės kryptimi, kaip parodyta 240 paveiksle. Tai irgi yra ribinis atvejis.

Bet kuris spindulys, krintąs tarp *II* ir *III*, išeis iš puscilindrio tarp taškų B_2 ir B_3. Spinduliai, krintantys į horizontalų paviršių tarp taškų A_3 ir D, atsispindės (visiškasis vidaus atspindys) ir išeis per horizontalų paviršių.

Taigi iš puscilindrio išeis tik tie spinduliai, kurie yra sektoriuje B_2OB_3.

5.1.14. $\sin\alpha_{rib}=\frac{1}{n}$; $n_{v/o}=\frac{1}{\sin 49°}=\frac{1}{0{,}753}=1{,}33$. $n_{s/o}=\frac{1}{\sin 42°}=\frac{1}{0{,}67}=1{,}495$; $n_{s/v}=\frac{n_s}{n_v}=1{,}12$. $\sin\alpha_{rib}=\frac{1}{1{,}12}=0{,}89$; $\alpha_{rib}=63°$.

5.1.15. Atstumas AB lygus naro atstumui nuo artimiausių daiktų, kuriuos jis mato, atsispindėjusius nuo vandens paviršiaus (241 pav.). $AB=s=15$ m. Naro ūgis $AD=l=1{,}7$ m. Ribinį visiškojo vidaus atspindžio kampą α randame iš lygybės $\sin\alpha=\frac{1}{n}$ (1). Kaip matyti iš paveikslo, $AC=DE=(h-l)\operatorname{tg}\alpha$ (2). $s-AC=h\operatorname{tg}\alpha$ (3). Iš (2) ir (3) gauname: $h=\frac{l}{2}+\frac{s}{2}\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$ (4). $\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{1}{\sqrt{n^2-1}}$. Šią išraišką įrašę į (4), gauname: $h=\frac{l}{2}+\frac{s}{2}\times\sqrt{n^2-1}$.

5.1.16. $h=\frac{H(\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta)}{\operatorname{tg}\beta-\operatorname{tg}\alpha}\approx 2$ km.

5.1.17. 2,18 cm ir 3,54 cm.

5.1.18. Spinduliui krintant į sienelę AB, $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\gamma_1}=n$ (242 pav.); iš čia $\sin\gamma_1=\frac{\sin\alpha_1}{n}$, $\sin\gamma_1=0{,}5$, $\gamma_1=30°$. Toliau randame kampą $ADF=60°$ ir $\alpha_2=20°$. Kai spindulys krinta į sienelę AC, $\frac{\sin\alpha_2}{\sin\gamma_2}=\frac{1}{n}$. Iš čia $\sin\gamma_2=1{,}74\sin 20°\approx 0{,}59$, $\gamma_2=37°$.

5.1.19. Pažymėję arčiau veidrodžio esančio lazdelės galo atstumą nuo veidrodžio d_1, o kito galo atstumą d_2, rašome lygybes:

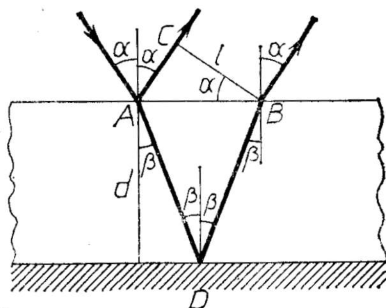
241 pav.

242 pav.

$\frac{1}{d_1}-\frac{1}{f_1}=-\frac{1}{F}$, $\frac{1}{d_2}-\frac{1}{f_2}=-\frac{1}{F}$ ir $d_2-d_1=l$. Išsprendę jų sistemą, randame

$$F=\frac{l(f_1+f_2)\pm\sqrt{l(f_2-f_1)(4f_1f_2-lf_1+lf_2)}}{2(l+f_1-f_2)}.$$

Kai prieš šaknį rašomas minuso ženklas, $F=12$ cm. Bet su šia verte objektas negali būti tikras, nes $d<0$. Kai prieš šaknį yra pliuso ženklas, $F=120$ cm.



243 pav.

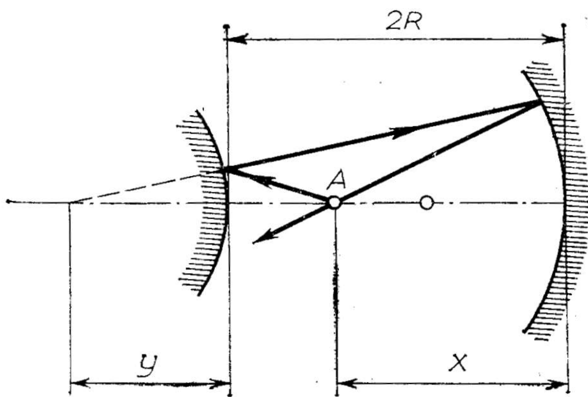
5.1.20. $\frac{f}{d}=\frac{1}{4}$; $\frac{f_1}{d-b}=\frac{1}{2}$;

$$\frac{1}{f}+\frac{1}{d}=\frac{1}{F};\ \frac{1}{f_1}+\frac{1}{d-b}=\frac{1}{F}.$$

Iš šių keturių lygčių randame $F=2{,}5$ cm.

5.1.21. Spindulių eiga parodyta 243 paveiksle. Iš $\triangle ACB$ $AB=\frac{l}{\cos\alpha}$, o iš $\triangle ADB$ $AB=2d\operatorname{tg}\beta$. Be to, $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n$. Iš šių lygybių eliminavę β ir AB, gauname: $n=\sin\alpha\sqrt{1+\left(2\frac{d}{l}\sin\alpha\right)^2}\approx$ $\approx 1{,}8$.

5.1.22. Pažymime x atstumą tarp šaltinio ir įgaubtojo veidrodžio, y — atvaizdo iškilajame veidrodyje atstumą nuo to veidrodžio (244 pav.). Atvaizdui iškilajame veidrodyje tinka $\frac{1}{2R-x}-$ $-\frac{1}{y}=-\frac{2}{R}$. Iškilajame veidrodyje gautas atvaizdas yra įgaubtojo veidrodžio šaltinis. Po dviejų atspindžių turime $\frac{1}{2R+y}+\frac{1}{x}=\frac{2}{R}$. Iš abiejų lygybių $x=0{,}28R$.



244 pav.

5.1.23. 30 cm. Atsispindėjusių spindulių susikirtimo taškas yra tikras.

5.1.24. Taikome veidrodžio formulę $\frac{1}{F}=\frac{1}{f}+\frac{1}{d}$ ir veidrodžio didinimo formulę $k=\frac{h}{h_0}=\frac{f}{d}$. Iš jų randame $h=\frac{Fh_0}{d-F}$ (1). Čia duotam veidrodžiui ir daiktui F ir h_0 yra pastovūs; h priklauso tik nuo daikto atstumo iki veidrodžio. (1) formulė tinka, kai $d>F$. Pasirinkdami apibrėžtas F ir h_0 vertes, braižome grafiką $h=f(d)$.

5.2. LĘŠIAI

5.2.1. Iš formulės $\frac{1}{F}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$ randame $\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}=\frac{1}{F(n-1)}$. Natrio linijos $\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}=\frac{1}{F_{Na}(n_{Na}-1)}$. Tada $\frac{1}{F_{Hg}}=(n_{Hg}-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=$ $=\frac{n_{Hg}-1}{F_{Na}(n_{Na}-1)}$ ir $F_{Hg}=\frac{F_{Na}(n_{Na}-1)}{n_{Hg}-1}$; $F_{Hg}=14{,}6$ cm.

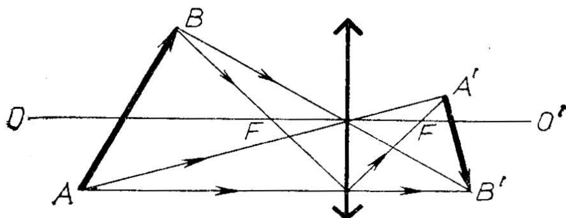
5.2.2. Uždavinio sprendimas parodytas 245 paveiksle.

5.2.3. 1,44.

5.2.4. Braižant atvaizdą, patogiausia pasirinkti spindulį, einantį per lęšio židinį. Spindulių eiga parodyta 246 paveiksle. Plokštelės atvaizdas sudarytas iš dviejų dalių: tikrojo atvaizdo — į dešinę nuo $A'C'$ — ir menamojo — į kairę nuo $B'D'$. Plokštelės dalies, kuri yra už židinio plokštumos, atvaizdas tikrasis, o dalies, esančios tarp lęšio ir židinio, atvaizdas menamasis.

5.2.5. Tiesiogiai taikyti lęšio formulės čia negalime, nes neturime nei objekto, nei jo aiškaus atvaizdo. Bet įsivaizduokime, kad taške A_1 yra šaltinis S (247 pav.). Jo spindulys A_1B, praėjęs pro lęšį, eis BC kryptimi. Taške A gausime šaltinio menamąjį atvaizdą. Tada $\frac{1}{x}-\frac{1}{l}=\frac{1}{F}$. Iš čia $x=\frac{lF}{l+F}$.

5.2.6. $D_{H_2O}=\frac{1}{F_{H_2O}}$ (1); $F_{ore}=\frac{1}{\left(\frac{n_{lęšio}}{n_{oro}}-1\right)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)}$ (2); $F_{H_2O}=$



245 pav.

246 pav.

247 pav.

$$= \frac{1}{\left(\frac{n_{lęšio}}{n_{H_2O}} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)} \text{ (3). Iš šių lygybių } D_{H_2O} = \frac{\left(\frac{n_{lęšio}}{n_{H_2O}} - 1\right)}{\left(\frac{n_{lęšio}}{n_{oro}} - 1\right)F_{ore}} =$$

$=3{,}1$ D.

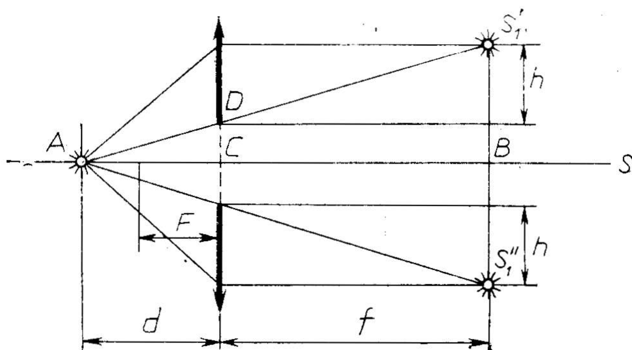
5.2.7. $\frac{1}{F} = (n-1)\frac{2}{R}$ (1); $\frac{R\sin\frac{\alpha}{2}}{r} = \frac{f}{f-F}$ (2); $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$ (3).

Iš (1)—(3) randame $n = \frac{R^2 \sin\frac{\alpha}{2}}{2dr}$; $n = 1{,}6$.

5.2.8. 15 cm.

5.2.9. Kiekvieno lęšio dalis veikia kaip atskiras lęšis, kurio ašis yra $\frac{S}{2} = 0{,}5$ cm atstumu nuo duotojo lęšio ašies. Spindulių eiga parodyta 248 paveiksle. Atstumas tarp atvaizdų $S'_1 S''_1 = 2h + S$. Čia h randame iš $\triangle AS'_1B$ ir $\triangle ADC$: $\frac{h+S/2}{S/2} = \frac{d+f}{d}$, $f = \frac{dF}{d-F}$. Iš šių lygybių $h = 2{,}5$ cm ir $S'_1 S''_1 = 6$ cm.

5.2.10. Grafikas parodytas 249 paveiksle.



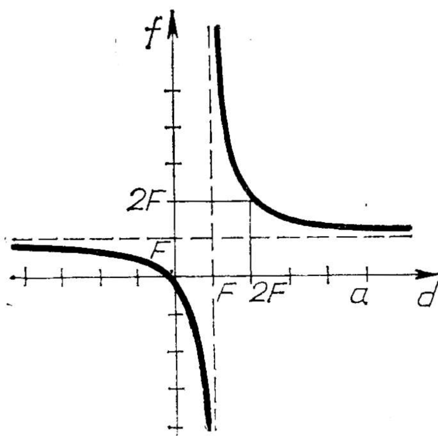
248 pav.

5.2.11. Visi spinduliai, išėję iš taško L ir praėję pro lęšį, susikerta viename taške L_1. Bet už taško L_1 ir prieš jį spinduliai eina atskirai. Tai nesunku parodyti, konstruojant plyšių atvaizdus arčiau ir toliau taško L esančiose plokštumose.

5.2.12. $a > 101F$.

5.2.13. Spinduliai liks lygiagretūs, kai lęšio laužiamoji geba bus lygi 0: $\left(\frac{n}{n_1}-1\right)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=0$; $\frac{n}{n_1}-1=0$, t. y. $n=n_1$; $\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}=0$, $R_2=-R_1$. Pirmoji sąlyga rodo, kad bet kokios formos lęšio laužiamoji geba lygi 0, kai aplinkos rodiklis lygus lęšio lūžio rodikliui. Antroji sąlyga rodo, kad, esant bet kokiems aplinkos ir lęšio lūžio rodikliams, iškilai įgaubto lęšio su lygiais kreivumo spinduliais laužiamoji geba bus lygi 0.

5.2.14. Iš lęšio formulės turime $F=\frac{df}{d+f}$. Naudojamės nelygybe $\frac{d+f}{2}\geqslant\sqrt{df}$. Iš čia $(d+f)\geqslant\sqrt{4df}$. Panaudoję šią nelygybę, gauname $d+f\geqslant 4F$. Nuotolis tarp daikto ir jo atvaizdo yra mažiausias, kai daiktas yra dvigubame židinyje. Nuotolis lygus $4F$.



249 pav.

5.3. OPTINĖS SISTEMOS

5.3.1. Kad atsispindėję spinduliai vėl susikirstų taške S, plokščiąjį veidrodį reikia pastatyti ten, kur gaunamas šaltinio atvaizdas, t. y. atstumu f. Jį randame iš veidrodžio formulės: $f=1{,}2$ m.

5.3.2. Panardinę sąlygoje aprašytą lęšį į vandenį, gauname dviejų lęšių sistemą: plokščiai įgaubtą stiklo lęšį ir plokščiai iškilą oro lęšį. Sistemos laužiamoji geba lygi atskirų sistemos lęšių laužiamųjų gebų sumai: $\frac{1}{F}=\frac{1}{F_s}+\frac{1}{F_o}$ (1). $F_s=\frac{1}{(n_1-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)}$; čia $n_1=\frac{n_s}{n_v}$, $R_1=\infty$, $R_2=-R$. Todėl $F_s=-\frac{n_vR}{n_s-n_v}$ (2). Kadangi $n_s>n_v$, tai $F_s<0$. Vadinasi, stiklo lęšis vandenyje yra sklaidomasis. $F_o=\frac{1}{(n_2-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)}$; čia $n_2=\frac{n_o}{n_v}$, $R_1=R$, $R_2=\infty$, n_o — oro lūžio rodiklis. Todėl $F_o=-\frac{n_vR}{n_v-n_o}$ (3). Kadangi $n_v>n_o\approx 1$, tai $F_o<0$. Vadinasi, oro lęšis vandenyje taip pat yra sklaidomasis.

(3) ir (2) įrašę į (1), randame ieškomąjį $F=-\frac{n_vR}{n_s-n_o}$. Apskaičiavę turime: $F=-1$ m, t. y. sistema yra sklaidomoji.

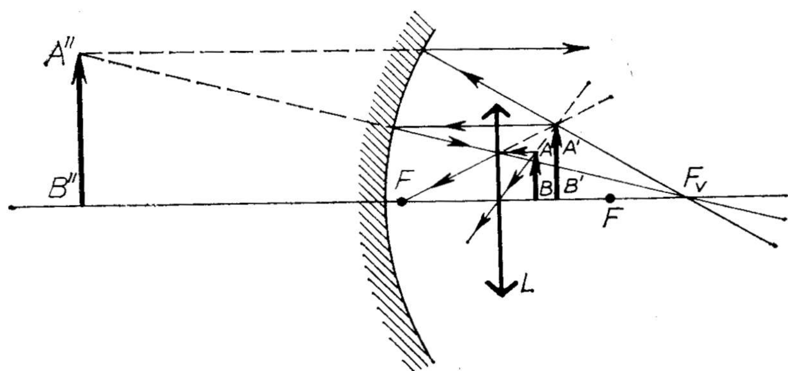
5.3.3. Pagal sąlygą taškinis šviesos šaltinis yra tarp veidrodžio židinio ir centro, jo atvaizdas A_1 turi būti už centro atstumu f nuo veidrodžio V_1. Pastačius veidrodį V_2, spinduliai nuo jo atsispindės ir susirinks taške A_2. Naudodamiesi apgręžos principu, tašką A_1 galime laikyti menamuoju šviesos šaltiniu, kurio kitas centras A_2 bus tokiu pat atstumu nuo veidrodžio V_2. Kadangi pagal uždavinio sąlygą taškas A_2 turi sutapti su A_0, tai veidrodį V_2 reikia pastatyti per vidurį tarp taškų A_0 ir A_1. Atstumą f rasime iš lygybės $\frac{2}{R}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f}$ (1). Veidrodis V_2 nuo veidrodžio V_1 bus atstumu $L=\frac{d+f}{2}$ (2). Spręsdami (1) ir (2) kartu, gauname $L=\frac{d^2}{(2d-R)}$; $L=45$ cm.

5.3.4. Iš lęšio formulės turime: $f_1=\frac{d_1F}{d_1-F}$; $d_1=\frac{F}{3}$, $f_1=-\frac{1}{2}F$. Menamasis atvaizdas bus nutolęs atstumu $d_2=\frac{4}{3}F+\frac{1}{2}F=\frac{11}{6}F$ nuo veidrodžio. $\frac{1}{F_v}=\frac{1}{d_2}+\frac{1}{f_2}$; $F_v=3F$. Iš čia $f_2=\frac{F_vd_2}{d_2-F_v}=-4\frac{5}{7}F$. Didinimas lygus $\frac{f_1}{d_1}\cdot\frac{f_2}{d_2}=4$ (250 pav.).

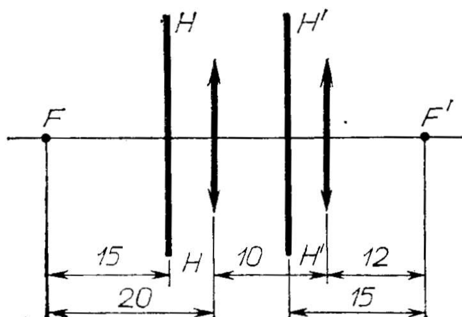
5.3.5. 21 cm.

5.3.6. Šviesos šaltinį S reikia pastatyti tokiu atstumu x nuo lęšio L_1, kad jo atvaizdas, nesant lęšio L_2, būtų taške F_2. Todėl galime rašyti $\frac{1}{F_1}=\frac{1}{x}+\frac{1}{d+F_2}$; čia d — atstumas tarp lęšių. Iš šios lygybės turime $x=\frac{F_1(d+F_2)}{d+F_2-F_1}$; $x=24$ cm.

5.3.7. Remdamiesi formule $k=\frac{y'}{y}=\frac{x'}{f'}$, randame $f'=\frac{x'}{k}=\frac{45}{3}=$ $=15$ cm (251 pav.). Atidėdami šį dydį nuo židinio, sužinome



250 pav.



251 pav.

pagrindinių plokštumų HH ir $H'H'$ padėtį. Užpakalinė pagrindinė plokštuma yra sistemos viduje, priekinė — sistemos priekyje.

5.3.8. Pilnutinė laužiamoji geba lygi objektyvo ir pridėtinio lęšio gebų sumai $\frac{1}{F}+\frac{1}{F_1}$. Todėl $\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}+\frac{1}{F_1}$. Iš čia $F_1=$ $=\frac{dfF}{fF+dF-df}$; $F_1=45$ cm.

5.3.9. Mikroskopo didinimas $k_1=k_2\cdot k_3$, objektyvo $k_3=\frac{f}{d}$. Pasinaudoję dar lęšio formule $\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}$, gauname $F=\frac{k_1 d}{k_1+k_2}$. Kadangi $d\geqslant 5$ cm, tai $F\geqslant 4{,}5$ cm.

5.3.10. 1) $f=\frac{1-lD_1}{D_1+D_2-lD_1D_2}$; $f=\frac{1}{13}$ m; 2) $f=\frac{1-lD_2}{D_1+D_2-lD_1D_2}$; $f=$ $=\frac{7}{65}$ m.

5.3.11. 2 m; 32 cm.

5.4. FOTOMETRIJA

5.4.1. $E=\frac{I}{l^2}\left[1+\frac{1}{\left[1+\frac{4d^2}{l^2}\right]^{3/2}}\right]$; $E\approx 20{,}3$ lx.

5.4.2. $r^2=4+h^2$; čia r — atstumas nuo lempos iki nagrinėjamo Žemės paviršiaus taško. $E=\frac{I}{r^2}\cos\alpha=\frac{I}{r^2}\cdot\frac{h}{r}=\frac{Ih}{(4+h^2)\sqrt{4+h^2}}$;

$E=\frac{100h}{(4+h^2)\sqrt{4+h^2}}$. Nubraižome grafiką ir iš jo randame $E_{\max}=$ $=\sqrt{2}=1{,}4$ m.

5.4.3. Pažymėję ekspozicijos trukmę t, apšviestumą E, gauname $t_1E_1=t_2E_2$ (1). $E_1=\frac{I}{r_1^2}$; $E_2=\frac{I}{r_2^2}+\frac{I}{r_3^2}$. Įrašome į (1): $t_1\frac{I}{r_1^2}=$ $=t_2\left(\frac{I}{r_2^2}+\frac{I}{r_3^2}\right)$. Iš čia $t_2=\frac{t_1r_2^2r_3^2}{r_1^2(r_2^2+r_3^2)}$; $t_2=16$ s.

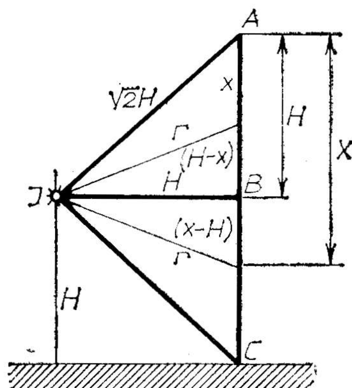
5.4.4. Sakysime, rombo kraštinė yra l. $\sin\alpha=\frac{1}{2}$, todėl $\cos\alpha=$ $=\frac{\sqrt{3}}{2}$. Vidurinės lempos šviesos stiprumą pažymėkime I_x. Jos atstumas iki ekrano A yra $l_1=2l\cos\alpha=l\sqrt{3}$. Kai dega visos trys lempos, ekrano apšviestumas $E_1=\frac{2I_0}{l^2}\cos\alpha+\frac{I_x}{l_1^2}$. Išjungus vidurinę lempą, apšviestumas $E_2=\frac{E_1}{2}=\frac{2I_0}{l^2}\cos\alpha$. Įrašę $\cos\alpha$ ir l_1 vertes, gauname: $E_1=\frac{\sqrt{3}I_0}{l^2}+\frac{I_x}{3l^2}$ (1) ir $\frac{E_1}{2}=\frac{\sqrt{3}I_0}{l^2}$ (2). Iš (2) E_1 vertę įrašę į (1), surandame ieškomąjį $I_x=3\sqrt{3}I_0$. Įrašę skaitinę I_0 vertę, gauname $I_x\approx 51$ cd.

5.4.5. Apšviestumas $E=\frac{I}{r^2}\cos\alpha$. Labiausiai apšviesto taško $\cos\alpha=1$, o $r^2=H^2+(H-x)^2$, kai rutuliukas yra virš taško B, arba $r^2=H^2+(x-H)^2$, kai jis — žemiau taško B. Visais atvejais $r^2=2H^2-$ $-2Hx+x^2$. Kadangi laisvai krintančio rutuliuko $x=\frac{gt^2}{2}$, tai ieškomoji priklausomybė tokia:

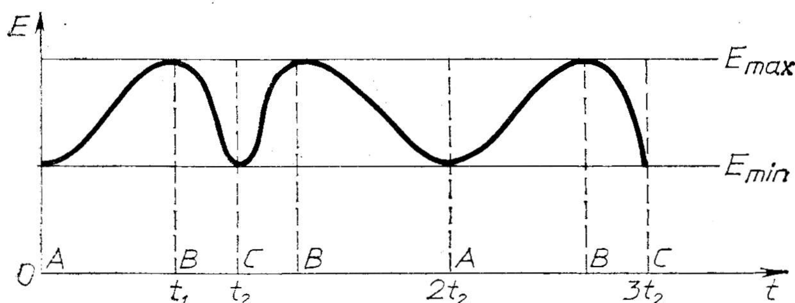
$$E=\frac{I}{2H^2-Hgt^2+\frac{1}{4}g^2t^4}.$$

Taip keisis apšviestumas iki pirmojo smūgio į grindis.

Tarkime, kad $t=t_1$, kai rutuliukas yra taške B, ir $t=t_2$, kai jis — taške C. $H=\frac{gt_1^2}{2}$, $2H=\frac{gt_2^2}{2}$, todėl $\frac{t_2}{t_1}=\sqrt{2}\approx 1{,}4$; $t_2=\sqrt{2}t_1$. Iš 252 pa-



252 pav.

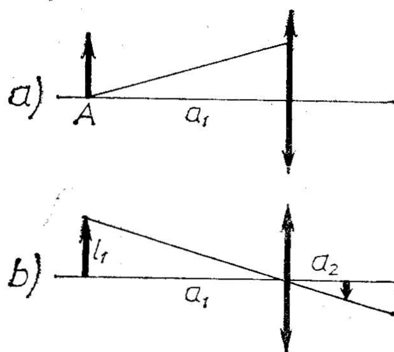


253 pav.

veikslo matyti, kad pradiniu laiko momentu (taške A) apšviestumas yra mažiausias (E_{min}), o taške B — didžiausias (E_{max}). Taške C — vėl E_{min} ir t. t. $E_{min}=\frac{I}{2H^2}$, $E_{max}=\frac{I}{H^2}=2E_{min}$.

Laiko momentais, t_2, $3t_2$, $5t_2$, ... rutuliukas atsimuš į grindis, o laiko momentais 0, $2t_2$, $4t_2$, ... jis bus aukščiausiame taške A. $t_1=\sqrt{\frac{2H}{g}}$, $t_2=2\sqrt{\frac{H}{g}}$. Grafikas pavaizduotas 253 paveiksle.

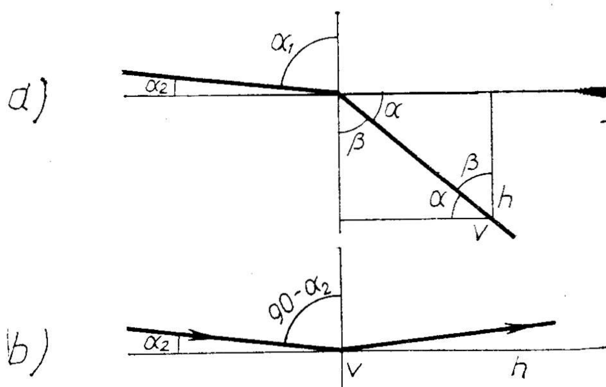
5.4.6. Fotojuostelės apšviestumas priklauso nuo objektyvo praleidžiamo energijos kiekio ir nuo daikto bei atvaizdo dydžio santykio. Pro objektyvą praėjusios energijos kiekis proporcingas erdviniam kampui, kuriuo matomas objektyvas iš tos vietos, kur yra daiktas, t. y. tiesiog proporcingas objektyvo plyšio plotui ir atvirkščiai proporcingas nuotolio nuo objektyvo iki daikto kvadratui (254 pav., a): $Q\sim\frac{S}{a_1^2}$. Daikto ir jo atvaizdo linijinių matmenų santykis lygus daikto ir jo atvaizdo nuotolių nuo objektyvo santykiui (254 pav., b). Taigi daikto ploto σ_1 ir jo atvaizdo ploto σ_2 santykis turi būti lygus nuotolių kvadratų santykiui: $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}=\frac{a_1^2}{a_2^2}$. Lygindami gautus rezultatus, sužinome, kad apšviestumas $E\sim\sim\frac{Q\sigma_1}{\sigma_2}=\frac{Sa_1^2}{a_1^2a_2^2}=\frac{S}{a_2^2}$, t. y. atvaizdo fotoaparate apšviestumas yra atvirkščiai proporcingas nuotolio nuo objektyvo iki atvaizdo kvadratui.



254 pav.

Toliau esančio daikto atvaizdas yra arčiau objektyvo negu arti esančio daikto. Todėl tolimo daikto atvaizdo apšviestumas visada bus didesnis už arti esančio daikto apšviestumą. Pirmuoju atveju teks pasirinkti ilgesnę ekspozicijos trukmę negu antruoju.

5.4.7. $h=r=1{,}0$ m. $E=\frac{BS}{4r^2}$; $E=40$ lx.



255 pav.

5.4.8. a) $E_v = E_0 \cos\alpha$; $E_h = E_0 \cos\beta$ (255 pav.).

$$\frac{E_v}{E_h} = \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \operatorname{tg}\beta \quad (1),$$

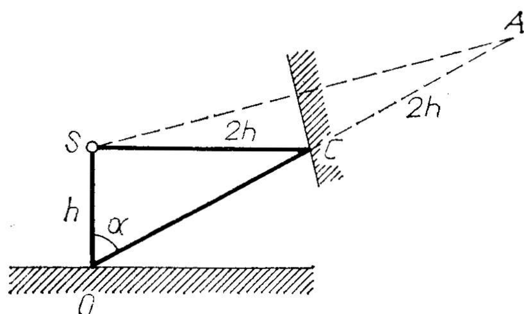
nes $\alpha = 90° - \beta$. Kampą β rasime iš lygybės $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta} = n$; $\sin\beta = \frac{\sin\alpha_1}{n}$. Duotas kampas $\alpha_2 = 10°$, kurį sudaro spinduliai su horizontu, bet $\alpha_1 = 90° - \alpha_2$, todėl $\sin\beta = \frac{\sin(90° - \alpha_2)}{n} = \frac{\cos\alpha_2}{n}$ (2).

Iš trigonometrijos žinome, kad $\operatorname{tg}\beta = \frac{\sin\beta}{\sqrt{1-\sin^2\beta}}$ (3). (2) įrašę į (3), gauname: $\operatorname{tg}\beta = \frac{\cos\alpha_2}{\sqrt{n^2-\cos^2\alpha_2}}$; taigi $\frac{E_v}{E_h} = \frac{\cos\alpha_2}{\sqrt{n^2-\cos^2\alpha_2}}$. Įrašę skaitines vertes, turime: $E_v \approx 1{,}1E_h$.

b) $\frac{E_v}{E_h} = \frac{E_0\cos\alpha_2}{E_0\cos(90° - \alpha_2)} = \operatorname{ctg}\alpha_2$; $E_v \approx 5{,}67E_h$.

5.4.9. $k = \frac{3\pi B}{2E_0} = 0{,}086$.

5.4.10. Šviečiantis diskas yra ekvivalentus taškiniam šviesos šaltiniui, kurio šviesos stiprumas I ir kuris yra $L+x$ atstumu nuo ekrano: $E = \frac{I}{(L+x)^2}$ (1). Fiktyvaus šaltinio nuotolis nuo disko x turi tenkinti sąlygą: $\frac{x}{D_0} = \frac{x+d}{D}$ (2); $L = d+f = \frac{d^2}{d-F}$ (3). Pagal šviesos srauto tvermės dėsnį $I\frac{D_0^2}{x^2} = E_x D_1^2$ (4). Disko atvaizdo ekrane skersmuo $D_1 = D_0\frac{f}{d} = \frac{D_0 F}{d-F}$ (5). Iš (3) gauname $d = \frac{L}{2} \pm$ $\pm\sqrt{\frac{L^2}{4} - FL} = 0{,}74$ m (atvaizdas padidintas). Iš (2) gau name



256 pav.

$x = \frac{dD_0}{D-D_0} = 0{,}27$ m. Įrašę žinomas d ir x vertes į (1), (4) ir (5), gauname:

$$E_x = E\left[\frac{(L+x)(d-F)}{xF}\right]^2;\ E_x \approx 160 \text{ lx}.$$

5.4.11. $t_2 = \frac{l_2^2 t_1 I_1}{l_1^2 I_2}$.

5.4.12. $\Phi = ES = \frac{I}{r^2}S$. Iš čia $r = \sqrt{\frac{IS}{\Phi}}$; $r = 1000$ m.

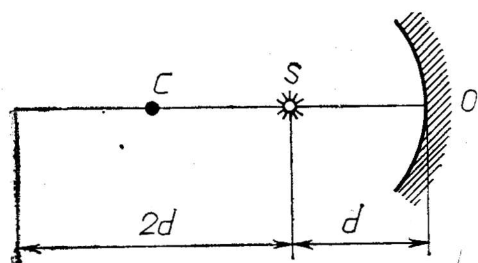
5.4.13. $E_0 = \frac{I}{h^2}$; $E = E_0 + E_1$; čia $E_1 = \frac{I}{(OA)^2}\cos\alpha$; $\frac{E}{E_0} = \frac{E_0+E_1}{E_0} = 1 + \frac{E_1}{E_0} = 1 + \frac{h^2\cos\alpha}{(OA)^2}$ (1). $OA = OC + CA = h\sqrt{5} + 2h = h(2+\sqrt{5})$ (256 pav.) (2). $\cos\alpha = \frac{h}{h\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ (3). Įrašę (2) ir (3) į (1), gausime $\frac{E}{E_0} = 1 + \frac{\sqrt{5}}{5(2+\sqrt{5})^2} = 1{,}03$. Apšviestumas padidės 1,03 karto.

5.4.14. $I = \varrho I_0\left(\frac{f}{f-s}\right)^2 = 2\cdot 10^3$ cd.

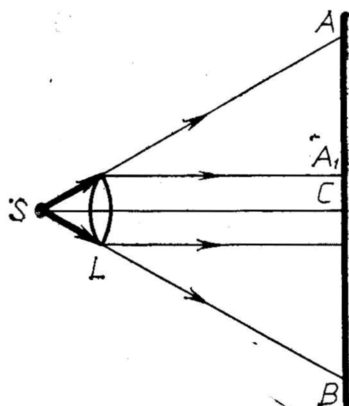
5.4.15. Apšviestumas ekrano centre pirmuoju atveju bus $E_1 = \frac{\Phi}{d^2}$. Atsispindėjusių spindulių srautas lygus krintančių spindulių srautui, todėl antruoju atveju apšviestumas bus (257 pav.)

$$E_2 = \frac{\Phi}{4d^2} + \frac{\Phi}{d^2} = \frac{5}{4}\frac{\Phi}{d^2}.\ k = \frac{E_2}{E_1} = \frac{5}{4}.$$

5.4.16. $F = \frac{1}{D} = \frac{1}{5} = 0{,}2$ m. Pastačius lęšį tarp šaltinio ir ekrano, šaltinis bus lęšio židinyje ir į ekraną kris lygiagrečių spindulių pluoštas (258 pav.). Šviesos srautas, nesant lęšiui, būtų pasiskirstęs spindulio $AC=R$ plote, pastačius lęšį, bus sukoncentruotas plote, kurio spindulys $A_1C=r$. Kadangi apšviestumas yra atvirkščiai proporcingas plotui, tai, pastačius lęšį, apšviestumas pa-



257 pav.



258 pav.

sikeis santykiu $\frac{E_x}{E}=\frac{\pi R^2}{\pi r^2}=\frac{R^2}{r^2}$. Bet $\frac{R}{r}=\frac{l}{F}$. Todėl $\frac{E_x}{E}=\frac{l^2}{F^2}$. Čia $l=SC=1$ m, $F=0{,}2$ m, todėl $E_x=E\frac{l^2}{F^2}=25E$; $E_x=25\cdot 25=$ $=625$ lx.

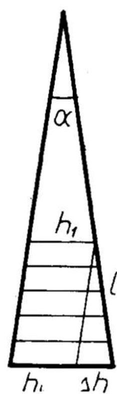
5.4.17. Pažymėsime merginos apšviestumą E_0, jos atvaizdo apšviestumą E. Iš apšviesto paviršiaus sklinda srautas $\Phi_0=0{,}8\times$ $\times E_0S_0$; čia S_0 — apšviesto paviršiaus plotas. Sakysime, kad šis srautas lygiai pasiskirsto d spindulio pussferėje. Pro fotoaparato objektyvą praėjęs srautas $\Phi=\frac{0{,}8E_0S_0\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 0{,}9}{2\pi d^2}$; čia d—merginos nuotolis nuo fotoaparato, D — aparato diafragmos skersmuo. Fotojuostelės apšviestumas $E=\frac{\Phi}{S}=\frac{0{,}8E_0S_0\pi D^2 0{,}9}{2\pi d^2\cdot 4\cdot S}$ (1); čia S — atvaizdo plotas. Bet $\frac{S_0}{S}=\frac{d^2}{f^2}$ ir $\frac{D}{F}=\frac{1}{4{,}5}$. Be to, $F\approx f$. Įrašę į (1), gauname:

$$E=\frac{0{,}8E_0d^2D^2 0{,}9}{2d^2F^2 4};\quad E=4{,}4 \text{ lx}.$$

5.4.18. $E=\Phi\frac{(a-F)^2}{SF^2}$; $E=9$ lx; čia S — skaidrės plotas. $R=$ $=E\varrho=6{,}8$ lx.

5.5. ŠVIESOS BANGŲ SAVYBĖS

5.5.1. Baltas popierius atrodys ryškiai geltonas, raudonas — tamsiai geltonas, nes jis atspindės dalį geltonų spindulių, geltonas liks ryškiai geltonu, žalias atspindės dalį geltonų ir bus tamsiai geltonas, mėlynas popierius bus juodas.



259 pav.

5.5.2. Pažymime gretimas juostas atitinkantį plėvelės sluoksnio storį h_1 ir h_2. Tada $2h_1n-\frac{\lambda}{2}=k\lambda$ (vienas iš interferuojančių spindulių atsispindi nuo tankesnės aplinkos); $2h_2n-\frac{\lambda}{2}=(k+1)\lambda$. Iš čia $\Delta h=h_2-h_1=\frac{\lambda}{2n}$. Atstumas tarp k juostų $\Delta h=\frac{k\lambda}{2n}$ (1). Pažymime atstumą tarp penkių juostų l (259 pav.). Tada galima laikyti, kad $\Delta h\approx l\,\mathrm{tg}\,\alpha=l\alpha$ (2), nes α yra labai mažas; čia α — ieškomasis kylio kampas. Iš (1) ir (2) $\alpha=\frac{k\lambda}{2nl}=5{,}1\cdot10^{-5}$ rad$=11''$.

5.5.3. $r_4=\sqrt{4R\lambda_1}=2{,}8\cdot10^{-3}$ m, $r_3=\sqrt{3R\lambda_2}=3{,}1\cdot10^{-3}$ m. Vadinasi, trečias raudonas žiedas yra toliau negu mėlynas ketvirtas. Baltoje šviesoje Niutono žiedai matomi, esant labai plonam oro sluoksniui. Tolimesni žiedai užkloja vienas kitą.

5.5.4. 12,41 kVÅ.

5.5.5. Tolinant šviesos šaltinį B, pirmasis patamsėjimas taške O bus, kai iš taškų B ir A sklindančių bangų kelio skirtumas lygus $\frac{\lambda}{2}$: $r=|BO|-|AO|=\frac{\lambda}{2}$, arba $\sqrt{L^2+d^2}-L=\frac{\lambda}{2}$ (1). Priartinus ekraną prie šviesos šaltinių atstumu l, minimumas taške O_1 gausis, kai $\Delta r_1=|BO_1|-|AO_1|=\frac{3\lambda}{2}$, arba $\sqrt{(L-l)^2+d^2}-(L-l)=\frac{3\lambda}{2}$ (2). Pertvarkę (1) ir (2) lygybę bei pritaikę artutinumą $(1-x)^{1/2}=1+\frac{x}{2}$, $x\ll1$, gauname: $\sqrt{1+\left(\frac{d}{L}\right)^2}-1=\frac{\lambda}{2L}$, $\sqrt{1+\left(\frac{d}{L-l}\right)^2}=\frac{3\lambda}{2(L-l)}$, arba $d^2=\lambda L$ ir $d^2=3\lambda(L-l)$. Iš čia $l=\frac{2}{3}L=6$ m.

5.5.6. Plokštelė turi smulkių rėžių, todėl ji veikia kaip atspindžio gardelė.

5.5.7. Tik pirmąjį spektrą.

5.5.8. Juostos pasidarys platesnės.

5.5.9. Raudoną. Regimoji šviesa nusakoma ne bangos ilgiu, o dažniu.

5.5.10. $\lambda=0{,}38$ μm; žalios.

5.5.11. Šviesos greitis tam tikroje aplinkoje $v=\frac{c}{n}$. Todėl elektronas turi judėti greičiu $v\geqslant\frac{c}{n}$; $v\geqslant2\cdot10^8$ m/s.

5.5.12. Praėjusioje šviesoje interferencijos maksimumo sąlyga nusakoma lygybe $2hn=k\lambda$ (1). Sluoksnio tarp lęšio ir plokštelės storis h susijęs su žiedo spinduliu šia lygybe: $h=\frac{r_k^2}{2R}$ (2). Įrašę (2) į (1), gauname $\frac{nr_k^2}{R}=k\lambda$. Iš čia $n=\frac{k\lambda R}{r_k^2}$.

5.6. ŠVIESOS KVANTŲ SAVYBĖS

5.6.1. $E_A = h\nu$, $E_B = h\nu' = h\nu + mgH$, $m = \frac{E_A}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}$; $h\nu' = h\nu + \frac{h\nu}{c^2} gH = h\nu\left(1 + \frac{gH}{c^2}\right)$. Iš čia $\nu' = \nu\left(1 + \frac{gH}{c^2}\right)$ (1). $m \approx \frac{E_B}{c^2} = \frac{h\nu'}{c^2}$. Tada $h\nu' = h\nu + \frac{h\nu'}{c^2} gH$; $h\nu'\left(1 - \frac{gH}{c^2}\right) = h\nu$ ir $\nu' \approx \frac{\nu}{1 - \frac{gH}{c^2}}$ (2). (1) ir (2) apytiksliai sutampa.

5.6.2. $E_f = 2{,}8 \cdot 10^{-19}$ J, $m_f = 3{,}15 \cdot 10^{-36}$ kg, $P_f = 9{,}4 \cdot 10^{-28}$ kgm/s, $E_{\gamma f} = 19{,}8 \cdot 10^{-14}$ J, $m_{\gamma f} = 2{,}2 \cdot 10^{-30}$ kg, $P_{\gamma f} = 6{,}6 \cdot 10^{-22}$ kgm/s. $\frac{E_{\gamma f}}{E_f} = 7 \cdot 10^5$.

5.6.3. Remsimės Einšteino formule $hv = A + \frac{mv^2}{2} \cdot \frac{mv^2}{2} = eU_s$; čia e — ieškomasis elektros krūvis, o U_s — stabdymo įtampa. Jeigu, pakeitus šviesos bangos ilgį, stabdymo įtampą U_s teko padidinti, tai reikėjo padidinti ir bangos dažnį $\nu = \frac{c}{\lambda}$. Vadinasi, bangos ilgis λ sumažėjo. Pažymėkime U_s padidėjimą $\Delta U = 0{,}6$ V ir λ sumažėjimą $\Delta\lambda = 340$ Å $= 0{,}34 \cdot 10^{-7}$ m (1 Å $= 10^{-10}$ m). Tuomet $\frac{hc}{\lambda} = A + eU_s$ (1) ir $\frac{hc}{\lambda - \Delta\lambda} = A + e(U_s + \Delta U)$ (2). Iš (2) atėmę (1) gauname: $hc\left(\frac{1}{\lambda - \Delta\lambda} - \frac{1}{\lambda}\right) = e\Delta U$. Iš čia $e = \frac{hc}{\Delta U}\left(\frac{1}{\lambda - \Delta\lambda} - \frac{1}{\lambda}\right)$. Įrašę skaitines vertes ($h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Js, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s), turime: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

5.6.4. $v = \sqrt{\frac{2hc}{\lambda m}} = 10^6$ m/s.

5.6.5. Fotono energija gali padidėti tik tada, kai jam suteikiama energija iš šalies. Pereinantis iš oro į stiklą (arba atvirkščiai) fotonas jokios energijos neįgyja. Taigi fotono energija nesikeis. Nesikeis ir bangos dažnis. Pakis tik bangos ilgis.

5.6.6. Fotono energija $h\nu = mc^2$, jo masė $m = \frac{h\nu}{c^2}$. Fotoną veiks traukos jėga $F = \gamma \frac{mM}{R^2}$ (1) (M — žvaigždės masė). Ji suteiks fotonui įcentrinį pagreitį: $a_n = \frac{c^2}{R}$, t. y. $F = \frac{mc^2}{R}$ (2). Žvaigždės masė $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \varrho$ (3); ϱ — vidutinis žvaigždės tankis. Iš (1) ir (3) randame $\varrho = \frac{3}{4}\frac{c^2}{\pi R^2 \gamma}$; $\varrho = 2 \cdot 10^8$ kg/m³.

5.6.7. $U = \frac{hc}{\lambda e} - \frac{A}{e}$; $U \approx 0{,}1$ V.

5.6.8. $n = \frac{ch}{\lambda \varepsilon}$; $n = 1{,}5$.

5.6.9. $5 \cdot 10^7$ s^{-1}.

5.6.10. $E = \frac{hc}{\lambda} - A \approx 2{,}7 \cdot 10^{-20}$ J. $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$; $v = 2{,}4 \cdot 10^5$ m/s.

5.7. RELIATYVUMO TEORIJOS ELEMENTAI

5.7.1. Žvaigždės paviršiuje fotono energija išreiškiama suma $h\nu_0+\left(-\gamma\frac{m_1M}{R}\right)$, prie Žemės paviršiaus — suma $h\nu+\left(-\gamma\frac{m_2M}{r}\right)$; čia h — Planko konstanta, ν ir ν_0 — atitinkamai šviesos dažnis prie žvaigždės ir prie Žemės, $-\gamma\frac{m_1M}{R}$ ir $-\gamma\frac{m_2M}{r}$ — potencinė fotono energija žvaigždės traukos lauke (r — atstumas nuo Žemės iki žvaigždės, $m_1=\frac{h\nu_0}{c^2}$ — fotono masė prie žvaigždės paviršiaus, $m_2=\frac{h\nu}{c^2}$ — prie Žemės paviršiaus).

Pagal energijos tvermės dėsnį $h\nu_0-\gamma\frac{m_1M}{R}=h\nu-\gamma\frac{m_2M}{r}$ (1). Iš čia $h\nu=h\nu_0-\left(\gamma\frac{m_1M}{R}-\gamma\frac{m_2M}{r}\right)$. Skliausteliuose esąs narys išreiškia traukos jėgų atliekamą darbą. Jis lygus fotono potencinės energijos padidėjimui. Kadangi $r\gg R$, tai antrąjį narį atmetame.

$$h\nu=h\nu_0-\gamma\frac{m_1M}{R}, \text{ arba } h\nu=h\nu_0-\gamma\frac{h\nu_0M}{c^2R} \quad (2).$$

Į (2) įrašę $\nu=\frac{c}{\lambda}$, gauname: $\lambda=\frac{c^2R\lambda_0}{c^2R-\gamma M}$ (3). $\lambda=5000{,}0049$ Å.

(1) lygtyje turėtų būti fotono energija Žemės traukos lauke. Bet, palyginti su fotono energija, žvaigždės traukos lauke ji labai maža ir jos galima nepaisyti.

5.7.2. $l=l_1\sqrt{1-\beta^2}$. Iš sąlygos $\frac{l_0-l}{l_0}=1-\frac{l}{l_0}=0{,}25$. Iš čia $\frac{l}{l_0}=$ $=0{,}75$, taigi $\sqrt{1-\beta^2}=0{,}75$. Iš čia $\beta^2=0{,}4375$, $\beta=\frac{v}{c}$, $v=\beta c=$ $=\sqrt{0{,}4375}\cdot 3\cdot 10^8$ m/s$=1{,}98\cdot 10^8$ m/s.

5.7.3. $\Delta t=\frac{sv}{c^2}$; $\Delta t=5{,}2$ paros.

5.7.4. $v=\frac{c}{\sqrt{1+\frac{\rho}{\Delta\rho}}}$; $v=0{,}9\cdot 10^8$ m/s.

5.7.5. 0,23 g.

6. ATOMO IR ATOMO BRANDUOLIO FIZIKA

6.1.1. Iš impulso tvermės dėsnio $mv=Mu_2-mu_1$ ir energijos tvermės dėsnio $\frac{mv^2}{2}=\frac{mu_1^2}{2}+\frac{Mu_2^2}{2}$ gauname $\frac{M}{m}=\frac{v+u_1}{v-u_1}=\frac{1+\frac{u_1}{v}}{1-\frac{u_1}{v}}$. Bet $\frac{u_1}{v}=\sqrt{\frac{E_1}{E}}$, todėl

$$\frac{M}{m}=\frac{1+\sqrt{\frac{E_1}{E}}}{1-\sqrt{\frac{E_1}{E}}}=15,7.$$

6.1.2. $\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{mv^2}{r}$; iš čia $v=\frac{e}{2\sqrt{\pi\varepsilon_0 rm}}$. Ieškomasis greičių santykis lygus

$$\frac{v}{v_0}=\frac{e}{2v_0\sqrt{\pi\varepsilon_0 rm}}=6600.$$

6.1.3. Iš formulės $\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{l^2}\right)$ turime:

$$\lambda=\frac{1}{R\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{l^2}\right)}=\frac{1}{R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{4^2}\right)}=\frac{16}{3R}=4,85\cdot 10^{-7}\ \text{m}=485\ \text{nm}.$$

Ši banga priklauso regimosios šviesos spektro mėlynai žalios spalvos daliai.

Išspinduliuoto kvanto energija lygi $E=E_j\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{l^2}\right)$; čia $E_j=13,6$ eV yra vandenilio atomo jonizacijos energija.

$$E=13,6\ \text{eV}\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{4^2}\right)=2,55\ \text{eV}=4,08\cdot 10^{-19}\ \text{J}.$$

6.1.4. Turime $E_1=h\nu_1$ ir $E_2=h\nu_2$; čia indeksas 1 taikomas nurodytai ultravioletinei bangai, indeksas 2 — regimosios šviesos bangai. Žinome, kad $\nu_1=\frac{c}{\lambda_1}$ ir $\nu_2=\frac{c}{\lambda_2}$. Gauname

$$\frac{E_1}{E_2}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{434,0}{121,5}=3,6.$$

Norėdami apskaičiuoti Planko konstantą, imkime minėtą regimosios šviesos bangą: $E_2=h\nu_2=h\frac{c}{\lambda_2}$; iš čia

$$h=\frac{E_2\lambda_2}{c}=\frac{(13{,}01-10{,}15)\ \text{eV}\cdot 434\cdot 10^{-9}\ \text{m}}{3\cdot 10^8\ \text{m/s}}=6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Js}.$$

6.1.5. Vandenilio atomo antrasis energijos lygmuo $E_2=10{,}15$ eV, jonizacijos energija $E_0=13{,}53$ eV. Elektronui išmušti reikia energijos $E'=E_0-E_2$, o jo įgyta kinetinė energija $E''=\frac{mv^2}{2}$. Išmušimui reikalingas kvantas

$$E=E'+E''=E_0-E_2+\frac{mv^2}{2};\ \text{iš čia}$$

$$v=\sqrt{\frac{2(E+E_2-E_0)}{m}}=10^6\ \text{m/s}=1000\ \text{km/s}.$$

6.1.6. Dozimetro potencialas sumažėja $\Delta\varphi=\varphi_1-\varphi_2$, o krūvis $\Delta Q=C\Delta\varphi=C(\varphi_1-\varphi_2)=8\cdot 10^{-11}$ C $=80$ pC.

Rentgeno ir gama spindulių dozė matuojama kulonais kilogramui (C/kg). Tai tokia ekspozicinė dozė, kai 1 kg sauso atmosferos oro emisija sudaro tiek jonų, kad jų kiekvieno ženklo krūvis lygus 1 C.

Normaliomis sąlygomis oro tankis $\varrho=1{,}29$ kg/m³. Taigi spindulių dozę D randame taip:

$$D=\frac{\Delta Q}{m}=\frac{\Delta Q}{\varrho V}=6{,}2\cdot 10^{-5}\ \text{C/kg}=62\ \mu\text{C/kg}.$$

6.1.7. Masės defektas $\Delta m=(ZA_p+NA_n+ZA_e-A_r)m_0$. Ryšio energija lygi $\Delta E=\Delta mc^2$; čia $c=3\cdot 10^8$ m/s. Iš lentelių randame santykinę atominę masę. Gauname:

$$\Delta E=(ZA_p+NA_n+ZA_e-A_r)m_0c^2=127\cdot 10^{-14}\ \text{J}=7{,}94\ \text{MeV}.$$

260 pav.

6.1.8. Protono kinetinė energija $E_k=\frac{mv^2}{2}$ (1). Protoną veikia Lorenco jėga $F_L=evB$ (2) nes $\vec{v}\perp\vec{B}$). Užrašome II Niutono dėsnį: $F=ma$ (3); čia a — įcentrinis pagreitis: $a=\frac{v^2}{R}$ (4). R — trajektorijos kreivumo spindulys duotajame taške. Iš (1)—(4) turime $E_k=\frac{(eBR)^2}{2m}$.

Spindulį R randame iš brėžinio. Netoli trajektorijos taško M parenkame du taškus L ir N (260 pav.). Brėžiame stygas LM ir NM ir iš jų vidurio iškeliame statmenis. Jų susi-

kirtimo taškas yra centras apskritimo, kurio lankas — trajektorijos LN dalis.

Nustatę kreivumo spindulius taškuose A ir C, apskaičiuojame protono kinetinę energiją tuose taškuose. Trajektorijos kreivumo spindulys mažėja, nes mažėja protono greitis. Protono energija eikvojama dujų jonizacijai.

6.1.9. Iš N neutronų, krintančių į plokštelę, pro 1 mm sluoksnį praeis $N_1=(1-\alpha)N$. Pro antrąjį tokį sluoksnį praeis $N_2=(1-\alpha)\times \times N_1=(1-\alpha)^2 N$ neutronų. Po n-tojo sluoksnio liks $N_n=(1-\alpha)^n N$ neutronų. Gauname $\frac{N_n}{N}=(1-\alpha)^n\approx 0{,}2$.

6.1.10. Srovės šaltinio evj lygi pašalinių jėgų darbo $A_{\text{paš}}$ ir grandine perkeliamo krūvio q santykiui: $\mathscr{E}=\frac{A_{\text{paš}}}{q}$. $\mathscr{E}$ bus didžiausia tuomet, kai dėl susidariusios tarp plokščių įtampos α dalelės nebepasieks antros plokštės. Tada $\mathscr{E}q=\frac{mv_0^2}{2}$. Taigi

$$\mathscr{E}=\frac{mv_0^2}{2q}=\frac{v_0^2}{2k}\approx 500 \text{ kV}.$$

---

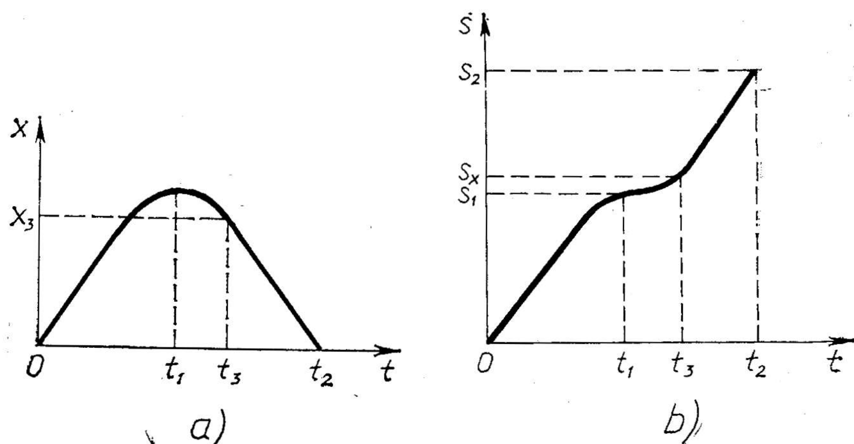
7. EKSPERIMENTINIAI UŽDAVINIAI

7.1. MECHANIKA

7.1.1. Spyruoklė išmeta rutuliuką palyginti dideliu greičiu, todėl tiesiogiai išmatuoti koordinatę ir nustatyti ją atitinkantį laiką neįmanoma. Iš teorijos žinome, kad tolygiai kintamo judėjimo atveju koordinatė ir greitis išreiškiami šitaip: $x=x_0+v_{0x}t+\frac{a_xt^2}{2}$; $v_x=v_{0x}+a_xt$. Nagrinėjamu atveju $x_0=0$; $v_{0x}=v_0$; $a_x=-a$. Todėl

$$x=v_0t-\frac{at^2}{2}\,;\quad v=v_0-at. \tag{1}$$

Norint nubraižyti koordinatės x priklausomybę nuo laiko, reikia rasti v_0 ir a. Tai atliekame eksperimentiškai. Rutuliukui leidžiame kilti iki aukščiausio taško, kuriame jo greitis $v_1=0$, koordinatė $x_1=l$, laikas $t=t_1$. Dydžius l ir t_1 nustatome eksperimentiškai liniuote ir sekundometru. Tada iš (1) lygybės randame: $v_0=\frac{2l}{t_1}$;



261 pav.

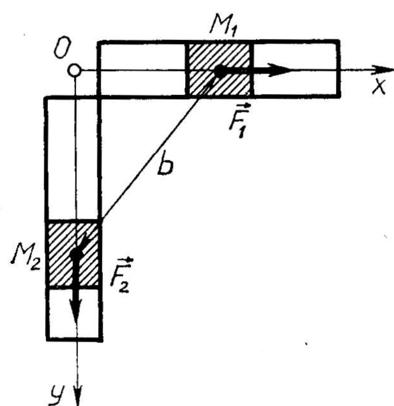
$a=\frac{2l}{t_1^2}$ (2). Į (1) lygtį įrašę v_0 ir a išraiškas iš (2), gauname koordinatės x priklausomybę nuo laiko t: $x=\frac{2l}{t_1}t-\frac{l}{t_1^2}t^2$ (3).

Remdamiesi (3), sudarome t ir x verčių lentelę ir milimetriniame popieriuje nubraižome grafiką $x=f(t)$ (261 pav., a). Jeigu visas rutuliuko judėjimo laikas t_2, tai iš grafiko randame koordinatę x_3, prasidėjus paskutinei judėjimo sekundei, t. y. laiko momentu $t_3=t_2-1$ s.

Rutuliuko nueitąjį kelią $s=f(t)$ sudarys kelias s_1 (kylant į viršų) ir kelias s_2 (leidžiantis žemyn): $s=s_1+s_2$.

$$s_1=\frac{2l}{t_1}t-\frac{l}{t_1^2}t^2, \text{ kai } 0\leqslant t\leqslant t_1.$$

$$s_2=\frac{a(t-t_1)^2}{2}=\frac{l}{t_1^2}(t-t_1)^2, \text{ kai } t_1\leqslant t\leqslant t_2.$$



262 pav.

Sudarome t ir s verčių lentelę ir nubraižome grafiką $s=f(t)$ (261 pav., b). Iš grafiko randame rutuliuko nueitąjį kelią s_x, prasidėjus paskutinei judėjimo sekundei, t. y. laiko momentu t_3.

7.1.2. Pasirenkamas atskaitos pradžios taškas O, iš kurio nubrėžiamos dvi koordinačių ašys X ir Y (262 pav.). Vežimėlių masių centrų M_1 ir M_2 padėtys bet kuriuo momentu randamos iš kinematikos lygčių, kurios šiuo atveju atrodo taip:

$$x=x_0+\frac{a_1t^2}{2}; \; y=y_0+\frac{a_2t^2}{2}. \quad (1)$$

Vežimėlių pradinės koordinatės x_0 ir y_0 nustatomos, išmatavus atstumus tarp taško O ir vežimėlių masių centrų pradiniu momentu. Vežimėlių pagreičiai a_1 ir a_2 nustatomi eksperimentiškai, liniuote išmatavus vežimėlių nueitąjį kelią s_1 ir s_2 ir sekundometru išmatavus sugaištą laiką t_1 ir t_2. Tada $a_1=\frac{2s_1}{t_1^2}$, $a_2=\frac{2s_2}{t_2^2}$ (2). (2) įrašę į (1), sužinome koordinačių priklausomybę nuo laiko:

$$x=x_0+\frac{s_1}{t_1^2}t^2,\ y=y_0+\frac{s_2}{t_2^2}t^2. \qquad (3)$$

Ieškomasis atstumas tarp vežimėlių $b=\sqrt{x^2+y^2}$ (4).

Remdamiesi (3) ir (4), sudarome t, x, y ir b verčių lentelę ir pagal ją milimetriniame popieriuje nubraižome grafiką $b=f(t)$.

Kai x_0 ir y_0 yra labai maži, į juos neatsižvelgiame. Pagal (3) ir (4) atstumas tarp vežimėlių

$$b=t^2\sqrt{\frac{s_1^2}{t_1^4}+\frac{s_2^2}{t_2^4}}.$$

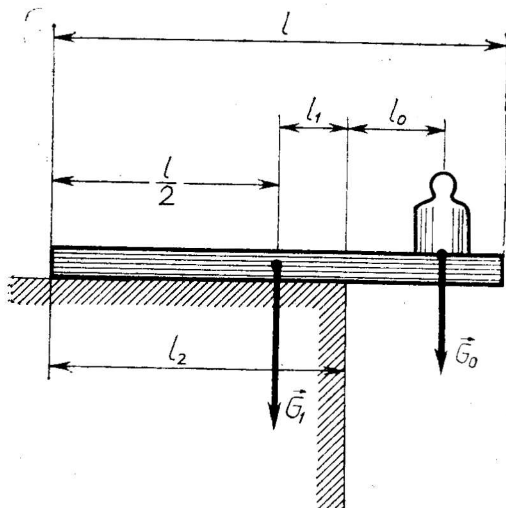
Gautą grafinę priklausomybę $b=f(t)$ galima patikrinti eksperimentiškai, įtaisius vežimėlių kelyje kokias nors kliūtis (pvz., popieriaus lapelį). Kliūčių padėtys (x ir y) parenkamos iš lentelės duomenų. Vienu metu paleidus abu vežimėlius judėti, su kliūtimis jie turi susidurti tuo pačiu momentu. Atstumas tarp kliūčių turi būti lygus atitinkamai b vertei iš lentelės.

7.1.3. Jeigu m masės tašelis sukasi kartu su disku, tai trinties jėga yra įcentrinė jėga $F_{tr}=F_{įc}=\frac{mv^2}{R}$; čia R — atstumas nuo sukimosi ašies iki tašelio masės centro. Norint užfiksuoti tašelio padėtį ant disko, galima jį apibrėžti kreida. Jeigu disko sukimosi dažnis padidės, tai didžiausia trinties jėga $F_{tr}=\mu mg$ gali būti nepakankama įcentrinei jėgai sudaryti, ir tašelis pradės slysti disko paviršiumi. Tuo atveju $\frac{mv^2}{R}>\mu mg$. Atsižvelgus į tai, kad $v=2\pi nR$, gaunama $4\pi^2n^2R>\mu g$. Norint nustatyti trinties koeficientą μ, reikia rasti tokį disko sukimosi dažnį n_{min}, kad tašelis tik pradėtų slysti disku. Tada galios tokia lygybė: $4\pi n_{min}R\approx\mu g$. Iš čia

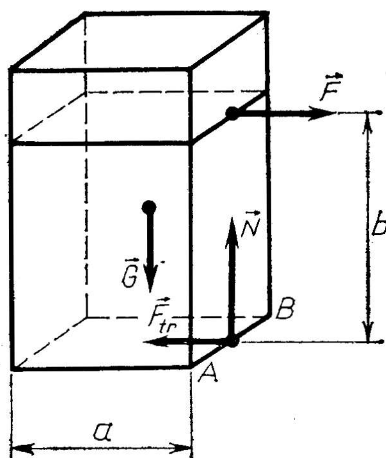
$$\mu\approx\frac{4\pi^2n_{min}^2R}{g}. \qquad (1)$$

Keletą kartų atlikus bandymą, galima pajusti, kokiu dažniu reikia sukti išcentrinės mašinos rankenėlę, norint gauti n_{min}. Šis dydis išmatuojamas, diskui apsisukus ne mažiau kaip $N=10$ kartų ir sekundometru išmatavus sugaištą laiką t. Tada sukimosi periodas $T=\frac{t}{N}$, o $n_{min}=\frac{1}{T}=\frac{N}{t}$. Įrašius į (1) n_{min} išraišką ir išmatavus R, randamas μ.

Gautą trinties koeficiento μ vertę galima patikrinti mokykloje taikomais trinties koeficiento nustatymo metodais, naudojantis dinamometru.



263 pav.



264 pav.

7.1.4. Uždavinį galima spręsti dviem būdais.

I būdas. m_x masės tašelis uždedamas ant vienos lėkštelės, kurios petys l_2, o svarsčiai m_1 — ant kitos lėkštelės, kurios petys l_1. Kai susidaro pusiausvyra, remdamiesi jėgų momentų lygybe, parašome $P_x l_2 = P_1 l_1$, arba $m_x l_2 = m_1 l_1$ (1). Paskui sveriamas kūnas perkeliamas ant kitos lėkštelės ir svarsčiais m_2 vėl sudaroma pusiausvyra. Tada $m_x l_1 = m_2 l_2$ (2). Iš (1) ir (2) randame ieškomąją masę $m_x = \sqrt{m_1 m_2}$.

II būdas. Svarstyklių pusiausvyra pasiekiama su dviem žinomo dydžio svarsčių rinkiniais P_1 ir P_2. Tada $P_1 l_1 = P_2 l_2$; iš čia galima rasti svarstyklių pečių santykį: $\frac{l_1}{l_2} = \frac{P_2}{P_1}$. Dabar ant vienos lėkštelės uždedamas sveriamas kūnas P_x ir svarsčiais P_3 vėl sudaroma pusiausvyra. Tada $P_3 l_1 = P_x l_2$. Iš čia $P_x = P_3 \frac{l_1}{l_2} = P_3 \frac{P_2}{P_1}$, arba $m_x = m_3 \frac{m_2}{m_1}$.

7.1.5. Lenta iškišama už stalo krašto, kaip parodyta 263 paveiksle. Uždėtą svarstį G_0 ir lentą stumdant, pasiekiama tokia padėtis, kai dešinysis lentos galas vos pradeda svirti žemyn. Tada pagal jėgų momentų lygybę $G_0 l_0 = G_1 l_1$ (1); čia G_1 — lentos sunkis, o l_1 — šio sunkio centro atstumas iki stalo krašto (sukimosi ašies). Kadangi lentos sunkio centras yra jos viduryje, tai $l_1 = l_2 - \frac{l}{2}$ (2); čia l — lentos ilgis. Iš (1) ir (2) randame ieškomą sunkį $G_1 = \frac{G_0 l_0}{l_2 - \frac{l}{2}}$. Ilgius l, l_0 ir l_2 išmatuojame liniuote.

7.1.6. Tašelis stovi ant stalo vertikaliai, kaip parodyta 264 paveiksle. Užnerkime siūlo kilpą ir traukime tašelį horizontalia jė-

ga $\vec{F}$ pastoviu greičiu. Tada ši jėga lygi trinties jėgai $F=F_{tr}=$ $=\mu mg$.

Jėga $\vec{F}$ taip pat suka tašelį apie ašį AB jėgos momentu $M_1=$ $=Fb$. Šį jėgos momentą kompensuoja sunkio jėgos $\vec{G}$ momentas $M_2=mg\frac{a}{2}$. Jeigu siūlo kilpą kelsime aukštyn, traukdami kilpą ta pačia jėga $\vec{F}$, gausime atvejį, kai jėgos momentas M_1 nebebus kompensuojamas: $M_1>M_2$. Tada tašelis pradės suktis apie ašį AB. Ribiniu atveju, kai dar $M_1=M_2$, galime parašyti $Fb=mg\frac{a}{2}$, arba $\mu mgb=mg\frac{a}{2}$; iš čia $\mu=\frac{a}{2b}$. Eksperimentiškai nustatę ribinį atvejį ir išmatavę liniuote a ir b, apskaičiuosime trinties koeficientą.

7.1.7. Iš horizontalios padėties A (žr. 177 pav.) paleisto rutuliuko potencinė energija E_p sumažėja dydžiu mgh_1 ir virsta kinetine energija $E_k=\frac{mv^2}{2}$. Todėl $mgh_1=\frac{mv^2}{2}$; iš čia $v=\sqrt{2gh_1}$ (1). Gautas rutuliuko greitis (1) taške B yra horizontalios krypties. Apatinėje trajektorijos dalyje BC rutuliuko judėjimą galima skaidyti į du savarankiškus: horizontalų ir vertikalų. Horizontalia kryptimi rutuliuko neveikia jėga (oro pasipriešinimas neskaitomas), ir judėjimas bus tolyginis: $l=vt$ (2). Vertikalia kryptimi rutuliuką veiks sunkio jėga, ir jis judės su pagreičiu. Todėl $h_2=$ $=\frac{gt^2}{2}$, arba $t=\sqrt{\frac{2h_2}{g}}$ (2). Įrašę į (2) lygtį v ir t išraiškas iš (1) ir (3) lygties, gauname $l=2\sqrt{h_1h_2}$. Teorinis uždavinio sprendimas patikrinamas eksperimentu.

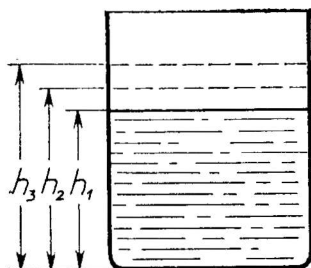
7.1.8. Naudingumo koeficientas apskaičiuojamas kaip naudingojo darbo A_1 ir viso darbo A_2 santykis: $\eta=\frac{A_1}{A_2}$.

Prie skrysčių prikabinamas žinomo sunkio G pasvaras ir keliamas aukštyn, veikiant mechanizmą jėga F, kuri matuojama dinamometru. Pakeliant į aukštį h pasvarą G, atliekamas naudingasis darbas $A=Gh$, o visas atliekamas darbas $A=Fs$; čia s — kelias, kurį atlieka jėga F, keldama mechanizmą su pasvaru. Taigi $\eta=\frac{Gh}{Fs}$.

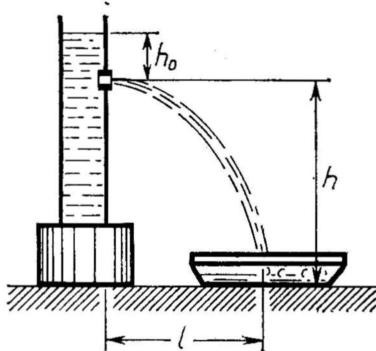
Atliekant bandymą, išmatuojami h, s, F ir tuo pačiu nustatomas skrysčių naudingumo koeficientas. Bandymą reikia atlikti keletą kartų ir nustatyti vidurkį.

71.9. Tankis nusakomas kūno masės ir tūrio santykiu $\rho=\frac{m}{V}$ (1).

Tašelio masė nustatoma, taip samprotaujant. Kai tašelis plūduriuoja vandens paviršiuje, jo sunkio jėgą G kompensuoja Archimedo jėga F_A: $G=F_A$, arba $mg=m_{sk}g$; $m=m_{sk}$. Čia m_{sk} yra išstumto skysčio masė.



265 pav.



266 pav.

Išstumto skysčio masę galima nustatyti, išmatavus vandens lygio aukštį h_1 inde be tašelio ir jam plūduriuojant aukštyje h_2 (265 pav.): $m_{sk}=(h_2-h_1)S\varrho_{sk}$ (2); čia S — indo skerspjūvio plotas; ϱ_{sk} — skysčio tankis.

Tūris V nustatomas, panardinus visą tašelį į vandenį ir išmatavus indo vandens lygio aukštį h_3. Tada $V=(h_3-h_1)S$ (3). Tašelio tankis apskaičiuojamas, įrašius (2) ir (3) lygtį į (1): $\varrho=\frac{h_2-h_1}{h_3-h_1}\varrho_{sk}$. Liniuote išmatavus inde esančio vandens lygį h_1, h_2 ir h_3, randamas tašelio tankis.

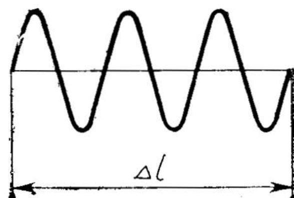
7.1.10. Iš pradžių atliekamas bandymas, kurio metu išnagrinėjama, kaip vandens lašas juda alyvoje: tolygiai ar tolygiai greitėdamas. Tikrinama, lašinant pipete pavienius lašus į alyvą ir matuojant lašo judėjimo laiką lygiose kelio atkarpose, kurias fiksuoja guminės juostelės. Lašas juda pastoviu greičiu, todėl sunkio jėga turi būti lygi pasipriešinimo jėgai: $F_p=mg$. Lašo masė m nustatoma, įlašinus pipete keliasdešimt lašų į tuščią pasvertą indelį. Padalijus vandens masę iš lašų skaičiaus, randama vieno lašo masė. Jėgą F_p sudaro dvi dedamosios: $F_p=$ $=F_A+F_{tr}$; čia F_A — Archimedo jėga, o F_{tr} — skysčio vidinės trinties jėga, trukdanti lašui judėti skystyje.

7.1.11. I b ū d a s. Išmatavus aukštį h_0 nuo vandens paviršiaus iki skylutės vidurio (266 pav.), pagal Toričelio teoremą randamas $v=\sqrt{2gh_0}$.

II b ū d a s. Išmatuojamas pro skylutę tekančio vandens srovelės atstumas l, taip pat aukštis h. Iš lygčių $l=vt$ ir $h=\frac{gt^2}{2}$ gaunama $v=l\sqrt{\frac{g}{2h}}$.

7.1.12. Kampinis dažnis abiem atvejais vienodas: $\omega_0^2=\frac{g}{l}$ ir $\omega_0^2=\frac{k}{m}$. Iš čia $m=\frac{kl}{g}$; l — matematinės svyruoklės ilgis, k — spyruoklės standumas. Standumas randamas eksperimentiškai,

užkabinus ant spyruoklės žinomą svarstį $G=m_1g$ ir liniuote išmatavus spyruoklės pailgėjimą Δl. Tada $k=\frac{m_1g}{\Delta l}$, o ieškomojo svarsčio masė $m=\frac{m_1l}{\Delta l}$.



267 pav.

7.1.13. Patraukus virpantį kamertoną virš aprūkytos plokštelės, paliekamas adatėlės pėdsakas (267 pav.). Išmatavus pėdsako ilgį Δl liniuote, išreiškiamas kamertono judėjimo vidutinis greitis $v_{vid}=\frac{\Delta l}{\Delta t}$. Virpėjimų skaičių n per laiką Δt galima nustatyti iš palikto pėdsako. Jeigu vieno virpesio trukmė T_0, tai $\Delta t=nT_0$, arba $\Delta t=\frac{n}{\nu_0}$; čia ν_0 — kamertono virpesių dažnis. Tada $v_{vid}=\frac{\Delta l\nu_0}{n}$.

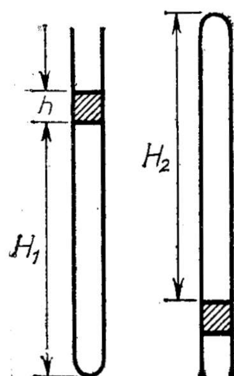
7.2. ŠILUMINIAI REIŠKINIAI. MOLEKULINĖ FIZIKA

7.2.1. Stiklinis vamzdelis pastatomas atviruoju galu į viršų, kaip parodyta 268 paveiksle. Tada gyvsidabriu atskirto oro stulpelio slėgis taps didesnis už atmosferos slėgį p, nes h aukščio gyvsidabrio stulpelis slėgs papildomai šį orą. Oro slėgis bus $p+h$, o šio oro tūris H_1S. Po to stiklinį vamzdelį apverčiame atviruoju galu žemyn. Tada oro slėgis taps $p-h$, o tūris H_2S. Kadangi temperatūra ta pati, tai pagal Boilio ir Marioto dėsnį $(p+h)H_1S=(p-h)H_2S$; iš čia randame atmosferos slėgį

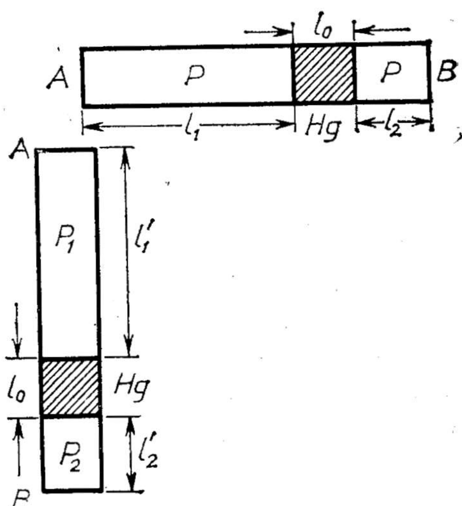
$$p=\frac{h(H_1+H_2)}{H_2-H_1}.$$

7.2.2. Kai vamzdelis horizontalus (269 pav.), abiejose gyvsidabrio pusėse yra slėgis p. Kairėje pusėje dujų tūris $V_1=l_1S$, dešinėje — $V_2=l_2S$; čia S — vamzdelio skerspjūvio plotas. Pastačius vamzdelį vertikaliai, dujų slėgis viršutinėje dalyje tebūna p_1, o apatinėje p_2. Dujų tūris viršutinėje dalyje $V'_1=l'_1S$, o apatinėje — $V'_2=l'_2S$. Taikydami Boilio ir Marioto dėsnį, gauname $V_1p=V'_1p_1$; $V_2p=V'_2p_2$, arba $l_1p=l'_1p_1$ (1); $l_2p=l'_2p_2$ (2). Be to, $p_2=p_1+p_0$ (3); čia $p_0=l_0$ (mm Hg). Iš (1), (2) ir (3) randame ieškomąjį $p=p_0\frac{l'_1l'_2}{l_2l'_1-l_1l'_2}$; p_0, l_1, l_2, l'_1 ir l'_2 išmatuojame liniuote.

7.2.3. Pripūstoje futbolo kameroje esančio oro slėgio p_1 ir jo užimamo tūrio V_1 sandauga bus pastovus dydis, kai temperatūra nesikeis: $p_1V_1=\text{const}$. Jeigu kameroje oro slėgis sumažėtų iki atmosferos slėgio p_0, tai padidėtų šio oro užimamas tūris iki V_0. Remiantis Boilio ir Marioto dėsniu, galima parašyti $p_1V_1=p_0V_0$. Iš čia randamas futbolo kameroje esančio oro slėgis $p_1=\frac{p_0V_0}{V_1}$ (1).



268 pav.



269 pav.

Slėgis p_0 nustatomas, atskaitant barometro parodymą. Tūris V_1 apskaičiuojamas pagal formulę $V_1=\frac{4}{3}\pi R^3$. Čia R nustatomas, apjuosus pripūstą futbolo kamerą siūlu ir išmatavus jos apskritimo ilgį $l=2\pi R$. Iš čia $R=\frac{l}{2\pi}$. Tūris V_0 randamas iš formulės $V_0=\frac{m}{\varrho}$; čia ϱ — oro tankis.

Svarstyklėmis išmatuojama tuščios ir pripūstos kameros masė m_1 ir m_2. Kadangi sveriama ore, tai reikia atsižvelgti į Archimedo jėgą. Todėl futbolo kameroje esančio oro masė $m=m_2-m_1+\Delta m=m_2-m_1+\varrho V_1$. Tada tūris V_0 išreiškiamas taip:

$$V_0=\frac{m_2-m_1+\varrho V_1}{\varrho}. \qquad (2)$$

Įrašius pastarąją lygybę į (1), gaunamas pripūstos futbolo kameros slėgis

$$p_1=\frac{p_0(m_2-m_1+\varrho V_1)}{V_1\varrho}=\frac{p_0(m_2-m_1)}{V_1\varrho}+p_0.$$

7.2.4. Ant elektrinės plytelės pakaitinto kolbos oro temperatūra T_x, dujų būsenos lygtis $\frac{p_1V_1}{T_x}=\frac{mR}{M}$ (1); čia p_1 — atmosferos slėgis, V_1 — kolbos tūris. Apvertus kolbą ir įkišus ją į menzūrą su vandeniu, oras kolboje pradės aušti, jo slėgis mažėti. Todėl vanduo iš menzūros bus siurbiamas į kolbos vidų, kol kolbos viduje esančio oro slėgis pasidarys lygus atmosferos oro slėgiui. Bet tada pasikeis oro tūris kolboje. Jis taps V_2, o dujų būsenos lygtis atrodys taip: $\frac{p_1V_2}{T}=\frac{mR}{M}$ (2); čia T — kolboje ataušusio oro

temperatūra (lygi kambario oro temperatūrai). Iš (1) ir (2) gaunama: $\frac{p_1 V_2}{T} = \frac{p_1 V_1}{T_x}$; $T_x = \frac{V_1}{V_2} T$. Kolbos tūris V_1 randamas, pripylus tuščią kolbą vandens ir menzūra išmatavus jo tūrį. Tūris $V_2 = V_1 - \Delta V$; čia ΔV — išsiurbto iš menzūros vandens tūris bandymo metu. Siekiant padidinti matavimo tikslumą, reikia stengtis, kad kolboje ir menzūroje vandens lygiai sutaptų.

7.2.5. Alyva pipete lašinama į menzūrą. Iš keliasdešimties lašų (geriausiai iš 100) apskaičiuojamas vieno lašo tūris.

Ant ramaus vandens paviršiaus ta pačia pipete užlašinamas vienas lašas alyvos. Vandens paviršiuje alyva plinta, sudarydama į skritulį panašios formos dėmę. Laikant dėmės sluoksnio storį vienmolekuliniu, randamas molekulės skersmuo $d = \frac{V_1}{\pi R^2}$; čia R — alyvos dėmės spindulys, V_1 — alyvos lašo tūris.

Nustačius molekulės skersmenį, apskaičiuojamas ir jos tūris $V = \frac{\pi d^3}{6}$.

7.2.6. Metalinis kūnas įkaitinamas liepsnoje ir įmetamas į kalorimetro indą su vandeniu. Įkaitusio kūno temperatūra laikoma lygia liepsnos temperatūrai (kai kūnas nedidelis). Kalorimetro vandens temperatūra pakyla. Ji išmatuojama ir sudaroma šilumos balanso lygtis: $c_m m(t - t_1) = c_v m_1 (t_1 - \Theta) + c_k m_2 (t_1 - \Theta)$; čia m, m_1, m_2 — kūno, vandens ir kalorimetro masė, t — liepsnos temperatūra, Θ ir t_1 — vandens ir kalorimetro pradinė bei galinė temperatūra, c_v — vandens specifinė šiluma.

Iš balanso lygties randama liepsnos temperatūra:

$$t = \frac{(c_v m_1 + c_k m_2)(t_1 - \Theta)}{c_m m} + t_1.$$

7.2.7. Didinant vandens temperatūrą nuo Θ iki t laipsnių, reikia vandeniui, kurio masę bendru atveju pažymėsime m_x, suteikti šilumos kiekį $c_v m_x (t - \Theta)$. Tokį šilumos kiekį per bet kurį laiką t_x vanduo gaus iš elektrinės plytelės, kurios galia P. Tačiau ne visa šiluma iš elektrinės plytelės perduodama vandeniui. Bus šilumos nuostolių. Sudarant balanso lygtį, atsižvelgiama į kaitinimo įrenginio naudingumo koeficientą η. Įvairaus vandens kiekio šilumos balanso lygtis tokia: $c_v m_x (t - \Theta) = P t_x \eta$ (1); čia c_v — vandens specifinė šiluma. Iš šios lygties randamas laikas

$$t_x = \frac{c_v (t - \Theta)}{P\eta} m_x. \quad (2)$$

Pastarąją lygtį galima parašyti taip: $t_x = k_\Theta m_x$ (3). Čia $k_\Theta = \frac{c_v (t - \Theta)}{P\eta}$ bus pastovus dydis, esant tai pačiai pradinei vandens temperatūrai Θ, nes $t = 100°C$, o naudojamo kaitintuvo P ir η yra pastovūs.

Dydis k_Θ nustatomas eksperimentiškai. Paimamas tam tikras vandens kiekis ir nustatoma jo masė m_0. Po to išmatuojamas lai-

kas t_0, sugaištas šiam vandeniui užvirinti. Tada iš (3) lygties nustatomas $k_\Theta = \frac{t_0}{m_0}$.

Uždavinio sprendimą geriausia išreikšti grafiku, abscisių ašyje atidedant įvairią vandens masę m_x, o ordinačių ašyje — atitinkamas laiko t_x vertes.

Analogiškai nustatomas k'_Θ, kai pradinė temperatūra yra didesnė.

Toliau eksperimentu tikrinamas uždavinio sprendimas. Paimamas koks nors vandens kiekis ir šildomas, kol vanduo užverda. Matuojamas laikas. Po to šis laikas palyginamas su atitinkama grafiko verte.

7.2.8. Šilumos balanso lygtis šiuo atveju bus

$$c_v m_v (\Theta - t) + c_k m_k (\Theta - t) = \lambda m_l + c_v m_l (t - t_0); \quad (1)$$

čia m_v ir m_k — vandens ir kalorimetro masė, Θ, t, t_0 — vandens pradinė ir galinė bei ledo lydymosi temperatūra, λ — ledo specifinė lydymosi šiluma. Iš šios lygties ledo masė bendruoju atveju bus $m_l = \frac{c_k m_k (\Theta - t)}{c_v (t - t_0) + \lambda} + \frac{c_v (\Theta - t)}{c_v (t - t_0) + \lambda} m_v$. Pastarąją lygtį galima parašyti taip:

$$m_l = A_{\Theta, t} + k_{\Theta, t} m_v. \quad (2)$$

čia $A_{\Theta, t} = \frac{c_k m_k (\Theta - t)}{c_v (t - t_0) + \lambda}$ ir $k_{\Theta, t} = \frac{c_v (\Theta - t)}{c_v (t - t_0) + \lambda}$ bus pastovūs dydžiai su ta pačia pradine ir galine vandens temperatūra. Dydžius $A_{\Theta, t}$ ir $k_{\Theta, t}$ galima teoriškai apskaičiuoti ir, remiantis (2) lygtimi, sudaryti grafiką $m_l = f(m_v)$.

Taip pat skaičiuojama, kai galinė vandens temperatūra yra kitokia. Po to teorinis skaičiavimas patikrinamas eksperimentu.

7.2.9. Į kalorimetro vidinį indą, kurio masė m_k ir specifinė šiluma c_k, įpilama m_v masės kambario temperatūros Θ vandens. Įdėjus m_l masės t_0 temperatūros ledo gabalą ($t_0 = 0°C$) ir jam ištirpus, temperatūra tapo t. Tada šilumos balanso lygtis $\lambda m_l + c_v m_l (t - t_0) = c_v m_v (\Theta - t) + c_k m_k (\Theta - t)$. Kalorimetro indo šiluminė talpa $C = c_k m_k$. Ji randama iš šilumos balanso lygties:

$$C = \frac{\lambda m_l + c_v m_l (t - t_0) - c_v m_v (\Theta - t)}{\Theta - t}.$$

Dydžiai m_l, m_v, Θ, t nustatomi eksperimentu.

Šis skaičiavimas tinka tam atvejui, kai ištirpsta visas įdėtas ledas. Įdėtas ledas gali ne visas ištirpti. Tada sprendimas būtų kiek sudėtingesnis.

7.2.10. Šilumos balanso lygtis sudaroma analogiškai, kaip 7.2.7 uždavinyje, tik čia atsižvelgiama į specifinę vandens garavimo šilumą L virimo temperatūroje. Imant bet kurį vandens kiekį, ši lygtis tokia: $P\eta t_x = c_v m_x (t - \Theta) + L m_x$ (1). Iš jos galima rasti laiką $t_x = \frac{c_v (t - \Theta) + L}{P\eta} m_x$. Pastarąją lygtį galima parašyti taip: $t_x = k_\Theta m_x$ (2); čia $k_\Theta = \frac{c_v (t - \Theta) + L}{P\eta}$ bus pastovus dydis, kai vandens

temperatūra Θ yra ta pati, nes $t=100°C$, o P ir η priklauso nuo kaitintuvo konstrukcijos. Dydį k_Θ galima rasti dviem būdais: a) iš eksperimento analogiškai, kaip 7.2.7 uždavinyje, arba b) eksperimentiškai nustatyti kaitintuvo naudingumo koeficientą η ir apskaičiuoti k_Θ, nes visi kiti dydžiai yra žinomi (elektrinės plytelės galia P užrašyta ant jos korpuso).

Uždavinio sprendimas išreiškiamas grafiku. Po to grafikas eksperimentu patikrinamas.

7.2.11. Degant alkoholiui, vanduo įgys šilumos kiekį $qm\eta$; čia m — sudegusio alkoholio masė, η — naudingumo koeficientas, q — alkoholio degimo šiluma. Inde esančio vandens temperatūra pakils nuo Θ iki t. Padidėjusį vandens šilumos kiekį bus galima išreikšti $c_v M(t-\Theta)$; čia M — vandens masė, c_v — vandens specifinė šiluma. Sudaroma lygtis $qm\eta=c_v M(t-\Theta)$ ir randamas naudingumo koeficientas: $\eta=\frac{c_v M(t-\Theta)}{qm}$.

Sudeginto alkoholio masė m nustatoma, pasvėrus spiritinę lemputę, prieš šildant vandenį ir pašildžius.

7.2.12. Išmatuojama kambario temperatūra t_1. Įpylus į blizgantį indą kambario temperatūros vandens, po truputį dedami ledo gabalėliai ir maišoma termometru. Vandens ir indo temperatūra krinta. Nukritus jai iki rasos taško t_2, indo paviršius netenka blizgesio. Nustačius šias dvi temperatūras, santykinė oro drėgmė apskaičiuojama, remiantis jos apibrėžimu $r=\frac{p}{p_0}100\%$; čia p_0 — sočiųjų garų slėgis kambario temperatūroje t_1, p — kambaryje esančių garų slėgis. Tačiau p yra lygus sočiųjų garų slėgiui rasos taško temperatūroje t_2, nes tie patys kambaryje esantys garai toje temperatūroje tapo sočiaisiais. Taigi p randame iš tos pačios lentelės, kaip ir p_0.

7.2.13. Įkišus sugeriamąjį popierių į vandenį, vanduo kyla į viršų dėl kapiliarinių sugeriamojo popieriaus savybių. Pakilimo aukštis nustatomas pagal Žiūreno formulę $h=\frac{2\sigma}{\varrho g R}$. Jeigu švaraus vandens paviršiaus įtempimo koeficientas σ, o muiluoto — σ_x tai atitinkamų vandens stulpelių pakilimo aukščių santykis $\frac{h_1}{h_x}=\frac{\sigma_1}{\sigma_x}$. Iš čia galima apskaičiuoti, koks turėtų būti vandens stulpelio aukštis h_x, kai $\sigma_x=0{,}05$ N/m, o švarus vanduo pakyla į aukštį h_1: $h_x=h_1\frac{\sigma_x}{\sigma_1}$. Norint nustatyti muilo tirpalo koncentraciją, reikia žinoti, kaip vandens stulpelio aukštis h priklauso nuo muilo tirpalo koncentracijos c. Tai nustatoma eksperimentu. Į keturias stiklinaites įpilama skirtingų koncentracijų muilo tirpalo ir sugeriamuoju popieriumi matuojamas vandens pakilimo aukštis. Gaunamas grafikas $h=f(c)$. Iš jo randama ir ieškomoji koncentracija c_x, atitinkanti aukštį h_x. Po to, paruošus tirpalo koncentraciją c_x, vandens pakilimo aukštis patikrinamas eksperimentu.

7.3.1. a) Kondensatorių jungimas parodytas 270 paveiksle, *a*. Tada $C'=C_1+C_2=2C_1=C_4$. Visų kondensatorių talpa C apskaičiuojama taip: $\frac{1}{C}=\frac{1}{C'}+\frac{1}{C_3}+\frac{1}{C_4}=\frac{3}{C_4}$. Iš čia $C=\frac{C_4}{3}$. Nuosekliai sujungto kiekvieno kondensatoriaus krūvis išreiškiamas $Q=C\mathcal{E}=\frac{C_4\mathcal{E}}{3}$. Kiekvieno kondensatoriaus gnybtų įtampa $U_1=U_2=U'=\frac{Q}{C'}=\frac{\mathcal{E}}{3}=1{,}5$ V; $U_3=\frac{Q}{C_3}=\frac{\mathcal{E}}{3}=1{,}5$ V; $U_4=\frac{Q}{C_4}=\frac{\mathcal{E}}{3}=1{,}5$ V. Sujungus grandinę, eksperimentu patikrinamas teorijos teisingumas.

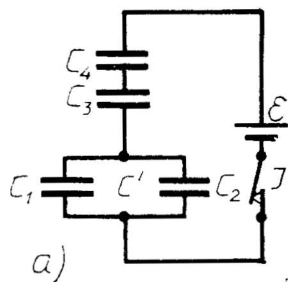
b) Kondensatorių jungimas parodytas 270 paveiksle, *b*, sprendimo būdas toks pat, kaip ir a) atveju. Gaunama $U_1=U_4=U''\approx 0{,}8$ V; $U_3=1{,}2$ V; $U_2=2{,}5$ V.

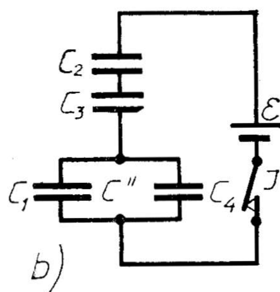
7.3.2. Sujungiamos dvi grandinės *a* ir *b*, pavaizduotos 271 paveiksle. Tada voltmetro parodymai bus U_a ir U_b. Srovės stiprumą atitinkamose grandinėse galima išreikšti taip:

$$I_a=\frac{\mathcal{E}}{R_V}=\frac{U_a}{R_V}\ (1);\quad I_b=\frac{\mathcal{E}}{R_V+R_x}=\frac{U_b}{R_V}. \qquad (2)$$

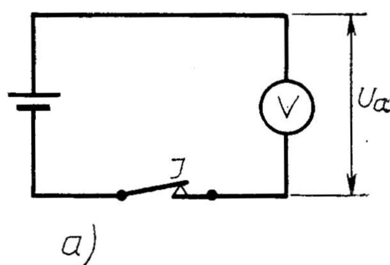
Iš (1) išplaukia, kad $\mathcal{E}=U_a$. Todėl galima rašyti

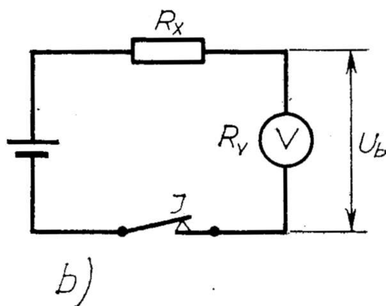
$$\frac{U_a}{R_V+R_x}=\frac{U_b}{R_V}.\ \text{Iš čia}\ R_x=\left(\frac{U_a}{U_b}-1\right)R_V.$$





270 pav.

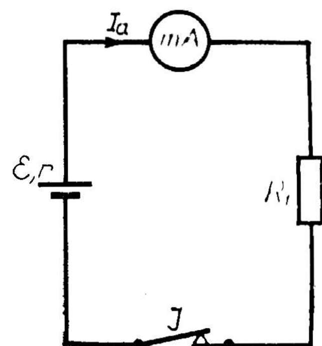




271 pav.

7.3.3. Sujungiama grandinė, pavaizduota 272 paveiksle. Tada miliampermetro parodymas bus I_a. Po to vietoj varžos R_1 įjungiama varža R_2 ir išmatuojama srovė I_b. Sudaromos lygtys:

$\mathcal{E}=I_a(R_1+r)$ (1); $\mathcal{E}=I_b(R_2+r)$ (2).



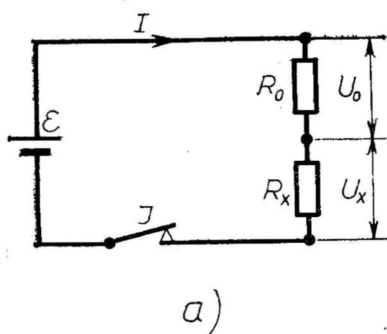
272 pav.

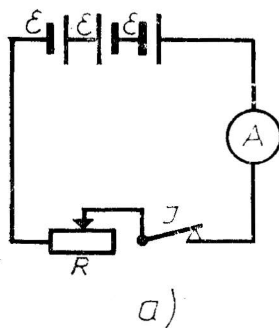
Iš (1 ir (2) randama

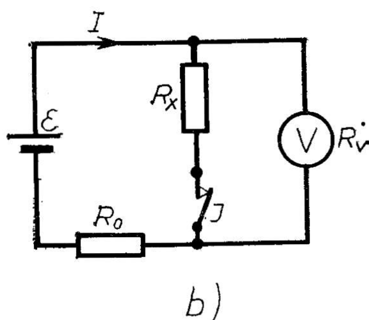
$$r=\frac{I_bR_2-I_aR_1}{I_a-I_b};\quad \mathcal{E}=I_aI_b\,\frac{R_2-R_1}{I_a-I_b}.$$

7.3.4. I būdas. Sujungiama grandinė, pavaizduota 273 paveiksle, *a*. Voltmetru matuojama įtampa U_0 ir U_x, kai varža yra R_0 ir R_x. Tada sudaromos lygtys: $U_0=IR_0$; $U_x=IR_x$. Iš čia $R_x=R_0\frac{U_x}{U_0}$.

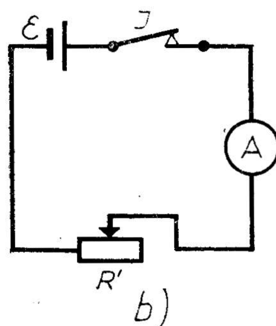
II būdas. Sujungiama grandinė, pavaizduota 273 paveiksle, *b*. Voltmetru matuojama įtampa U_1 ir U_2 dviem atvejais: kai varža R_x neįjungta ir kai ji įjungta. Jeigu voltmetro varža $R_v\gg$ $\gg R_0$, tai pirmojo matavimo metu R_0 galima nepaisyti. Tada $U_1\approx\mathcal{E}$ (1). Antrą kartą matuojant, $I=\frac{\mathcal{E}}{R_0+R_x}=\frac{U_2}{R_x}$. Atsižvelgus



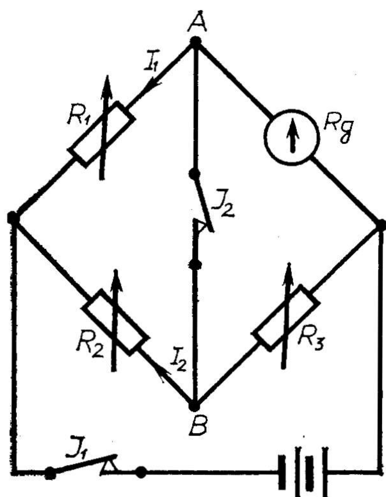




273 pav.



274 pav.



275 pav.

į (1), gaunama $\frac{U_1}{R_0+R_x}=\frac{U_2}{R_x}$.

Iš čia $R_x=\frac{U_2}{U_1-U_2}R_0$.

7.3.5. Sudaroma schema (274 pav., *a*); čia $\mathcal{E}_1$ ir $\mathcal{E}_2$ veikia viena prieš kitą. Sujungus grandinę, išmatuojama srovė ampermetru ir nustatoma varžyno varža R. Tada $\mathcal{E}_3=I(R+3r)$ (1).

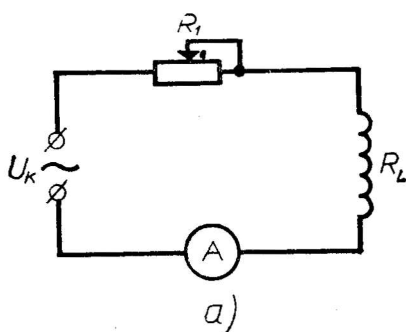
Po to sujungiama grandinė be elementų $\mathcal{E}_1$ ir $\mathcal{E}_2$ (274 pav., *b*), o varžyne parenkama tokia varža R', kad srovė grandinėje būtų tokia pat, kaip pirmuoju atveju. Tada $\mathcal{E}_3=I_1(R'+r)$ (2). Iš (1) ir (2) gaunama:

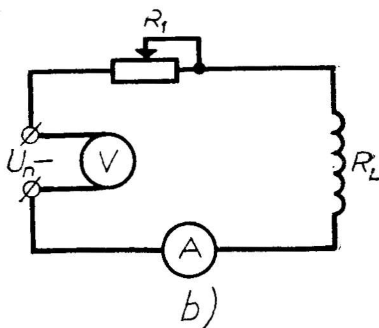
$$2r=R'-R;\ r=\frac{R'-R}{2}.$$

7.3.6. Sujungiama grandinė, pavaizduota 275 paveiksle. Keičiant varžynų varžas, jungiklį J_2 įjungiant ir išjungiant, galvanometro parodymas nepasikeičia. Tada taškų A ir B potencialai bus lygūs. Galima sudaryti lygtis: $I_1R_1=I_2R_2$, $I_1R_g=I_2R_3$. Iš čia

$$\frac{R_1}{R_g}=\frac{R_2}{R_3};\ R_g=\frac{R_3}{R_2}R_1.$$

7.3.7. Sujungiama grandinė, pavaizduota 276 paveiksle, *a*. Šiuo atveju galios lygybė $U_k=I\sqrt{R_1^2+X_L^2}$ (1). Čia R_1 — grandinės aktyvioji varža (slankvaržės, ritės ir ampermetro). Varža R_1 (kai ritė be šerdies*) nustatoma, prijungus grandinę prie nuo-





276 pav.

* Jeigu ritė turi šerdį, jos aktyvioji varža matuojama vatmetru ir ampermetru. $R=\frac{P}{I^2}$.

latinės srovės šaltinio gnybtų (276 pav., *b*). Tada $R_1=\frac{U_n}{I_n}$ (2). Įrašius (2) į (1), gaunama:

$$U_k=I\sqrt{\left(\frac{U_n}{I_n}\right)^2+X_L^2}. \qquad (3)$$

(3) lygtyje yra du nežinomieji: kintamosios srovės šaltinio įtampa U_k ir ritės induktyvioji varža X_L. Pakeitus slankvaržės slankiklio padėtį, gaunama aktyvioji varža R'_1, srovė I', nuolatinė srovė I'_n. Tada nauja lygtis bus tokia: $U_k=I'\sqrt{\left(\frac{U_n}{I'_n}\right)^2+X_L^2}$ (4). Sprendžiant (3) ir (4) lygtį, randama U_k ir X_L.

7.4. OPTIKA

7.4.1. Daiktai, esantys vandenyje, žiūrint iš viršaus, visada atrodo pasislinkę aukštyn. Tas reiškinys vyksta dėl pereinančių vandens ir oro ribą šviesos spindulių lūžimo. Tarkime, kad ant stiklinės su vandeniu dugno yra taškinis šviesos šaltinis *A* (277 pav.). Iš jo išveskime du spindulius: *1* statmeną vandens paviršiui ir *2* krintantį kampu α. Pirmasis spindulys išeis į orą nelūždamas, o antrasis lūš kampu β. Mūsų akiai atrodys, kad šviesos šaltinis yra taške *A'*, kuris yra taško *A* menamasis atvaizdas.

Vandens lūžio rodiklis oro atžvilgiu

$$n=\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}. \qquad (1)$$

Jei kritimo kampas α mažas, tai

$$n\approx\frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha}. \qquad (2)$$

Iš stačiųjų trikampių *A'CB* ir *ACB*

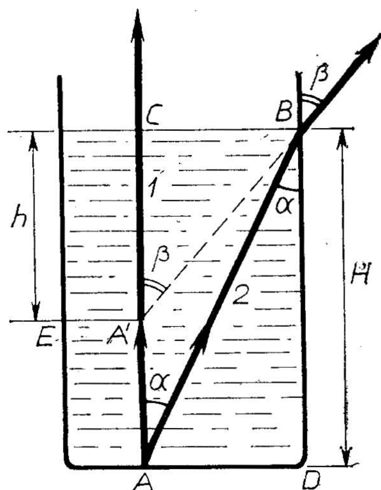
$$\operatorname{tg}\beta=\frac{BC}{h}. \qquad (3)$$

(3) įrašę į (2), gauname:

$$n\approx\frac{H}{h}; \qquad (4)$$

čia *H* — pripilto į stiklinę vandens gylis, *h* — tariamasis vandens gylis.

Tariamasis vandens gylis randamas taip. Po stikline su vandeniu ant balto popieriaus lapo padedama dalis milimetrinės



277 pav.

juostelės. Iš viršaus žiūrima į juostelę, gulinčią po stikline, ir tuo pačiu metu į antrąją juostelę, kuri laikoma rankoje ore horizontaliai stalo plokštumai, prilietus ją prie stiklinės iš išorės. Ta antroji juostelė slankiojama aukštyn ir žemyn, kol pamatoma, **kad abi juostelės** atrodo esančios vienoje plokštumoje. Atstumas nuo vandens paviršiaus iki ore laikomos juostelės bus h. Ta pačia juostele išmatuojamas ir stiklinėje esančio vandens gylis H. Eksperimentas pakartojamas kelis kartus, išmatuojant h. Randamas vidurkis. Apskaičiuojama absoliutinė ir santykinė paklaida.

Sakykim, $H=(80\pm1)$ mm, o $h=(60\pm5)$ mm. Tada

$$n=\frac{80\ \text{mm}}{60\ \text{mm}}=1{,}33.$$

Ribų metodu paklaida randama taip:

$$\Delta n=\frac{n_{\text{VR}}-n_{\text{AR}}}{2};$$

čia

$$n_{\text{VR}}=\frac{H+\Delta H}{h-\Delta h};\quad n_{\text{VR}}=\frac{80\ \text{mm}+1\ \text{mm}}{60\ \text{mm}-5\ \text{mm}}=1{,}47;$$

$$n_{\text{AR}}=\frac{H-\Delta H}{h+\Delta h};\quad n_{\text{AR}}=\frac{80\ \text{mm}-1\ \text{mm}}{60\ \text{mm}+5\ \text{mm}}=1{,}22.$$

Tada

$$\Delta n=\frac{1{,}47-1{,}22}{2}\approx0{,}13;\quad \frac{\Delta n}{n}\approx0{,}1.$$

I š v a d a. Eksperimentu buvo išmatuotas vandens lūžio rodiklis oro atžvilgiu pagal formulę $n=\frac{H}{h}$. Gauta $n=1{,}33\pm0{,}13$. Matavimo paklaida 10%.

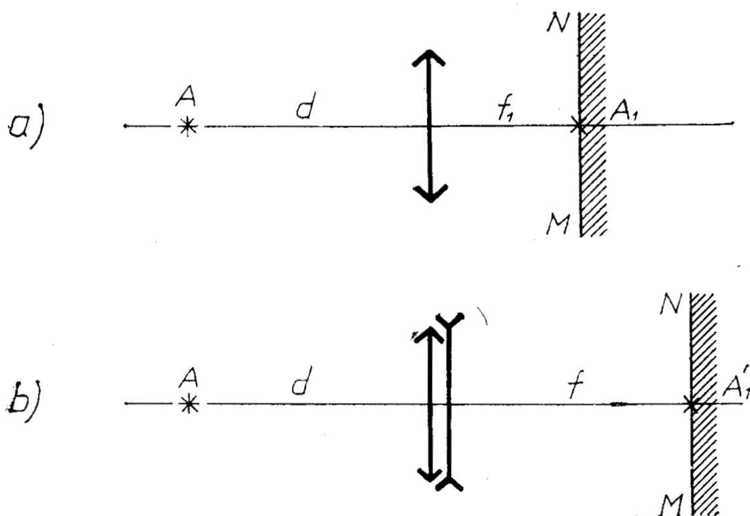
7.4.2. Plonų lęšių sistemos laužiamoji geba lygi atskirų sistemos lęšių laužiamųjų gebų sumai (žr. 5.3). Šį dėsnį galima įrodyti, nagrinėjant praėjusio pro glaudžiamąjį lęšį ir lęšių sistemą spindulio krypties pokyčio kampą. Jeigu sistema sudaryta iš glaudžiamojo ir sklaidomojo lęšio, tai sistemos laužiamoji geba D bus išreiškiama taip:

$$D=D_1-D_2;$$

čia D_1 ir D_2 — glaudžiamojo ir sklaidomojo lęšio laužiamoji geba. Pastarąją lygtį galima perrašyti taip:

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{F_1}-\frac{1}{F_2}; \qquad (1)$$

čia F_1, F_2 ir F — glaudžiamojo, sklaidomojo ir abiejų lęšių sistemos židinio nuotolis. Jei glaudžiamojo lęšio laužiamoji geba yra didesnė už sklaidomojo $D_1>D_2$, tai $D>0$. Tai reiškia, kad sistema yra glaudžiamoji. Daiktu laikydami lempą, popieriaus lapo ekrane, stumdomame įprastiniu būdu, turime gauti lempos atvaizdą. Priešingu atveju, kai sklaidomojo lęšio laužiamoji geba (jos modulis) yra didesnė arba lygi glaudžiamojo lęšio laužiamajai gebai, t. y. $D_2\geqslant D_1$, tai sistemos laužiamoji geba $D\leqslant0$, ir ekrane atvaizdo negausime.



278 pav.

Gauname lempos A atvaizdą A_1 su glaudžiamuoju lęšiu (278 pav., a). Liniuote išmatuojame atstumus d ir f_1. Po to, nepakeitę atstumo d, gauname lempos atvaizdą A_1' suglaustų lęšių sistema (278 pav., b). Išmatuojame f. Kadangi atvaizdas A_1' ekrane susidaro, esant glaudžiamajai sistemai, tai:

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f}. \qquad (2)$$

Savo ruožtu

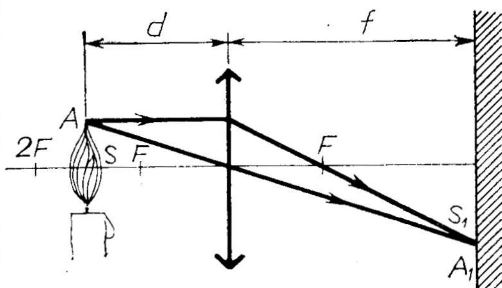
$$\frac{1}{F_1}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f_1}. \qquad (3)$$

(2) ir (3) įrašę į (1), surandame sklaidomojo lęšio laužiamosios gebos modulį:

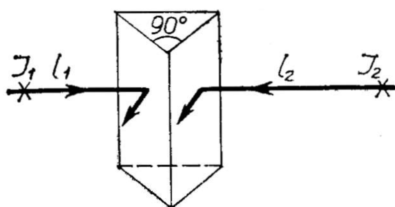
$$D_2=\frac{1}{F_2}=\frac{1}{f_1}-\frac{1}{f}.$$

Aprašyta metodika tinka, kai glaudžiamojo lęšio laužiamoji geba yra didesnė už sklaidomojo.

7.4.3. Žvakės liepsną projektuojame į ekraną, kurį pasigaminame iš milimetrinio popieriaus, pritvirtinto sąvaržėlėmis prie plokščio pastovėlio. Ant tašelių žvakę ir lęšį pastatome taip, kad liepsna būtų pagrindinėje lęšio optinėje ašyje. Ekrane gauname padidintą (apverstą) liepsnos atvaizdą.



279 pav.



280 pav.

279 paveiksle parodyta, kaip susidaro viršutinės liepsnos pusės atvaizdas.

Žvakės atvaizdą apibrėžiame milimetriniame popieriuje pieštuku ir suskaičiavę langelius, randame jo plotą S_1. Tada žvakės liepsnos ir jos atvaizdo plotų santykis bus:

$$\frac{S}{S_1}=\frac{d^2}{f^2}.$$

Iš čia ieškomasis žvakės liepsnos ašinio pjūvio plotas bus

$$S=S_1\left(\frac{d}{f}\right)^2.$$

Įvertiname tiesioginių matavimų paklaidas ir apskaičiuojame ieškomojo dydžio paklaidą pagal formulę:

$$\frac{\Delta S}{S}=\frac{\Delta S_1}{S_1}+\frac{2\Delta d}{d}+\frac{2\Delta f}{f}.$$

7.4.4. Iš balto standaus popieriaus lapo padarome trikampę prizmę, sąvaržėlėmis ją sutvirtiname. Prizmės pagrindai — statieji trikampiai (280 pav.). Panaudodami tašelius, žvakių liepsnų aukštį parenkame vienodą. Stebime atsispindėjusią nuo prizmės sienų žvakių šviesą, kurios stiprumą pažymime I_1 ir I_2. Keisdami atstumus l_1 ir l_2, randame tokias žvakių padėtis, kad prizmės sienos būtų apšviečiamos vienodai. Tada žvakių šviesos stiprumų santykis

$$s=\frac{I_1}{I_2}=\left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2.$$

Iš čia sužinosime, kurios žvakės šviesos stiprumas yra didesnis ir kiek kartų. Eksperimentą reikia pakartoti kelis kartus, įvertinti paklaidas.

Paklaidos formulė šiuo atveju bus tokia:

$$\frac{\Delta s}{s}=\frac{2\Delta l_1}{l_1}+\frac{2\Delta l_2}{l_2}.$$

TURINYS

Stanislovas Jakutis, Henrikas Jonaitis, Jonas Algirdas Martišius, Vytautas Pocius, Jonas Ūža
OLIMPIADINIS FIZIKOS UŽDAVINYNAS

Redaktorė *Z. Šliavaitė*
Viršelis *N. Zovės.* Men. redaktorė *Z. Šalienė*
Techn. redaktorė *N. Mieldažytė.* Korektorė *R. Vaitilavičienė*

Станисловас Винцентович Якутис, Генрикас Пранович Йонайтис, Йонас Альгирдас Теофилевич Мартишюс, Витаутас Юргевич Поцюс, Йонас Винцович Ужа
СБОРНИК ЗАДАЧ ДЛЯ ОЛИМПИАД ПО ФИЗИКЕ
Издание второе, исправленное
Рекомендовано Министерством просвещения Литовской ССР
На литовском языке
Литовская ССР, 233000, Каунас, пр. Ленина, 25, издательство «Швиеса»
ИБ № 5021

Duota rinkti 86.06.18. Pasirašyta spaudai 87.02.19. Formatas 60×90[1]/16, popierius spaudos Nr. 1. Literatūrinė garnitūra, 10 punktų. Iškilioji spauda. 17+0,06 priešl. sąl. sp. l. 17,31 sąl. spalv. atsp., 14,99 apsk. leid. l. Tiražas 12 000 egz. Užsakymo Nr. 4627. Leid. Nr. 10546.
Kaina 55 kp
Leidykla „Šviesa“, 233000 Kaunas, Lenino pr. 25
Spaudė V. Kapsuko-Mickevičiaus spaustuvė, 233000 Kaunas, Lenino pr. 23